01;03;08

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ С ДВИЖУЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТЬЮ РАЗРЫВА В ЖИДКОСТИ

В.А.Поздеев

Проблеме взаимодействия звуковой волны с подвижной поверхностью разрыва параметров среды посвящен ряд работ: отражение акустического импульса от твердой преграды рассмотрено в [1], взаимодействие звуковой волны с подвижной границей раздела двух различных акустических сред — в [2]. Вопросы теории взаимодействия монохроматической волны звуковой интенсивности с ударной волной исследованы, например, в [3]. Рассмотрим задачу о взаимодействии с разрывом давления догоняющей его нестационарной акустической волны в допущении об изоэнтропичности и потенциальности вызванного движения идеальной сжимаемой жидкости, что исключает возникновение вихревых и энтропийных волновых возмущений.

Пусть в покоящейся жидкой среде с давлением p_0 и плотностью ρ_0 в направлении оси ox распространяется волна ступенчатого профиля. В том же направлении по возмущенной среде движется нестационарная акустическая волна. Как известно, на фронте ударной волны выполняются условия сохранения массы, импульса и энергии:

$$\rho_0 D = \rho(D - v); \tag{1}$$

$$\rho_0 D v = p - p_0; \tag{2}$$

$$E - E_0 = \frac{p + p_0}{2}\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho\rho_0}\right), \tag{3}$$

где D — скорость распространения разрыва, которая принимается постоянной; p, ρ, v — давление, плотность и массовая скорость жидкости за фронтом разрыва. В свою очередь давление и плотность в области вне фронта связаны уравнением состояния в форме Тета:

$$p - p_0 = A\left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n - 1\right], \tag{4}$$

где A, n — константы, зависящие от рода жидкой среды. Совместное решение уравнений (1)–(3) для области слабых ударных волн позволяет найти следующие представления для параметров на фронте:

$$D = c_0\left(1 + \frac{n+1}{4}\bar{p} + \ldots\right); \tag{5}$$

$$v = c_0\left(1 - \frac{n-1}{4}\bar{p} + \ldots\right); \tag{6}$$

$$\bar{\rho} = 1 + \bar{p}\left(1 - \frac{n-1}{2}\bar{p} + \dots\right), \tag{7}$$

где $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$; $\bar{p} = (p - p_0)/(An)$.

Заметим, что линеаризованные представления уравнения Гюгонио (7) и уравнения Тета (4) полностью совпадают. Местную скорость звука в области за фронтом разрыва определим из известного выражения $c = (dp/d\rho)^{1/2}$, используя (4). После линеаризации получаем следующее представление для скорости акустической волны за фронтом:

$$c = c_0\left(1 + \frac{n-1}{2}\bar{p} + \dots\right). \tag{8}$$

Попутно заметим, что принимая для воды $c = D + v$, получаем соотношение для определения константы: $\frac{5+n}{4n} = \frac{n-1}{2n}$, откуда находим $n = 7$. Принимая $c_0 = 1500$ м/с из выражения для скорости звука в невозмущенной среде $c_0 = (An/\rho_0)^{1/2}$ получаем, что $A = 300$ МПа.

Так как скорость звуковой волны по (8) больше скорости ударной волны по (6), то звуковая волна догонит поверхность разрыва и отразится от него. Прошедшей волны не возникнет, так как скорость звука в невозмущенной среде перед фронтом меньше скорости разрыва ($c_0 < D$). Отсчет времени начинаем с момента соприкосновения акустической волны с фронтом разрыва. Отметим, что в течение времени взаимодействия параметры ударной волны (p, ρ, v) остаются постоянными величинами. Тогда потенциал скоростей падающей нестационарной акустической волны можно записать в виде

$$\phi_0(x, t) = \phi_0(t - x/c), \tag{9}$$

а потенциал скоростей отраженной волны — в виде

$$\phi_1(x, t) = \phi_1(t + x/c). \tag{10}$$

Во время взаимодействия акустической волны с поверхностью разрыва условие сохранения количества движения на фронте имеет вид

$$\rho_0 D(v + v_{01} + v_{11}) = p + p_{01} + p_{11}, \tag{11}$$

где p_{11}, v_{11} — параметры отраженной от разрыва акустической волны,

$$v_{01} = \frac{\partial\phi_0}{\partial x}, \quad v_{11} = \frac{\partial\phi_1}{\partial x}, \quad p_{01} = -\rho\frac{\partial\phi_0}{\partial x}, \quad p_{11} = -\rho\frac{\partial\phi_1}{\partial x}.$$

Плотность среды в области за фронтом определим из линеаризованного уравнения состояния (7), которое можно представить в виде

$$k = (1 + \bar{p})^{-1}, \tag{12}$$

где $k = \rho_0/\rho$.

Вычитая почленно из равенства (1) равенство (11), получаем условие для определения потенциала скоростей отраженной от разрыва акустической волны:

$$\left[kD\left(\frac{\partial\phi_0}{\partial x}+\frac{\partial\phi_1}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial\phi_0}{\partial t}+\frac{\partial\phi_1}{\partial t}\right)\right]_{|x=Dt}=0. \quad (13)$$

Воспользовавшись методом нелинейного преобразования времени [4] с учетом представлений (9), (10), из условия (13) получаем

$$\frac{d\phi_1\left((1+D/c)t\right)}{d\left((1+D/c)t\right)}=-\frac{1-KD/c}{1+KD/c}\,\frac{d\phi_0\left((1-D/c)t\right)}{d\left((1-D/c)t\right)}. \quad (14)$$

Теперь, учитывая линейность интеграла Коши–Лагранжа, из полученного соотношения (14) найдем представление для давления в отраженной от разрыва акустической волне

$$p_{11}(x,t)=-K_1p_{01}\left(K_2(t+x/c)\right), \quad (15)$$

где

$$K_1=\frac{1-K\bar{D}}{1+K\bar{D}}<1;\quad K_2=\frac{1-\bar{D}}{1+\bar{D}}<1;\quad \bar{D}=\frac{D}{c}.$$

Давление на фронте волны разрыва определится алгебраической суммой давлений:

$$p+p_{01}+p_{11}=p+p_{01}(t)-K_1p_{01}(K_2t). \quad (16)$$

Выражения (15), (16) дают решение поставленной задачи. Как видно из выражения (15), отраженная от разрыва акустическая волна по отношению к падающей меняет знак, профиль ее растягивается, амплитуда уменьшается.

В заключение выразим коэффициенты, входящие в выражение (15), через амплитуду давления в ударной волне:

$$\bar{D}=1-\frac{n-3}{4}\bar{p};\quad K_1=\frac{n+1}{8}\bar{p}\left(1+\frac{n+1}{8}\bar{p}\right);\quad K_2=\frac{\bar{p}}{2}\cdot\left(1+\frac{\bar{p}}{2}\right).$$

Принимая в записанных выше соотношениях $n=7$, что соответствует воде, находим:

$$\bar{D}=1-\bar{p};\quad K_1=\bar{p}(1+\bar{p});\quad K_2=\frac{\bar{p}}{2}\left(1+\frac{\bar{p}}{2}\right).$$

Для иной жидкости параметры A, n будут иметь другие численные значения, а следовательно, и последние соотношения — другой вид.

Список литературы

[1] *Красильщикова Е.А.* // ДАН СССР. 1977. Т. 246. Вып. 1. С. 35–38.
[2] *Поздеев В.А.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 6. С. 30–32.
[3] *Конторович В.М.* // Акуст. журн. 1959. Т. 5. Вып. 3. С. 314–323.
[4] *Поздеев В.А.* // ПММ. 1991. Вып. 6. С. 1055–1058.

Институт импульсных процессов и технологий
АН Украины
Николаев

Поступило в Редакцию
8 мая 1993 г.