

07
©1993

НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В МНОГОЛУЧЕВОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ ФАБРИ-ПЕРО

В.О.Гладышев, А.Н.Морозов

Интенсивность вышедшего из многолучевого резонатора Фабри-Перо (РФП) оптического излучения зависит от параметров настройки интерферометра и характеристик оптической накачки на входе в резонатор. Изменение с течением времени расстояния $x(t)$ между зеркалами, амплитуды $E_0(t)$ или фазы $\varphi_0(t)$ электромагнитной волны на входе в РФП приводит к изменению интенсивности прошедшего $I_T(t)$ и отраженного $I_R(t)$ света.

В данной работе показывается, что многолучевой резонатор Фабри-Перо обладает низкочастотным оптическим резонансом по отношению к указанным выше сигналам $x(t)$, $E_0(t)$ и $\varphi_0(t)$, причем частота, на которой наблюдается этот резонанс, меньше частоты, определяемой временем однократного переотражения светового луча в резонаторе, и существенно ниже диапазона оптических частот.

Физический механизм возникновения рассматриваемого в работе низкочастотного оптического резонанса связан с тем, что электромагнитная волна после n переотражений в РФП, где $n = \kappa/2\pi$, κ — фазовая настройка резонатора, имеет фазу, совпадающую с фазой начальной волны. Поэтому, если внешнее воздействие $x(t)$, $E_0(t)$ или $\varphi_0(t)$ имеют характер гармонического сигнала с периодом, равным времени n переотражений луча в РФП, то оптический отклик многолучевого резонатора на такие возмущения будет существенно выше, чем на воздействия, имеющие другую собственную частоту. То есть отклик РФП на указанные возмущения имеет четко выраженный резонансный характер, а сам эффект представляет собой возбуждение колебаний амплитуды стоячей электромагнитной волны в резонаторе.

Ниже приводится обоснование возникновения указанного низкочастотного оптического резонанса и обсуждается возможность его использования в большебазных интерферометрах Фабри-Перо.

Пусть на резонатор Фабри-Перо падает плоская электромагнитная волна с амплитудой $E_0(t)$ и фазой $\varphi_0(t)$. Тогда для интенсивности прошедшего и отраженного РФП излучения можно записать

$$I_T(t) = \varepsilon_0 c T_1 T_2 Y(t),$$

$$I_R(t) = (1 - \Delta_1) I_0(t) + \varepsilon_0 c T_1^2 Y(t). \quad (1)$$

Здесь $Y(t) = \frac{1}{T_1} \left\langle (\sum_{k=1}^{\infty} E_k)^2 \right\rangle$, $I_0(t) = \frac{1}{2} E_0 c E_0^2(t)$, E_k — амплитуда электромагнитной волны, падающей на второе зеркало после

k -циклов преотражений с учетом $\varphi_0(t)$ и смещения i -го зеркала $x_i(t)$, относительно начального положения, T_i — коэффициент пропускания i -го зеркала, ε_0 — диэлектрическая постоянная, c — скорость света в вакууме. $\Delta_i = 1 - T_i - R_i$ — потери при отражении от i -го зеркала, R_i — коэффициент отражения i -го зеркала, $i = 1, 2$.

Для фазовой настройки κ РФП при выполнении условия $\kappa \geq \geq 2\bar{\Delta}$, где $\bar{\Delta} = 1 - \bar{\mathbf{R}}$ — средние энергетические потери на зеркалах, $\bar{\mathbf{R}} = \sqrt{(1 - \Delta_1)(1 - \Delta_2)}$, выражение $Y(t)$ для многолучевого резонатора с $\bar{\Delta} \ll 1$ можно представить в интегральной форме

$$Y(t) = \frac{1}{4t_0} \int_{-\infty}^t \left\{ \bar{\mathbf{R}}^{\frac{t-\tau_1}{t_0}} E_0^2(\tau_1) + \frac{1}{t_0} E_0(\tau_1) \int_{-\infty}^{\tau_1} E_0(\tau_2) \bar{\mathbf{R}}^{\frac{2t-\tau_1-\tau_2}{2t_0}} \cos \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{k_e}{t_0} \int_{\tau_2}^{\tau_1} x(\tau_3) d\tau_3 + \frac{\kappa}{2t_0} (\tau_1 - \tau_2) + \varphi_0(\tau_1) - \varphi_0(\tau_2) \right] d\tau_2 \right\} d\tau_1, \quad (2)$$

где $t_0 = L_0/c$, L_0 — невозмущенное расстояние между зеркалами РФП, $k_e = 2\pi/\lambda_e$ — волновой вектор электромагнитной волны накачки, $x(t) = x_2(t) - x_1(t)$ — относительное смещение зеркал.

Уравнение (2) может быть представлено в виде системы дифференциальных уравнений

$$\dot{Y} + \beta Y = \frac{1}{4t_0^2} E_0(t) Z(t) + \frac{1}{4t_0} E_0^2(t), \quad (3)$$

$$\ddot{Z} + 2\gamma \dot{Z} + \omega_0^2 Z = \dot{E}_0(t) + r E_p(t), \quad (4)$$

где $\beta = -\frac{\ln \bar{\mathbf{R}}}{t_0}$, $\gamma = -\frac{\ln \bar{\mathbf{R}}}{2t_0} - \frac{\dot{\Phi}(t)}{2\Phi(t)}$, $r = -\frac{\ln \bar{\mathbf{R}}}{2t_0} - \frac{\dot{\Phi}(t)}{\Phi(t)}$, $\omega_0^2 = \dot{\Phi}^2 + + \frac{\ln \bar{\mathbf{R}}}{2t_0} \left(\frac{\ln \bar{\mathbf{R}}}{2t_0} + \frac{\dot{\Phi}}{\Phi} \right)$, $\dot{\Phi}(t) = \frac{\varphi}{2t_0} + \frac{k_e x(t)}{t_0} + \dot{\varphi}_0(t)$.

Как следует из уравнения (4), величина Z подчиняется уравнению осциллятора с одной степенью свободы. Если воздействие $X(t)$, $E_0(t)$ или $\varphi_0(t)$ имеют вид гармонического сигнала на частоте, совпадающей с собственной частотой осциллятора ω_0 , возникает низкочастотный оптический резонанс, добротность которого обратно пропорциональна потерям на зеркалах.

Рассмотрим случай, когда по гармоническому закону изменяется только $X(t)$ ($E_0(t) = E_0$; $\varphi_0(t) = \varphi_0$). Тогда при выполнении условий $\bar{\Delta} \ll 1$ и $k_e x(t) < \bar{\Delta}$ из уравнения (4) можно записать следующие выражения для параметров низкочастотного оптического резонанса:

$$\omega_0 = \frac{\kappa}{2t_0} \quad (5)$$

— резонансная частота,

$$\gamma = \frac{\bar{\Delta}}{2t_0} \quad (6)$$

— коэффициент затухания,

$$Q = \frac{\kappa}{2\bar{\Delta}} \quad (7)$$

— добротность низкочастотного оптического резонанса.

Как следует из приведенных формул, для реальных параметров κ , $\bar{\Delta}$ и t_0 , используемых в многолучевых РФП, резонансная частота ω_0 находится в диапазоне $10^{-1} \dots 10^6$ Гц, что доказывает существование в такой общепризнанно широкополосной системе, как интерферометр Фабри–Перо оптического резонанса на низких частотах.

Добротность колебаний, описываемых уравнением (4), может достигать $10^2 \dots 10^4$, в зависимости от параметров РФП. Добротность Q любого резонатора Фабри–Перо больше единицы и зависит только от фазовой настройки и качества зеркал РФП. Поэтому, используя зеркала с потерями порядка $\bar{\Delta} = 10^3 \dots 10^{-5}$ [1], можно сравнительно легко на 2–3 порядка повысить чувствительность интерферометра Фабри–Перо в области резонанса к любому из сигналов $x(t)$, $E_0(t)$ или $\varphi_0(t)$.

Детальное исследование резонансных свойств РФП было проведено на основе численного решения самосогласованной системы из дифференциальных уравнений, описывающих движение зеркал РФП и возбуждение стоячей электромагнитной волны в резонаторе. В расчетах использовались параметры, характерные для лазерных интерференционных гравитационных антенн третьего поколения, основными элементами которых являются большебазные многолучевые свободно-массовые РФП.

Гравитационно-волновой сигнал моделировался квазигармоническим сигналом вида $h(t) = h_0 \alpha^2 t^2 \exp(-\alpha t) \sin \omega t$, где h_0 — амплитуда возмущения метрики, α — затухание, ω — частота сигнала. Величина $h(t)$ соответствует изменению длины резонатора $x(t) = h(t) \cdot L_0/2$.

Результаты расчетов приведены на рис. 1 и 2. Рис. 1 иллюстрирует резонансный характер отклика РФП для воздействия $h(t)$ с амплитудой $h_0 = 10^{-19}$ отн.ед. на частоте $\omega = \omega_0 = 2$ кГц при следующих параметрах РФП: $L_0 = 3 \cdot 10^3$ м, $\kappa_0 = 0.25$, $\bar{\Delta} = 0.006$ ($Q = 20$). Интенсивность падающей электромагнитной волны принималась равной $I_0 = 0.1$ Вт, волновой вектор $k_e = 10^7$ м⁻¹. Как видно из рис. 1, максимум отклика $dW(t)$ отстает от максимума $h(t)$ на интервал времени δt , что свидетельствует о характерном для резонансного возбуждения осциллятора постепенном увеличении амплитуды отклика РФП.

При частотах воздействий $\omega > \omega_0$ огибающая отклика $\Gamma(t)$ носит колебательный характер. Показанная на вставке рис. 1 качественная зависимость $\delta t(\omega)$ указывает на то, что максимум запаздывания отклика $\delta t(\omega)$ соответствует первому максимуму огибающей $\Gamma(t)$ и приходится на резонансную частоту ω_0 .

График мощности выходного оптического сигнала $W_s(\omega)$ в полосе $(\omega_0 - 500, \omega_0 + 500)$ Гц для указанных выше параметров РФП и оптической накачки представлен на рис. 2. Как следует из приведенного графика, прямое численное решение самосогласованной

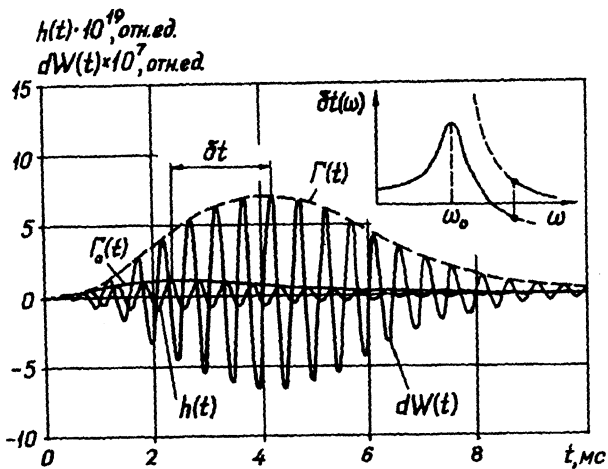


Рис. 1.

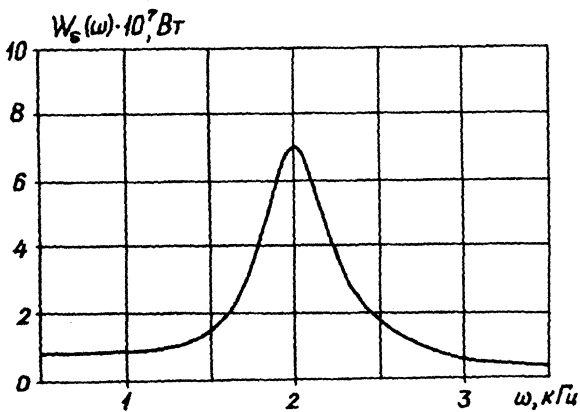


Рис. 2.

системы дифференциальных уравнений движения зеркал РФП в поле возмущающего воздействия также свидетельствует о наличии у РФП низкочастотных резонансных свойств.

Установленные резонансные свойства РФП влияют на чувствительность измерений в области низких частот и увеличивают вероятность обнаружения слабого сигнала при соответствующей фазовой настройке уже существующих и строящихся интерферометров [2,3].

В заключение следует отметить, что увеличение κ в свободно-массовом РФП, обеспечивающее высокую добротность низкочастотного оптического резонанса, приводит к снижению нелинейного эффекта переноса низкочастотных колебаний зеркал в высокочастотную область спектра [4] и также увеличивает потенциальную чувствительность измерительной системы.

Список литературы

- [1] *Whitcomb S.E. et al. // Proc. Third Marcel Gross. Meeting on Gen. Relativity / Ed. by Hu Ning. 1983. Part A. Amsterdam, 1983. P. 1399-1405.*
- [2] *Houghr J. et al. // Lect. Notes Phys. 1984. N 212; Gravitat., Geometry and Relativistic Phys. Proc. Relativistes, Aussions, May 2-5, 1984. P. 204-212.*
- [3] *Bradaskia C. et al. // Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res. A. 1990. V. 289. N 3. P. 518-525.*
- [4] *Морозов А.Н., Гладышев В.О. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 5. С. 57-60.*

Московский государственный
технический университет им. Н.Э.Баумана

Поступило в Редакцию
15 апреля 1992 г.
В окончательной редакции
22 июня 1993 г.