

01;09
©1993

ИЗМЕНЕНИЕ СТРУКТУРЫ СТРАННОГО АТТРАКТОРА ПРИ ПОЛОСОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

А.А.Кипчатов, Л.В.Красичков

Исследование сложных и хаотических процессов по временным реализациям широко обсуждается в последние годы как возможный путь создания новых средств диагностики колебательных и волновых явлений (см., например, [1]). В основе анализа временных реализаций лежит процедура восстановления аттракторов методом временных задержек [2] и алгоритм количественной оценки метрической сложности аттрактора по корреляционной размерности [3]. Однако почти всегда сигнал, которому соответствует исследуемая временная реализация, прежде чем попасть на устройство анализа, проходит через некоторую передающую цепь, обладающую, по крайней мере, частотнозависимыми свойствами. Такая цепь может заметно влиять на характеристики колебаний и возникающие изменения должны быть учтены при диагностике сигнала. Отметим, что в настоящее время вопрос о трансформации хаотических колебаний нелинейными и инерционными цепями нашел слабое отражение в литературе [4,5]. Сравнение же характеристик хаотических колебаний на входе и выходе даже простейших линейных фильтров свидетельствует о нетривиальности процесса прохождения через них подобных сигналов. Поэтому исследование изменений характеристик хаотических колебаний при их прохождении через фильтры представляет интерес.

В численном эксперименте по анализу прохождения хаотических сигналов использовался линейный полосовой фильтр 6-го порядка с максимально плоской АЧХ [6]. Такой фильтр является неавтономной детерминированной динамической системой. В безразмерных переменных процессы в нем описываются следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= \frac{d^2 h(t)}{dt^2} - \frac{3}{2} \Omega \dot{w} - \dot{v} + \omega_0^2 (h(t) - u), \\ \ddot{v} &= 2\Omega^2 \dot{u} - \omega_0^2 v, \\ \ddot{w} &= \ddot{u} - \frac{1}{2} \Omega \dot{w} + \omega_0^2 (u - w), \end{aligned} \quad (1)$$

где $h(t)$ — входной сигнал, $w(t)$ — выходной сигнал, Ω — ширина полосы пропускания фильтра, ω_0 — центральная частота. На вход фильтра подавался сигнал, генерируемый системой Ресслера [7]

$$\dot{x} = -(y + z), \quad \dot{y} = x + \epsilon y, \quad \dot{z} = f = \mu z + xz, \quad (2)$$

где $\epsilon = f = 0.2$, $\mu = 4.6$. При этих значениях параметров в системе Ресслера (2) имеет место режим хаотических колебаний. Интегрирование объединенной системы уравнений (1) и (2) (при $h(t) = x$) проводилось совместно методом Рунге–Кутты 4-го порядка с шагом по времени $dt = 0.04$. Переходные процессы (20 000 первых шагов) исключались из рассмотрения.

По входному $h(t)$ и выходному $w(t)$ сигналам восстанавливались фазовые портреты, отображения последования и оценивались корреляционные размерности. При этом были выбраны следующие параметры алгоритма восстановления [2]: постоянная времени восстановления $\tau = 1.0$, размерность пространства вложения $m = 9$. Корреляционная размерность D_c оценивалась по длине реализации $N = 2 \cdot 10^4$ методом Грассбергера–Прокаччия [3], т.е. размерность определялась как тангенс угла наклона корреляционного интеграла $C(\epsilon)$, построенного в двойных логарифмических координатах. При данных параметрах наблюдалось полное совпадение перечисленных характеристик системы Ресслера, полученных в истинном фазовом пространстве, с характеристиками аттрактора, восстановленного по единственной переменной. Особо следует отметить то, что построена кривая, представляющая собой тангенсы углов наклона локальных участков корреляционного интеграла [8]. Такое построение дает величину корреляционной размерности D_c как функцию масштаба наблюдения. Введен масштаб наблюдения $E = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)$ (ϵ_0 — максимальный размер аттрактора, выраженный в dB), который позволяет количественно оценивать сложность аттрактора при различных разрешениях и соотносить эти оценки с амплитудами различных компонент исследуемых колебаний.

Полосовой фильтр, описываемый системой (1), как линейная система имеет два основных параметра: центральную частоту ω_0 и ширину полосы пропускания Ω . Хаотические колебания, генерируемые системой Ресслера при выбранных параметрах, имеют характерный для хаоса, возникшего по сценарию Фейгенбаума, спектр с пиком основной частоты $\omega_1 \simeq 1.0$. Фильтр “настраивался” таким образом, чтобы выделить частоту ω_1 и подавить все остальные компоненты, т.е. выполнялось условие $\omega_0 \simeq \omega_1$. Ширина полосы пропускания Ω варьировалась. На рис. 1

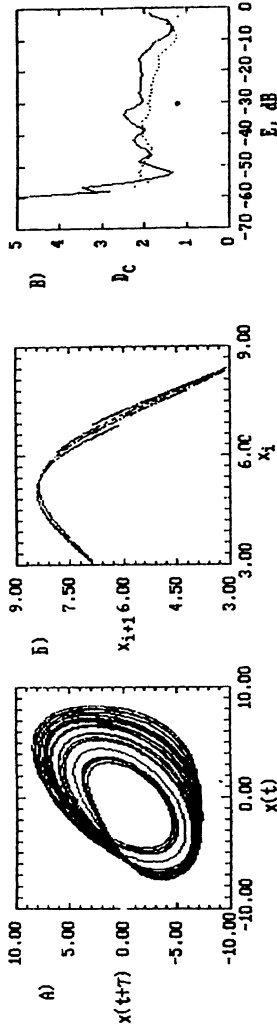


Рис. 1.

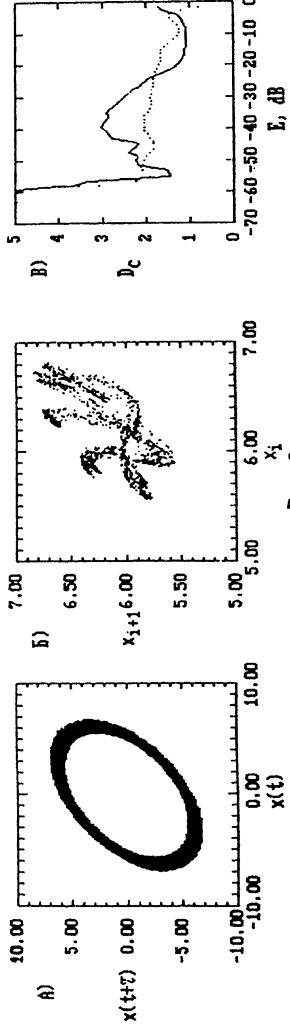


Рис. 2.

Рис. 1. Фазовый портрет (а), отображение последования (б) и корреляционная размерность (в) сигнала, прошедшего через полосовой фильтр. $\Omega = 2.0$. Точками на графике $D_c(E)$ обозначена размерность исходного хаотического сигнала.

Рис. 2. Фазовый портрет (а), отображение последования (б) и корреляционная размерность (в) сигнала, прошедшего через полосовой фильтр. $\Omega = 0.25$. Точками на графике $D_c(E)$ обозначена размерность исходного хаотического сигнала.

и 2 представлены фазовые портреты, отображения последования и корреляционные размерности аттракторов, полученные по выходному сигналу фильтра при различных полосах пропускания Ω . При широкой полосе пропускания $\Omega = 2.0$ (рис. 1) эти качественные и количественные характеристики аттрактора лишь незначительно отличаются от хорошо известных характеристик для аттрактора Ресслера. По мере уменьшения полосы пропускания Ω фазовый портрет эволюционирует к "зашумленному предельному циклу" (рис. 2,а). Происходящее явление соответствует логике выделения основного сигнала ω_1 из зашумленного спектра. Однако эволюция отображений последования при уменьшении Ω показывает, что лента аттрактора начинает многократно складываться, пересекаясь сама с собой, и окончательно при $\Omega = 0.25$ имеет вид, представленный на рис. 2,б. Зависимость корреляционной размерности от масштаба наблюдения хорошо иллюстрирует происходящее явление. На больших масштабах наблюдения размерность падает, стремясь к единице, за счет стремления аттрактора превратиться в предельный цикл, а на малых ($E \leq -20dB$) возрастает, достигая трех, за счет усложнения внутренней структуры аттрактора.

Таким образом, фильтрация хаотического сигнала приводит к изменению структуры аттрактора, делая его неоднородным. При этом на малых масштабах наблюдения аттрактор усложняется, т.е. увеличивается степень его хаотичности, что хорошо диагностируется корреляционной размерностью как функцией масштаба наблюдения $D_c(E)$.

Работа выполнена при поддержке программой "Университеты России". Авторы выражают благодарность Д.И.Трубецкову за внимание, проявленное к работе, и полезные замечания по тексту статьи.

Список литературы

- [1] Drazin P.G., King G.P. // *Physica D*. 1992. V. 58. P. VII-XI.
- [2] Takens F. In: *Lecture Notes in Mathematics* / Ed. by Rand D.A., Young L.S. Berlin: Springer, 1981. V. 898. P. 366-382.
- [3] Grassberger P., Procaccia I. // *Phys. Rev. Lett.* 1983. V. 50. N 3. P. 346-349.
- [4] Schreiber Th., Grassberger P. // *Phys. Lett. A*. 1991. V. 160. P. 441-418.
- [5] Mithke F. // *Phys. Rev. A*. 1990. V. 41. N 2. P. 1169-1171.
- [6] Хьюлсман Л.П., Аллен Ф.Е. Введение в теорию и расчет активных фильтров. М.: Радио и связь, 1984. 384 С.
- [7] Rössler O.E. // *Phys. Lett. A*. 1976. V. 57. P. 397-398.
- [8] Купчатов А.А., Красичков Л.В., Андрушкевич А.В. Докл. Междунар. сем. "Нелинейные цепи и системы". Москва, 16-18 июня 1992. Т. 2. С. 308-317.