1994 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 36, № 1
1994 SOLID STATE PHYSICS Vol. 36, N 1

ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИЙ ФЕРРОМАГНЕТИК СО СЛУЧАЙНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ДЗЯЛОШИНСКОГО: МЕТОД РЕНОРМГРУППЫ СРЕДНЕГО ПОЛЯ

Л.А.Серков, В.О.Швалев

Метод ренормгруппы среднего поля применяется для изучения критических свойств гейзенберговских ферромагнетиков ($s = 1/2$) со случайным взаимодействием Дзялошинского. Построены фазовые диаграммы и оценены значения критического показателя корреляционной длины для квадратных и кубических решеток.

Одним из источников неколлинеарных конфигураций в гейзенберговских ферромагнетиках является спин-спиновое взаимодействие типа

$$H_D = \mathbf{D}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}_i \times \boldsymbol{\sigma}_j).$$

Дзялошинский [1] первый изучил это взаимодействие и показал, что оно может быть ответственным за наблюдаемый слабый ферромагнетизм в $\alpha = Fe_2O_3$. Взаимодействие Дзялошинского (в иностранной литературе его называют взаимодействием Дзялошинского — Мориа) может иметь место только при определенных условиях симметрии. В частности, если между спинами $\boldsymbol{\sigma}_i$ и $\boldsymbol{\sigma}_j$ имеется центр инверсии, то $\mathbf{D}_{ij} = 0$, потому что операция инверсии обращает знак H_D. Поэтому в кристаллах с локальным нарушением симметрии взаимодействие Дзялошинского может иметь случайное значение. При этом локальное нарушение симметрии в области, охватывающей порядка двух координационных сфер, может затрагивать лишь ориентационные степени свободы без нарушения трансляционного порядка (т.е. при сохранении межатомного расстояния). Такое нарушение симметрии может иметь место при негауссовском распределении флуктуаций концентрации состава сплавов, твердых растворов [2,3]. Таким образом, в ферромагнетиках с описанным локальным нарушением симметрии будет флуктуировать лишь параметр взаимодействия Дзялошинского. Именно такие ферромагнетики и являются предметом изучения в настоящей работе.

Влияние этого взаимодействия на критические свойства чистых гейзенберговских ферромагнетиков изучалось ранее в работах [4,5], из которых следует, что эффект взаимодействия Дзялошинского не приводит к новому классу универсальности гейзенберговского ферромагнетика.

В данной работе изучается влияние случайного взаимодействия Дзялошинского на критические свойства анизотропного гейзенберговского ферромагнетика с $s = 1/2$ методом ренормгруппы среднего поля. Отметим, что метод ренормгруппы среднего поля (MFRG) является одной из разновидностей методов ренормгруппы в реальном пространстве. Рекурсивная природа этих методов, основанных на масштабном преобразовании, позволяет изучать все особенности, связанные с критическими явлениями.

Более детальное описание метода MFRG будет дано ниже, а сейчас лишь отметим, что этот метод широко используется для описания критических свойств различных классических и квантовых магнитных систем и дает вполне удовлетворительные результаты [6–8].

Спиновый гамильтониан изучаемой системы с $s = 1/2$ в общем случае выглядит следующим образом:

$$-H = \sum_{\langle ij\rangle}[K(\sigma_i^x\sigma_j^x + \sigma_i^y\sigma_j^y) + K_z\sigma_i^z\sigma_j^z] - \sum_{\langle ij\rangle}\mathbf{D}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}_i \times \boldsymbol{\sigma}_j), \qquad (1)$$

где K и K_z — обменные взаимодействия ближайших соседей; $K = J/kT$; $K_z = J_z/kT$; K, $K_z > 0$; σ_i^α ($\alpha = x$, y, z) — матрицы Паули; суммирование происходит по всем узлам d-мерной решетки.

Без потери общности рассуждений будем считать, что $\mathbf{D}_{ij} = K\Delta_{ij}z$ и $K_z = K\delta$. Тогда гамильтониан (1) можно представить в форме

$$-H = \sum_{\langle ij\rangle}\frac{K_z}{\delta}[(\sigma_i^x\sigma_j^x + \sigma_i^y\sigma_j^y) + \delta\sigma_i^z\sigma_j^z - \Delta_{ij}(\sigma_i^x\sigma_j^y - \sigma_i^y\sigma_j^x)]. \qquad (2)$$

Параметр Δ_{ij} описывает случайное взаимодействие Дзялошинского с плотностью вероятностей

$$P(\Delta_{ij}) = p\delta(\Delta_{ij} - \Delta) + (1-p)\delta(\Delta_{ij}). \qquad (3)$$

Рассмотрим критические свойства гамильтониана (2) методом MFRG. Метод MFRG заключается в нахождении намагниченностей $m_{N'}$ ($\mathbf{K}'$, p', b') и m_N ($\mathbf{K}$, p, b) (параметров порядка двух различных кластеров из N' и N спинов, $N > N'$) [6]; $\mathbf{K} = (\mathbf{K}_z, \delta, \Delta)$ представляют собой параметры взаимодействия в гамильтониане (2); b — эффективная намагниченность, действующая на граничные спины кластера. Ввиду того что вблизи критической поверхности b является малой величиной, можно записать

$$m_N(\mathbf{K}, p, b) = f_N(\mathbf{K}, p)b.$$

Запишем скейлинговое соотношение между $m_{N'}$ и m_N в форме [6]

$$m_{N'}(\mathbf{K}', p', b') = L^{d-y_H}m_N(\mathbf{K}, p, b), \qquad (4)$$

$$L = \left(\frac{N}{N'}\right)^{1/d}, \qquad (4a)$$

L — масштабный фактор, d — размерность пространства, $d - y_H$ — критический индекс.

Предполагая аналогичным скейлинговое соотношение между граничными намагниченностями b' и b, т.е. $b' = L^{d-y_H} b$, получим [6]

$$f_{N'}(\mathbf{K}', p') = f_N(\mathbf{K}, p). \tag{5}$$

Уравнение (5) является ренормгрупповым рекурсионным соотношением между параметрами взаимодействия в гамильтониане. Критическая поверхность получается из условия $\mathbf{K}' = \mathbf{K} = \mathbf{K}^*$, $p' = p$ (условие наличия неподвижных точек уравнения (5)).

Для применения метода MFRG к гамильтониану (2) рассмотрим кластеры из одного, двух, четырех спинов. Параметром порядка является усредненная намагниченность

$$m_N = \langle \sigma^z \rangle_N = \int \prod_{\langle ij \rangle} d\Delta_{ij} P(\Delta_{ij}) \langle \sigma^z \rangle_N, \tag{6}$$

$$\langle \sigma^z \rangle_N = \mathrm{Tr} \sigma^z e^{-\beta H_N} / \mathrm{Tr} e^{-\beta H_N}. \tag{7}$$

Фигурирующий в (7) H_N является гамильтонианом N-частичного кластера. В частности, для рассматриваемого в данной работе кластера из двух спинов

$$H_2 = \frac{K_z}{\delta}[(\sigma_1^x \sigma_2^x + \sigma_1^y \sigma_2^y) + \delta \sigma_1^z \sigma_2^z - \Delta_{12}(\sigma_1^x \sigma_2^y - \sigma_1^y \sigma_2^x)] +$$
$$+ b(z-1) K_z (\sigma_1^z + \sigma_2^z), \tag{8}$$

z — координационное число. Гамильтониан H_4 ввиду его громоздкости мы не приводим.

Сравним усредненные намагниченности кластеров из $N' = 1$ и $N = 2$ спинов. Заметим, что в этом случае проблем с диагонализацией матриц гамильтонианов H_1 и H_2 не возникает. Рекурсионное уравнение (5) будет выглядеть следующим образом:

$$zK_z' = 2(z-1)K_z \left[\frac{p}{1 + \exp(-2K_z)\,\mathrm{ch}\left(\frac{2K_z\sqrt{1+\Delta^2}}{\delta}\right)} + \right.$$
$$\left. + \frac{1-p}{1 + \exp(-2K_z)\,\mathrm{ch}(2K_z/\delta)} \right]. \tag{9}$$

Подобное рекурсионное уравнение можно получить и для кластеров больших размеров. Однако в последнем случае возникает проблема аналитической диагонализации гамильтониана.

В данной работе изучался кластер из $N = 4$ спинов. С помощью разбития матрицы 16×16 гамильтониана H_4 на блоки и с учетом симметрии аналитически вычислено 12 собственных значений и численно найдены 4 собственных значения блочной матрицы 4×4 гамильтониана H_4.

Анализируя уравнение (9), можно заметить, что знак параметра взаимодействия Дзялошинского Δ иррелевантен при вычислении спектра собственных значений, т.е. собственные значения матриц H (K_z, δ, Δ) и H (K_z, δ, $-\Delta$) совпадают. Это подтверждают результаты работ [4,5], а именно: эффект взаимодействия Дзялошинского не приводит к новому классу универсальности гейзенберговского ферромагнетика, о чем уже сообщалось выше, а приводит к перенормировке параметра $\delta \to \delta_R = \delta/\sqrt{1+\Delta^2}$.

На рис. 1 приведена зависимость критической температуры от величины параметра взаимодействия Дзялошинского при различных значениях степени этого взаимодействия P для квадратной (a) и кубической (b) решеток для $N' = 1$ и $N = 2$ спиновых кластеров.

Влияние параметра анизотропии δ на критические свойства гейзенберговских ферромагнетиков рассматривалось ранее во многих рабо-

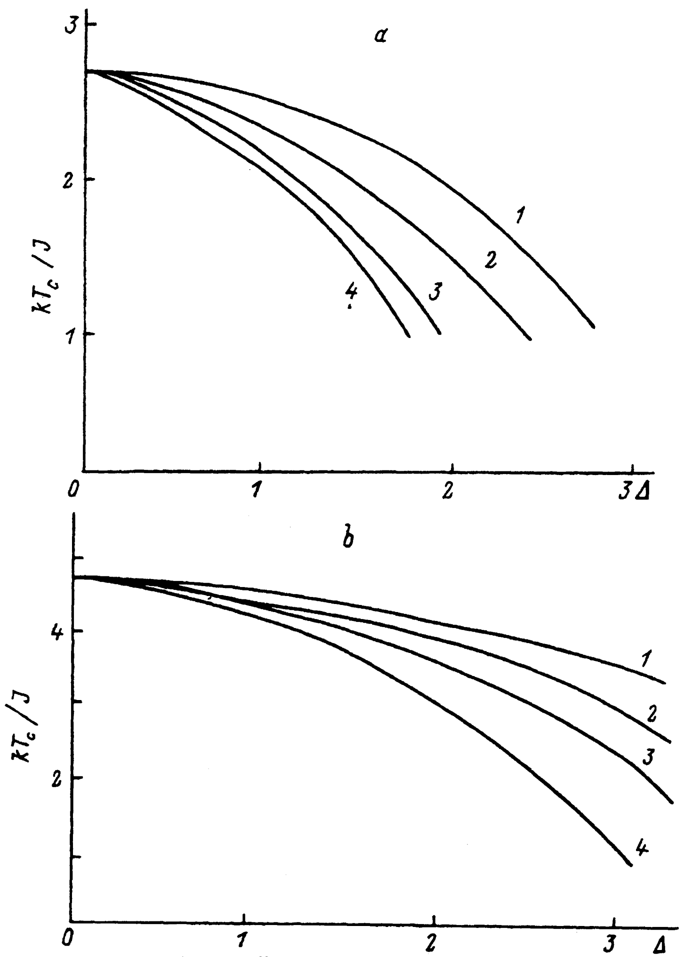

Рис. 1. Зависимость критической температуры kT_c/J от параметра Δ при различных значениях p для квадратной (a) и кубической (b) решеток $\delta = 2$, $N' = 1$, $N = 2$.
$p = 0.2$ (1), 0.6 (2), 0.8 (3), 1.0 (4).

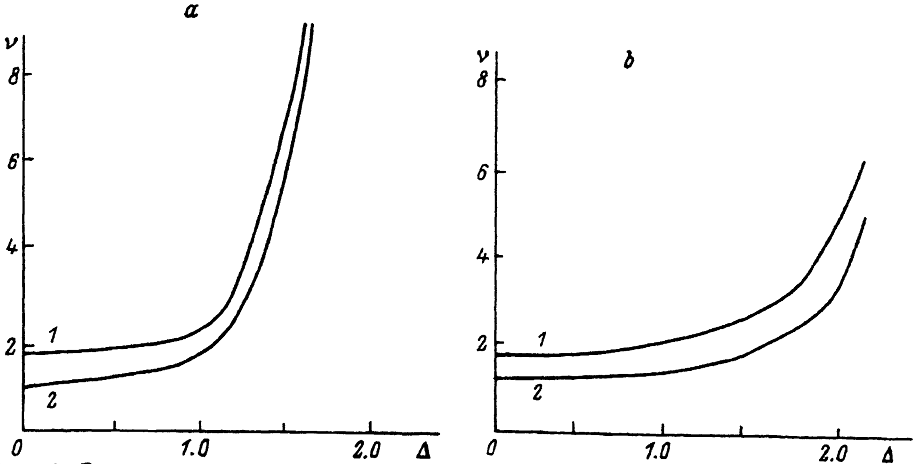

Рис. 2. Зависимость критического показателя ν от параметра Δ для квадратной (a) и кубической (b) решеток. $\delta = 2$, $p = 1$.

тах [9,10], и поэтому в данной работе это влияние не изучалось. Для определенности выбрано значение $\delta = 2$.

Так как для двумерного изотропного гейзенберговского ферромагнетика $kT_c/J = 0$, то для $\delta = 2$ в нашем случае фазовый переход прекращается при различных p, когда параметр $\delta_R = \delta/\sqrt{1+\Delta^2}$ становится равным единице (или $\Delta = \sqrt{3}$). Это отражено на рис. 1,a. В случае $d = 3$ (рис. 1,b) ход зависимости kT_c/J от Δ при различных p качественно схож с таковым на рис. 2 для $d = 2$. Однако для кубических решеток обрыв зависимости kT_c/J от Δ при $p = 0.4 \div 1$ связан не с особенностями модели, а со спецификой метода MFRG.

Найдем значение критического показателя корреляционной длины ν. Этот показатель рассчитывается при линеаризации рекурсионного уравнения (5) вблизи неподвижной точки и при использовании соотношения

$$\frac{\partial K_z'}{\partial K_z}/K_z^* = L^{1/\nu}, \tag{10}$$

где L определяется уравнением (4a).

Зависимость критического показателя ν от параметра Δ при $\delta = 2$ и $p = 1$ приведена на рис. 2,a ($d = 2$) и рис. 2,b ($d = 3$) для кластеров с $N' = 1$ и $N = 2$ (кривые *1*) и $N' = 2$ и $N = 4$ (кривые *2*). На всех кривых присутствует ярко выраженный кроссовер при $\Delta = \sqrt{3}$. Следует отметить, что значения ν для кластеров с $N' = 2$ и $N = 4$ являются более точными, чем в случае с $N' = 1$ и $N = 2$. Так, например, при $\Delta = \sqrt{3}$ (изотропный ферромагнетик) для кубической решетки ($z = 6$) $\nu = 2.22$ для кластеров с $N' = 1$ и $N = 2$ спинами и $\nu = 1.67$ для кластеров с $N' = 2$ и $N = 4$ спинами. Заметим, что точное значение ν для изотропного гейзенберговского ферромагнетика равно 1.39 [11]. Кроме того, отметим, что недостатком метода MFRG является нечувствительность результатов расчета для значений $p \to p_c$, $1 - p_c$ (p_c — порог протекания), когда в системе появляется новая «геометрическая»длина. Это приводит к появлению новой фиксированной точки с дальнодействующими корреляциями флуктуаций параметра Дзялошинского, и в данном случае точное значение показателя $\nu = 2/(d - 2 + \eta)$ [12].

В заключение следует отметить, что преимуществом метода MFRG по сравнению с другими методами ренормгруппы в реальном пространстве является меньшая громоздкость и относительная простота. С другой стороны, увеличивая размеры спиновых кластеров, с помощью метода MFRG можно получить результаты, близкие к точным. Кроме того, существуют другие способы улучшения результатов MFRG. Один из них, в частности, предложен в работе [13].

Список литературы

[1] Dzyaloshinsky I.E. // J. Phys. Chem. Solids. 1958. V. 4. P. 241–252.
[2] Chudnovsky E.M. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. P. 4865–4869.
[3] Серков Л.А. // Расплавы. 1989. В. 5. С. 69–73.
[4] Liu L.L. // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 31. P. 459–462.
[5] Claudette E.Cordeiro, de Mello E.V., Continentino M.A. // Z. Phys. B. 1991. V. 85. P. 307–310.
[6] Indekeu O., Maritan A., Stella A.L. // J. Phys. A. 1982. V. 15. P. L291–L296.
[7] Droz M., Maritan A., Stella A.L. // Phys. Lett. A. 1982. V. 92. P. 287–292.
[8] Droz M., Pekalski A. // Phys. Lett. A. 1985. V. 107. P. 89–92.
[9] Stinchcombe R.B. // J. Phys. C. 1981. V. 14. P. 397–424.
[10] Mariz A.M., Tsallis C., Caride A.O. // J. Phys. C. 1985. V. 18. P. 4189–4193.
[11] Takano H., Suzuki M. // J. Stat. Phys. 1981. V. 26. P. 635–645.
[12] Weinrib A., Halperin B.I. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. P. 413–427.
[13] Серков Л.А. // Теоретическая и математическая физика. 1992. Т. 92. В. 1. С. 92–97.

Курганский государственный
педагогический институт

Поступило в Редакцию
22 марта 1993 г.
В окончательной редакции
2 августа 1993 г.