

©1994

## О ВЛИЯНИИ ВАКАНСИЙ НА РАБОТУ ВЫХОДА ПОЗИТРОНА И ПОЗИТРОНИЯ ИЗ МЕТАЛЛА

*В.В.Погосов, И.Т.Якубов*

Теоретически исследовано состояние позитрона в вакансии для некоторых простых, благородных и переходных металлов. В модели стабильного желе вычислены энергии связи позитрона в вакансии, а также работы выхода позитрона и позитрония. Расчеты показывают, что для металлов, обладающих отрицательными работами выхода нелокализованного позитрона, наличие вакансий в приповерхностной области приводит к изменению знака работ выхода.

Важной характеристикой состояния позитронов в металле является его работа выхода. Для ряда металлов работа выхода свободных позитронов  $W_p$  отрицательна. Этому соответствует наблюдаемая на опыте интенсивная обратная эмиссия инжектированных позитронов. Измерения времени жизни позитронов, потока вторичной эмиссии, работы выхода позволяют судить о дефектном состоянии вещества [1].

Позитрону, встретившемуся с вакансией, может быть энергетически выгодным локализоваться в ней [2]. Механизм резонансного рассеяния на моновакансиях обеспечивает очень высокие скорости захвата [3], что приводит, естественно, к увеличению времени его жизни в образце, которое наблюдалось на опыте [4].

В работе [5] наблюдалось ослабление интенсивности позитронов, эмиттирующих в результате диффузии из алюминиевого образца, содержащего дефекты. Объяснением этого эффекта может быть изменение знака работы выхода позитрона вследствие его локализации в приповерхностной вакансии, откуда он туннельным переходом может оказаться уже в поверхностном состоянии и там аннигилировать.

Работа выхода локализованного в вакансии позитрона  $W_p^{\text{vac}}$  отличается от  $W_p$  на величину энергии связи позитрона в вакансии  $E_b$ .

$$W_p^{\text{vac}} = W_p + E_b. \quad (1)$$

Если  $W_p < 0$ , то возможно изменение знака работы выхода,  $W_p^{\text{vac}} > 0$ . К числу металлов с отрицательными значениями  $W_p$  относятся, например, медь, алюминий, железо, молибден, никель, хром, титан. Для них в [6–10] из анализа энергетического спектра обратной эмиссии были получены значения  $W_p$ .

Одним из каналов фиксации обратной эмиссии позитронов служит регистрация «эмиссии» атомов позитрония. В работе [11] была доказана невозможность образования  $\text{Ps}$  в объеме металла. Атомы  $\text{Ps}$

образуются на хвосте электронного распределения за поверхностью [12]. Работа выхода атома Ps зависит от того, свободен позитрон в металле ( $W_{ps}$ ) или он локализован ( $W_{ps}^{\text{vac}}$ )

$$W_{ps} = W_e + W_p - Ry/2,$$

$$W_{ps}^{\text{vac}} = W_{ps} + E_b, \quad (2)$$

где  $W_e$  — работа выхода электрона,  $Ry = 13.6 \text{ eV}$ . С ростом температуры наблюдается уменьшение  $W_{ps}$  по абсолютной величине (см. [12, 13] и содержащиеся там ссылки).

Как  $W_e$ , так и  $W_p$  является тензорной величиной, поскольку зависит от кристаллографического направления грани (см. обзор [14]).

Работа выхода позитрона может быть вычислена, если использовать метод функционала плотности. Его простейшая реализация дала хорошие результаты при расчете работы выхода электронов [15, 16] и позитронов [17–21].

В данной статье мы сообщаем о вычислении работ выхода позитрона и позитрония, определенных как (1) и (2) для 11 металлов. Для этого впервые использована предложенная недавно форма записи функционала плотности [22], хорошо апробированная при расчетах различных свойств металлов.

## 1. Позитрон в моновакансии

Для вычисления работ выхода позитрона надо вычислить энергию металла с позитроном в вакансии  $E_{\text{tot}}^{(1)}$ , энергию металла с «пустой» вакансией и «свободным» позитроном  $E_{\text{tot}}^{(2)}$  и энергию металлического образца и позитрона, находящегося вдали от него  $E_{\text{tot}}^{(3)}$ . Тогда

$$W_p = E_{\text{tot}}^{(3)} - E_{\text{tot}}^{(2)},$$

$$W_p^{\text{vac}} = E_{\text{tot}}^{(3)} - E_{\text{tot}}^{(1)},$$

$$E_b = E_{\text{tot}}^{(2)} - E_{\text{tot}}^{(1)}. \quad (3)$$

Величину  $E_{\text{tot}}$  мы определяем как

$$E_{\text{tot}} = E_{sj} + E_v, \quad (4)$$

где  $E_s$  — энергия металла в модели стабильного железа,  $E_p$  — энергия позитрона. Удобно принять  $E_p^{(3)} = 0$ , если позитрон находится далеко вне металла. Тем самым выбран уровень отсчета энергии.

Величину  $E_{sj}$  удобно представить как

$$E_{sj} = E_{sj}^{\text{bulk}} + E_v, \quad (5)$$

где  $E_{sj}^{\text{bulk}}$  соответствует энергии «невозмущенного» металла,  $E_v$  — энергии вакансии. Тогда  $E_{sj}^{\text{bulk}}$  будет сокращаться во всех определениях (3).

Основному состоянию позитрона соответствует волновая функция, которую обозначим  $\psi(r)$ . Обозначая позитронное распределение как

$$n_p(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2, \\ \int d^3r n_p(\mathbf{r}) = 1, \quad (6)$$

величину  $E_p$  можно выразить следующим образом:

$$E_p = \int d^3r \left[ -\varphi(\mathbf{r})n_p(\mathbf{r}) + E_{\text{corr}}^{p-e} [n_p(\mathbf{r}), n_e(\mathbf{r})] + E_0 \theta(r - R_v) \theta(R - r) n_p(\mathbf{r}) + t_p \right], \quad (7)$$

где первое слагаемое соответствует электростатическому взаимодействию позитрона с металлом  $E_q$ , второе слагаемое описывает вклад позитрон-электронных корреляций  $E_{\text{corr}}^{e-p}$ , а третье слагаемое — некулоновское позитрон-ионное взаимодействие в каждой из ячеек Вигнера-Зейтца, величина  $E_0$  рассчитана в [17, 18] в псевдопотенциальном приближении, четвертое слагаемое — кинетическая энергия позитрона ( $T_p = \int d^3r t_p$ ),

$$t_p = (2m_p)^{-1} |\nabla \psi(\mathbf{r})|^2. \quad (8)$$

Когда позитрон свободен, т.е. находится в границах металлического образца, но вдали от вакансии, его волновая функция (в пределе  $R \rightarrow \infty$ ) представляет собой плоскую волну. Так как объем вакансии несуществен по сравнению с объемом образца, первый интеграл в (7) равен величине электрического барьера на границе макроскопического образца  $D$ . В этом случае .

$$E_p^{(2)} = D + E_{\text{corr}}^{p-e} [n_p^+, n_e^+] + E_0, \quad (9)$$

где  $n_e^+$  — концентрация однородной электронной жидкости,  $n_e^+ = 3/4\pi r_s^2 = k_F^3/3\pi^2$ ;  $n_p^+$  — концентрация позитрона в однородной электронной жидкости,  $n_p^+ = 3/4\pi R^3$ . Выражение для корреляционной энергии одиночного позитрона в однородном электронном газе приведено в [23] для металлических плотностей  $n_e^+$ . Таким образом, определение работы выхода  $W_p$  упрощается до

$$W_p = E_v^{(3)} - (E_v^{(2)} + E_p^{(2)}), \quad (10)$$

где энергия  $E_v^{(3)} = E_v^{(2)}$  соответствует «пустой» вакансии.

Так как вакансия представляет собою полость, член  $E_0$  как составляющая собственной энергии позитрона  $E_p^{(1)}$  отсутствует. Корреляционный вклад

$$E_{\text{corr}}^{e-p} [n_e(\mathbf{r}), n_p(\mathbf{r})] \equiv E_{\text{corr}}^{(1)}$$

в энергию  $E_p^{(1)}$  должен учитывать пространственное распределение позитрона и электронов в вакансии. В этом случае весьма удобной для практических целей является интерполяционная формула из [24] для корреляционного функционала в приближении локальной плотности, которое мы и используем в наших вычислениях.

## 2. Пустая вакансия

Предположим, что металлический образец имеет форму сферы радиуса  $R$ , в центре которой находится вакансия радиусом  $R_v$ . Величину  $R_v$  определим как радиус ячейки Вигнера–Зейтца,  $R_v = Z^{1/3} r_s$ ,  $Z$  – валентность металла. Электронная жидкость находится в поле ионов, распределение которых жестко задано в виде

$$n_i(r) = \begin{cases} 0, & r \leq R_v, \\ n_e^+, & R_v \leq r \leq R, \\ 0, & r > R. \end{cases} \quad (11)$$

Энергия металла является функционалом неоднородной электронной плотности  $n_e(r)$

$$E_{sj}[n_e(\mathbf{r})] = E_j[n_e(\mathbf{r})] + \Delta E[n_e(\mathbf{r})], \quad (12)$$

где энергия  $E_j$  записана в модели обычного (нестабильного) ионного желе. Известно, что в этой модели поверхность нестабильна при  $r_s \leq 2a_0$ . Поэтому (12) содержит корректирующий член, предложенный в [22]. В модели стабильного желе член  $\Delta E$  приближенно учитывает энергию Маделунга ион-ионного взаимодействия (точечность ионов), исправляет взаимодействие электронов и ионов на малых расстояниях в приближении всевдопотенциала и устраниет самодействие положительного фона в ячейке Вигнера–Зейтца. Модель не учитывает зонные эффекты и релаксацию неоднородного распределения  $n_i(r)$ . От этих недостатков свободна двухкомпонентная модель, использованная нами в [25] (расчитанная в ее рамках температурная зависимость  $W_e$  для щелочных металлов экспериментально подтверждена в [26]). Однако реализация двухкомпонентной модели весьма трудоемка.

Энергия в приближении желе записывается в обычном виде

$$E_j = E_{xc} + T_e + E_q. \quad (13)$$

Обменно-корреляционная энергия электронной жидкости представлена в приближении локальной плотности (атомная система единиц,  $\epsilon = m_e = \hbar = 1$ )

$$E_{xc} = \int d^3r \epsilon_{xc}(n_e(\mathbf{r})) n_e(\mathbf{r}),$$

$$\epsilon_{xc} = -(3/4\pi) (3\pi^2 n_e)^{1/3} - 0.0474 - 0.0155 \ln(3\pi^2 n_e)^{1/3}. \quad (14)$$

Полагая изменения электронной плотности вблизи границы плавными, функционал кинетической энергии можно представить в градиентном приближении

$$T_e[n_e(\mathbf{r})] = \int d^3r \left\{ \frac{3}{10} (3\pi^2)^{2/3} n_e^{5/3} + \frac{1}{72} \frac{|\nabla n_e|^2}{n_e} + \frac{(3\pi^2)^{-2/3}}{540} \times \right.$$

$$\times n_e^{1/3} \left[ \left( \frac{\nabla n_e}{n} \right)^2 - \frac{9}{8} \left( \frac{\nabla n_e}{n} \right) \left| \frac{\nabla n_e}{n} \right|^2 + \frac{1}{3} \left| \frac{\nabla n_e}{n} \right|^4 \right] \}. \quad (15)$$

Кулоновская компонента полной энергии имеет вид

$$E_q^{e-i-e} = (1/2) \int d^3r \varphi(r) [n_e(r) - n_i(r)],$$

$$\varphi(r) = \int d^3r' [n_e(r') - n_i(r')] |r - r'|^{-1}, \quad (16)$$

где  $\varphi(r)$  — электростатический потенциал.

Наконец, согласно [22],

$$\Delta E = (C/n_e^+) \int d^3r n_i(r) [n_e(r) - n_i(r)],$$

$$C = -k_F^2/5 + k_F/4\pi + 0.0155/3. \quad (17)$$

Минимальному значению полной энергии  $E_{sj}$  металла, содержащего вакансию, соответствует оптимальный электронный профиль  $n_e(r)$ , удовлетворяющий условию

$$\delta E_{sj} = 0. \quad (18)$$

Энергия, требуемая на образование вакансии, равна разности энергий неоднородного и однородного металла

$$E_v = E_{sj} [n_e(r)] - E_{sj} [n_e^+ \theta(r - R_v)], \quad (19)$$

где  $\theta(r)$  — единичная ступенька Хевисайда. Вид  $n_e(r)$  и величина  $E_v$  зависят от того, является ли вакансия «пустой» или «возмущенной» локализованным в ней позитроном.

Работа выхода электронов может быть выражена суммой объемной и поверхностной компонент модели обычного желе и поправки на стабилизацию  $\Delta W$

$$W_e = W_j + \Delta W, \quad (20)$$

где

$$W_j = -\varepsilon_e - \varphi(0).$$

Здесь  $\varepsilon_e$  — энергия на один электрон в однородном желе

$$\varepsilon_e = -(3/10)k_F^2 + (3/4\pi)k_F + 0.0474 + 0.0155 \ln k_F,$$

а  $\varphi(0)$  — значение электрического потенциала на плоской поверхности, т.е. это либо  $\varphi(r)|_{r=R_v \rightarrow \infty}$ , либо  $\varphi(r)|_{r=R \rightarrow \infty}$ . Поправка  $\Delta W$  имеет вид

$$\Delta W = (C/n_e^+) \int_{-\infty}^0 dx [dn_e(x)/dx]. \quad (21)$$

Здесь ось  $x$  перпендикулярна поверхности,  $x = r - R$  при условии  $R \rightarrow \infty$ .

### 3. Вариационные вычисления и обсуждение полученных результатов

Не решая соответствующего уравнения Эйлера для электронного распределения  $n_e(r)$ , зададим  $n_e(r)$  в параметризованном виде

$$n_e(r) = n_e^+ \begin{cases} Ae^{b(r-R_v)}, & r < R_v, \\ 1 - Be^{b(R_v-r)}, & r > R_v, \end{cases} \quad (22)$$

где  $b$  — параметр, величина которого будет найдена в результате минимизации (18). Из условия сохранения полного числа электронов и условия сшивки в  $r = R_v$  следует соотношение между  $A$  и  $B$ . В пределе  $R_v \rightarrow \infty$  кривая поверхность переходит в плоскую, тогда  $A = B = 1/2$ . Аналогично описывается и «внешняя» поверхность металлического образца.

Определив  $E_v \equiv 4\pi R_v^2 \sigma(R_v)$ , условие минимума энергии (18) можно записать в виде

$$d\sigma(n_e^+, b, R_v) / db = 0. \quad (23)$$

Простой вид пробной функции (22) позволяет записать  $\sigma(R_v)$  в аналитическом виде и легко провести минимизацию, определив оптимальную величину параметров.

На этом этапе можно провести тестирование модели металла, вычислив значения работы образования вакансии  $E_v$ , удельной поверхностной энергии  $\sigma_\infty \equiv \sigma(R_v \rightarrow \infty)$  и работы выхода электронов  $W_e$  для плоской поверхности. «Поверхностную энергию» вакансии  $\sigma(R_v)$  можно, по-видимому, аппроксимировать формулой [27]

$$\sigma(R_v) = \sigma_\infty - \sigma_1 / R_v \quad (24)$$

для поверхности отрицательной кривизны  $(-1/R_v)$ . Величина  $\sigma_1$  вычислялась неоднократно [27–29].

Интегрирование в (16) и (21) для функции (22) дает

$$\varphi(x) = -4\pi n_e^+ b_\infty^{-2} \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} e^{b_\infty x}, & x < 0, \\ \frac{1}{2} e^{-b_\infty x}, & x > 0, \end{cases}$$

$$\Delta W = -C/2. \quad (25)$$

В этом случае величина поверхностного барьера равна

$$D = 4\pi n_e^+ b_\infty^{-2} = -2\varphi(0), \quad (26)$$

где величина параметра  $b_\infty$  соответствует плоской поверхности.

В табл. 1 приведены данные вычислений. Расчетные значения работы выхода электронов  $W_e$  для плоской поверхности являются монотонно убывающими функциями  $r_s$  и хорошо согласуются с результатами работы [22] для простых металлов (от Na до Al). Для сравнения

Таблица 1

Данные вычислений оптимальных вариационных параметров  $b$ ,  $b_\infty$ , энергии образования вакансий  $E_v$ , величина электростатического барьера для плоской поверхности  $D$  и работы выхода электронов  $W_e$

Z	Металл	$r_s, a_0$	$b, a_0^{-1}$	$E_v, \text{ eV}$		$b_\infty, a_0^{-1}$	$D, \text{ eV}$	$W_e, \text{ eV}$	
				т	э [30]			т	э [31]
1	Na	3.93	0.80	0.44	0.42	0.98	1.40	2.96	2.35
1	Au	3.01	0.97	0.53	0.89	1.15	2.26	3.40	4.30
1	Ag	3.02	0.97	0.53	1.11	1.15	2.24	3.39	4.30
1	Cu	2.67	1.06	0.58	1.28	1.24	2.79	3.55	4.40
2	Mg	2.65	1.11	0.94	0.90	1.24	2.85	3.57	3.64
3	Al	2.07	1.34	1.31	0.66	1.44	4.44	3.75	4.25
4	Pb	2.30	1.26	1.59	0.56	1.35	3.68	3.71	4.00
1	Mo	3.20	0.93	0.51		1.11	2.02	3.30	4.30
2	Fe	2.12	1.30	1.01	1.60	1.42	4.25	3.74	4.31
2	Ni	2.72	1.09	0.93		1.22	2.73	3.54	4.50
1	Cr	2.61	1.08	0.59		1.25	2.94	3.60	4.58

в табл. 1 приведены рекомендуемые в книге [30] значения  $W_e$  для поликристаллических образцов.

Величина параметра  $b(R)$  для поверхности отрицательной кривизны (вакансии) меньше, чем в плоском случае. Противоположная зависимость  $b(R)$  имеет место для положительной кривизны, что, к примеру, моделирует малую сферическую частицу [28]. В нашей простой модели величина энергии образования вакансии определяется кривизной ее поверхности и сложным образом зависит от произведения  $Z^{1/3} r_s$ . В целом для простых металлов  $E_v$  также является монотонной функцией  $r_s$  и для щелочных металлов наблюдается недлохое согласие с экспериментальными данными, взятыми нами из коллекции [31]. Мы провели тестирование вычислений  $E_v$  для Na ( $r_s = 4a_0$ ) путем сравнения с величиной  $E_v = 4\pi R_v^2(\sigma_\infty - \sigma_1/R_v)$ , где  $\sigma_\infty$  и  $\sigma_1$  вычислены нами ранее в модели обычного желе [28], т.е. когда в функционале (12) отсутствуют  $\Delta E$  и второй градиентный член в  $T_e$ . На возможность такой процедуры указано в [22]: при  $r_s = 4a_0$  модели стабильного и обычного желе дают близкие результаты для случая плоской поверхности. Для Na величина  $E_v = 0.28 \text{ eV}$  несколько меньше  $E_v = 0.44 \text{ eV}$  из табл. 1. В частности, это указывает на сильное влияние дополнительных градиентов в энергетическом функционале стабильного желе для кривой поверхности. Причины такого влияния заключаются в экспоненциальном (слишком резком) характере спадания электронного профиля в глубь вакансии. Это подтверждает сравнение значений нашей электронной плотности и кон-шэмовских значений [24] в центре вакансии алюминия,  $n_e(0)/n_e^{\text{KS}}(0) \approx 1/6$ . Таким образом, на малых расстояниях происходит значительный перепад концентрации электронов, что и приводит в некоторых случаях к слишком завышенному значению  $E_v$ . С другой стороны, вычисляемые значения  $E_v$  также чувствительны и

к способу описания однородного металла, например в одном из вариантов кон-шемовских вычислений в [32]  $E_v = 0.54, 0.59, 1.03, 2.35$  eV для Na, Li, Al, Pb соответственно.

Следует отметить, что в данном статистическом типе функционала не учитывается ряд особенностей металлов. Учет несферичности поверхности Ферми и зонных эффектов (особенно для Pb), энергии  $s-d$ -гибридизации (для переходных металлов), релаксации поверхностных слоев, коррекции приближения локальной плотности обменно-корреляционных эффектов в электронной жидкости, степени самосогласования поверхности потенциального профиля может иметь сравнительный эффект и значительно повлиять на вычисляемую характеристику.

Допустим, что основное состояние локализованного в вакансии позитрона описывается параметризованной волновой функцией

$$\psi(r) = (a^3/8\pi)^{1/2} \exp(-ar/2). \quad (27)$$

Тогда энергия нулевых колебаний позитрона  $T_p^{(1)} = a^2/8m_p$  (мы приняли  $m_p = 1$ ). Распределение электронов внутри и в окрестности вакансии задается, как и ранее, в виде (22).

В присутствии позитрона в вакансии оптимальные профили  $n_e(r)$  и  $n_p(r)$  определяются из условий

$$dE_{\text{tot}}^{(1)}/db = 0, \quad dE_{\text{tot}}^{(1)}/da = 0, \quad (28)$$

где  $E_{\text{tot}}^{(1)} \equiv E_{\text{tot}}^{(1)}(n_e^+, a, b)$ , причем «новые» значения  $b$  будут отличаться от тех, которые найдены для пустой вакансии, когда позитрон делокализован, т.е. находится вдали от ямы. В выражении для полной энергии  $E_{\text{tot}}^{(1)}$  от параметров  $a$  и  $b$  зависит только та ее часть, которая соответствует области неоднородности металла (вакансии) и энергии позитрона. Эта же часть будет присутствовать при нахождении энергии связи позитрона в вакансии по определению (19)

$$E_b = (E_v^{(2)} + E_p^{(2)}) - (E_v^{(1)} + E_p^{(1)}). \quad (29)$$

В табл. 2 приведены результаты вычислений работ выхода свободного позитрона  $W_p$  и  $W_{ps}$ . Работа выхода  $W_p$ , складывается из нескольких членов, разных по знаку и для некоторых металлов, близких по величине, и поэтому весьма чувствительна к вычислению каждой из них. Это хорошо видно на примерах Au и Cu при использовании различных оценок  $E_0$ . Упрощенное описание электронного профиля вблизи границ металла также приводит к погрешностям в вычислении  $D$ . В целом, однако, достигнуто согласие по знаку теоретических значений  $W_p$  с имеющимися для некоторых металлов экспериментальными данными.

Работа выхода позитрона  $W_{ps}$  не зависит от величины поверхностного барьера и целиком определяется объемными свойствами металла. Поэтому наблюдается согласие с опытными данными не только по знаку, но и по величине.

Таблица 2

Работы выхода позитрона  $W_p$ , атома позитрона  $W_{ps}$  и их компонент для некоторых бездефектных металлов

Металл	$-E_{\text{corr}}^{(2)}$ , eV	$E_0$ , eV	$W_p$ , eV		$W_{ps}$ , eV	
			т	э	т	э
Na	6.83	1.77 [17]	3.66		-0.18	
Au	7.39	5.3 [18] 4.63 [17]	-0.17 0.50	>0 (100) [10]	-3.57 -2.89	-2.24 (100) [10]
Ag	7.38	4.5 [18] 4.22 [17]	0.64 0.92	>0 (100) [8,9]	-2.77 -2.49	
Cu	7.72	4.9 [18] 4.22 [17]	0.03 0.17	-0.6 (поли) [6,7]	-3.22 -2.54	-2.50 (поли) [33]
Mg	7.74	3.13 [17]	1.76		-1.46	
Al	8.60	4.76 [17]	-0.60	-0.19 (поли) [8,9]	-3.65	-2.78 (поли) [33]
Pb	8.21	4.35 [17]	0.18	>0 (100) [8,9]	-2.91	-0.73 (поли) [33]
Mo	7.24	6.0 [18]	-0.78	-2.4 (поли) [7]	-4.28	
Fe	8.51	5.7 [18]	-1.44	-1.3 (поли) [7]	-4.49	
Ni	7.67	5.3 [18]	-0.36	-0.9 (поли) [7]	-3.61	-2.63 <sup>9</sup> (поли) [33]
Cr	7.79	6.3 [18]	-1.45	-1.76 (100) [8,9]	-4.65	

В табл. 3 представлены результаты расчетов энергии связи позитрона  $E_b$  моновакансии и соответствующих работ выхода  $W_p^{\text{vac}}$  и  $W_{ps}^{\text{vac}}$ ; для полноты анализа приведены также величины некоторых их компонент. Как следует из табл. 3, локализованный позитрон стимулирует дополнительные «затекания» электронной жидкости внутрь вакансии (уменьшается параметр  $b$ ), тем самым как бы увеличивая энергию образования вакансии, поэтому  $E_v^{(2)} > E_v^{(1)} = E_v^{(3)}$ . Сравнивая значения  $W_p$  (табл. 2) и  $W^{\text{vac}}$  (табл. 3), наблюдаем изменение знака работы выхода позитрона при его эмиссии из вакансии для металлов, имеющих  $W_0 < 0$ . Для этих металлов мы получили  $E_b > |W|_p$ . Для атомов позитрона наблюдается  $W_{ps} < 0$ ,  $W_{ps}^{\text{vac}} > 0$  для всех исследованных металлов.

Для проверки точности вариационных расчетов они были повторены с волновой функцией позитрона осцилляторного вида

$$\psi(r) = a^{3/2} \pi^{-3/4} \exp(-a^2 r^2/2). \quad (30)$$

Вычисления для вакансии в алюминии дали  $E_b = 3.95$  eV, что указывает на малую чувствительность задачи к виду  $\psi(r)$ .

Время жизни позитрона в вакансии обратно пропорционально скорости аннигиляции  $\lambda$ . Мы воспользовались общепринятым способом вычисления  $\lambda$

$$\lambda = \pi r_0^2 c \int d^3 r n_e(r) n_p(r) \Gamma(n_e(r)), \quad (31)$$

Таблица 3

Оптимальные величины параметров  $a$  и  $b$ , энергия связи позитрона в моновакансии  $E_b$ , а также величины  $W_p^{\text{vac}}$  и  $W_{p,s}^{\text{vac}}$  и некоторые из их компонент

Металл	$a, a_0^{-1}$	$b, a_0^{-1}$	$E_v^{(1)}$	$E_q^{(1)}$	$-E_{\text{corr}}^{(1)}$	$E_b$	$W_p^{\text{vac}}$	$W_{p,s}^{\text{vac}}$
			eV					
Na	0.30	0.53	0.59	0.99	6.21	1.11	4.77	0.93
Au	0.38	0.71	0.67	1.76	6.67	4.45 3.78	4.28 4.28	0.88 0.88
Ag	0.38	0.67	0.72	1.70	6.67	3.65 3.37	4.29 4.29	0.88 0.88
Cu	0.42	0.80	0.71	2.26	6.96	3.95 3.27	3.88 3.98	0.73 0.73
Mg	0.36	0.91	1.04	2.31	7.10	2.50	4.26	1.04
Al	0.41	1.14	1.44	3.65	7.92	4.15	3.55	0.50
Pb	0.35	1.12	1.66	3.02	7.58	3.89	4.07	0.98
Mo	0.34	0.89	0.51	1.76	6.49	5.12	4.34	0.84
Fe	0.42	1.14	1.07	3.66	7.78	4.91	3.47	0.41
Ni	0.35	0.90	1.02	2.21	7.03	4.68	4.32	1.07
Cr	0.42	0.81	0.73	2.40	7.02	5.33	3.88	0.65

где

$$\Gamma(n_e(r)) = 1 + \left[ 10 + 3/4\pi n_e(r) \right] / 6$$

— фактор усиления [34] для позитрона в квазиоднородном электронном газе плотностью  $n_e(r)$ ,  $r_0$  — классический радиус электрона,  $c$  — скорость света. Более сложная, с вычислительной точки зрения, интерполяционная схема в [24] для  $\Gamma$  приводит к незначительной коррекции величин, рассчитанных по формуле (31). В качестве примера приведем значения  $\tau = 414$  ns в Na и 196 ns в Al, рассчитанные с функцией (27). Эти значения близки к результатам в [24]. В виде теста мы приводим также значение  $\tau = 186$  ns для Al, полученное нами при использовании пробной функции (30). Для переходных металлов формула (31) должна быть изменена в соответствии с возможностью позитрона аннигилировать с электронами внутренних оболочек ионов [35].

Во всех работах по исследованию позитронов в вакансии предполагается, что ионная подсистема жесткая, т.е. не поддается деформации. Сделаем оценки возможности деформирования позитроном стенок вакансии. По определению, модуль сжатия  $K$  в конденсированной среде

$$K^{-1} = V^{-1} \partial V / \partial P.$$

Тогда давление позитрона на стенки вакансии приводит к изменению радиуса на  $\Delta R_v$ , даваемому следующим выражением:

$$\Delta R_v / R_v = P / 3K. \quad (32)$$

С другой стороны,

$$P = F/4\pi R_v^2, \quad (33)$$

где сила  $F = -dT_p/dL$ . В случае пробной функции (27)  $L = 1/a$ ,  $T_p = 1/8L^2$  и

$$\Delta R_v = a^3/(48\pi R_v K). \quad (34)$$

Для алюминия и натрия  $\Delta R_v = 0.06$  и  $0.19a_0$  соответственно. Величина  $\Delta R_v$  чувствительна к способу описания позитрона в металле и необходимо более аккуратное задание  $n_p(r)$ , поэтому вопрос о деформации требует дополнительного исследования. В этой связи интересна работа [36], в которой учтена релаксация атомов вблизи пустой вакансии в молибдене, в которую помещался затем позитрон. Учет этого эффекта изменил энергию связи позитрона от 3.44 до 2.38 eV.

### Список литературы

- [1] Schultz P.J., Lynn K.G. // Rev. Mod. Phys. 1988. V. 60. N 1. P. 3-77.
- [2] Гольтяев О.М., Осадчиев В.М. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 6. С. 1801-1807; Trumpy G., Bentzon M.D. // J. Phys.: Cond. Matter. 1992. V. 4. N 2. P. 419-426; Gramsch E., Lynn K.G. // Phys. Rev. B. 1989. V. 40. N 4. P. 2537-2549.
- [3] McMullen T., Stott M.J. // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. N 12. P. 8985-8988; 1990. V. 42. P. 1910-19; Puska M.J., Manninen M. // J. Phys. F: Met. Phys. 1987. V. 17. P. 2235-2248; Jensen K.O., Walker A.B. // J. Phys.: Condens. Matter. 1992. V. 4. P. 1973-1980.
- [4] Seeger A., Banhart F. // Phys. Stat. Sol. (a). 1987. V. 102. N 1. P. 171-179.
- [5] Nielsen B., Lynn K.G., Chen Y.-C. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. N 14. P. 1789-1792.
- [6] Fischer D.A., Lynn K.G., Gidley D.W. // Phys. Rev. B. 1986. V. 33. N 7. P. 4479-4492.
- [7] Jibaly M., Kaymen A.R., Chun L., Mehl D., Weiss A. // Positron Annihilation / Ed. Zs. Kajcsos and Cs. Szeles. Material Science Forum. 1992. V. 105-110. Pt. 3. (Aedermannsdorf-Switzerland: Trans Tech Publications). P. 1399.
- [8] Mills A.P. // Positron Solid State Physics / Ed. W. Brandt and A. Dupasquier. Amsterdam: North-Holland, 1983. P. 432-473.
- [9] Huomo H., Vehanen A., Bentzon M.D., Hautajarvi P. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 15. P. 8252-8255.
- [10] Mills A.P., Pfeiffer Jr.L., Platzman P.M. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. N 7. P. 1085-1088.
- [11] Hodges C.H., Trinkaus H. // Sol. St. Commun. 1976. V. 18. N 7. P. 857-860.
- [12] Rosenberg I.J., Howell P.H., Fluss M.J. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 4. P. 2083-2086.
- [13] Huttunen P.A., Mäkinen J., Britton D.T., Soininen E., Vehanen A. // Phys. Rev. B. 1990. V. 42. N 3. P. 1560-1573.
- [14] Smith J.R. // Phys. Rev. 1969. V. 181. N 2. P. 522-529.
- [15] Lang N.D., Kohn W. // Phys. Rev. B. 1970. V. 1. N 12. P. 4555-4568.
- [16] Tong B.Y. // Phys. Rev. B. 1972. V. 5. N 3. P. 1436-1440.
- [17] Hodges C.H., Stott M.J. // Phys. Rev. B. 1973. V. 7. N 1. P. 73-79.
- [18] Nieminen R.M., Hodges C.H. // Sol. St. Commun. 1976. V. 18. N 8. P. 1115-1118.
- [19] Fletcher G., Fry J.L., Pattnaik P.C. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. N 7. P. 3987-3991.
- [20] Boev O.V., Puska M.J., Nieminen R.M. // Phys. Rev. B. 1987. V. 36. N 15. P. 7786-7794.
- [21] Kiejna A. // Prog. Surf. Sci. 1981. V. 11. N 4. P. 293-338.
- [22] Perdew J.P., Tran H.Q., Smith E.D. // Phys. Rev. B. 1990. V. 42. N 18. P. 11627-11636.
- [23] Arponen J., Pajanne E. // Ann. Phys. (N.Y.). 1979. V. 121. N 1. P. 343-350.
- [24] Boronski E., Nieminen R.M. // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. N 6. P. 3820-3831.
- [25] Iakubov I.T., Khrapak A.G., Pogosov V., Trigger S.A. // Sol. St. Commun. 1986. V. 60. N 4. P. 377-380; Phys. Stat. Sol. (b). 1988. V. 145. N 2. P. 455-465.
- [26] Алчагиров Б.Б., Архестов Р.Х., Хоконов Х.Б. // Журнал физич. химии. 1993. Т. 67. № 9. С. 1892-1895.
- [27] Perdew J.P., Wang Y., Engel E. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 66. N 4. P. 508-511; Fiolhais C., Perdew J.P. // Phys. Rev. 1992. V. B45. P. 6207-6215.

- [28] Iakubov I.T., Khrapak A.G., Podlybny L.I., Pogosov V.V. // Sol. St. Commun. 1985. V. 53. N 4. P. 427–430; Погосов В.В. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 8. С. 2310–3213; Sol. St. Commun. 1990. V. 75. N 5. P. 469–472. ФТТ. 1993. Т. 35. № 4. С. 1010–1021.
- [29] Perdew J.P., Ziesche P., Fiolhais C. // Phys. Rev. B. 1993. V. 47. N 24. P. 16460–16463.
- [30] Фоменко В.С. Эмиссионные свойства химических элементов. Киев.: Наукова думка, 1980. 339 с.
- [31] Орлов А.Н., Трушин Ю.В. Энергии точечных дефектов. М.: Энергоатомиздат, 1983. 81 с.
- [32] Männinen M., Nieminen R.M. // J. Phys. F: Met. Phys. 1978. V. 8. N 11. P. 2243–2260.
- [33] Howell R.H., Rosenberg I.J., Fluss M.J., Golberg R.E., Loughlin R.B. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 10. P. 5303–5306.
- [34] Brandt W., Reinheimer J. // Phys. Lett. 1971. V. A35. N 1. P. 109–112.
- [35] Puska M.J. // J. Phys.: Condens. Matter. 1991. V. 3. P. 3455–3469.
- [36] Khanna S.N., Rao B.K., Jena P., Esterling D., Puska M.J. // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. N 1. P. 6–11.

Институт высоких температур РАН  
Москва

Поступило в Редакцию  
1 февраля 1994 г.