

©1994

## ИНДУЦИРОВАННЫЕ ШУМОМ ОПТИЧЕСКИЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

*А.Е.Барбэрошице, И.И.Гонця, Ю.Н.Ника, А.Х.Ротару*

Впервые предсказана принципиальная возможность индуцированной шумом оптической мультстабильности в системе когерентных квазичастиц бозонного типа в твердых телах. В качестве примера рассмотрены переходы при биэкситон-экситонной конверсии или внутри- и межсерийные экситонные переходы. В геометрии кольцевого резонатора выведено уравнение эволюции амплитуды электромагнитного поля с мультипликативным источником шума в виде обобщенного гауссовского белого шума. Получены стохастическое дифференциальное уравнение и соответствующее уравнение Фоккера-Планка. Найдено точное стационарное решение для плотности вероятности. Показано, что в зависимости от значений интенсивности шума и кооперативной константы теории в системе когерентных экситонов и биэкситонов возможны индуцированные шумом одно-, би- и мультстабильные переходы.

Благодаря большим значениям нелинейных восприимчивостей и малым временам релаксации квазичастиц полупроводники являются наиболее перспективными материалами для оптической обработки информации, создания экспериментальной базы для нового поколения ЭВМ, оптических транзисторов и переключателей элементов памяти и других оптоэлектронных устройств [1,2]. В последнее время особый интерес вызывает исследование оптической самоорганизации при резонансном возбуждении экситонов и биэкситонов в полупроводниках благодаря гигантским по сравнению с классическими значениями нелинейности. В работах [3-6] теоретически и экспериментально изучено явление оптической бистабильности в системе экситонов и биэкситонов. В наших работах [7-21] построены теории лазерной генерации при биэкситон-экситонной конверсии, образования регулярных и стохастических временных структур, оптической турбулентности, бистабильности и квантовой статистики в объемно-ограниченном кристалле когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов в полупроводниках.

Хотя явление оптической самоорганизации экситонов и биэкситонов в настоящее время является объектом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований, отметим отсутствие работ, посвященных влиянию внутренних флуктуаций и внешнего шума на такие нелинейные явления, как самоиндуцированная прозрачность, нелинейная нутация, оптические переключения и самопульсации в экситонной области спектра твердого тела. Между тем хорошо известно, что внутренние флуктуации среды, равно как и действие внешнего шума в сильно неравновесных и нелинейных системах, не только не оказывает

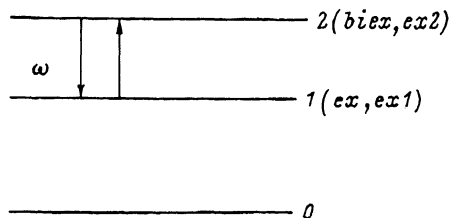


Рис. 1. Энергетическая схема квантовых переходов.

0 — основное состояние кристалла.

дезорганизирующего действия, но и при определенных условиях приводят к индуцированию шумом фазовых переходов, не имеющих детерминированных аналогов [22].

Данная работа посвящена изучению нового кооперативного явления — индуцированной шумом оптической бистабильности и мультистабильности в системе когерентных экситонов и биэкситонов в конденсированных средах.

Когерентное взаимодействие полупроводника с электромагнитным излучением, вызывающее либо квантовые переходы между экситонными уровнями, либо экситон-биэкситонную конверсию, обнаруживает сходство с моделью двухуровневых атомов. Тем не менее оно имеет и существенное отличие. В частности, как экситоны, так и биэкситоны являются переходными возбуждениями кристалла, что вызывает необходимость предварительно подготовить соответствующую систему квазичастиц. Рассматриваемая нами модель представлена на рис. 1. Роль основного состояния квазичастиц будет играть экситон либо первый экситонный уровень, а возбужденного состояния — биэкситон или второй экситонный уровень. В качестве конкретных физических систем, соответствующих выбранной модели, могут быть переходы в области  $M$ -полосы люминесценции кристалла  $CuCl$  при экситон-биэкситонной конверсии либо внутри- и межсерийные экситонные переходы, в частности переходы между уровнями  $1S(\Gamma_5^+)$  и  $2P(\Gamma_4^-)$  желтой экситонной серии  $Cu_2O$ . Как известно, эти переходы характеризуются большими значениями силы осциллятора, что способствует более яркому проявлению нелинейных явлений в этой области частот [23–25].

## 1. Гамильтониан задачи и основные уравнения

Рассмотрим созданные с помощью внешних источников когерентные, в смысле Боголюбова, Бозе-конденсированные квазичастицы, характеризующиеся микроскопическими значениями амплитуд и волновыми векторами. Исходным для теоретического рассмотрения явления, индуцированного шумом оптической бистабильности и мультистабильности когерентных квазичастиц в кристаллах, служит гамильтониан взаимодействия в представлении вторичного квантования и волновое уравнение для электромагнитного поля. Полный гамильтониан задачи содержит гамильтонианы свободных квазичастиц и поля и гамильтониан взаимодействия. Последний имеет вид

$$\mathcal{H}_{int} = -\hbar\mu (a^+ b E^- + b^+ a E^+), \quad (1)$$

где  $a^+$ ,  $b^+$  — операторы рождения квазичастиц на первом и втором уровнях соответственно;  $E^+$ ,  $E^-$  — положительный и отрицательный

частотные компоненты электромагнитного поля;  $\mu$  — матричный элемент перехода между состояниями 1 и 2.

Вводя в рассмотрение операторы поляризации  $Q^+ = a^+b$ , разности населенностей  $S = b^+b - a^+a$  и полного числа частиц  $Z = a^+a + b^+b$ , с помощью (1) легко получить систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих пространственно-временную эволюцию когерентных квазичастиц

$$c^2 \frac{\partial^2 E^+}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E^+}{\partial t^2} = 4\pi\hbar\mu \frac{\partial^2 Q^+}{\partial t^2}, \quad (2)$$

$$\frac{dQ^+}{dt} = -i\omega_{12}Q^+ - (\gamma_1 + \gamma_2)Q^+ - i\mu SE^+, \quad (3)$$

$$\frac{dS}{dt} = -(\gamma_1 + \gamma_2 + 2\gamma)S - (2\gamma + \gamma_2 - \gamma_1)Z - 2i\mu(Q^+E^- - E^+Q^-), \quad (4)$$

$$\frac{dz}{dt} = -(\gamma_1 + \gamma_2)Z - (\gamma_2 - \gamma_1)S, \quad (5)$$

где  $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$  есть расстояние между энергетическими уровнями,  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  отражают связь когерентной подсистемы с некогерентным резервуаром и имеют смысл соответствующих констант затухания,  $\gamma$  — константа спонтанной излучательной рекомбинации биэкситонов или второго экситонного уровня. Величины  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma$  были введены в соответствующие уравнения феноменологически.

В общем случае система уравнений (2)–(5) обладает стационарным решением  $S = Z = Q^+ = 0, E^+ = \text{const}$ . Отсюда следует важный вывод о невозможности существования стационарной оптической би- и мультистабильности при произвольных  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma$  [26]. В этом состоит отличие явлений оптического гистерезиса в системе когерентных квазичастиц и газе двухуровневых атомов, в котором полное число атомов есть интеграл движения, тогда как величина  $Z \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Тем не менее оптическая бистабильность при экситон-экситонных либо экситон-биэкситонных переходах в кристаллах возможна при определенном соотношении между константами затуханий. Как показано в [27, 28], величина  $\gamma$  в некоторых кристаллах (например, в CuCl, CdS) значительно больше, чем  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . В этом случае за времена порядка  $\gamma^{-1}$  можно считать  $Z = Z_0 = \text{const}$ .

Представим электромагнитное поле и поляризацию среды в виде произведения медленно меняющихся огибающих и быстро осциллирующей плоской волны с несущей частотой  $\omega$ , волновым вектором  $k$  и фазой  $\varphi(x, t)$

$$\begin{aligned} E^+ &= E(x, t)e^{-i\omega t + ikx + i\varphi(x, t)}, \\ Q^+ &= Q(x, t)e^{-i\omega t + ikx + i\varphi(x, t)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (6) в (2)–(5) в приближении медленно меняющихся амплитуд, справедливых при

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| \ll k|E|, \quad \left| \frac{dE}{dt} \right| \ll \omega|E|$$

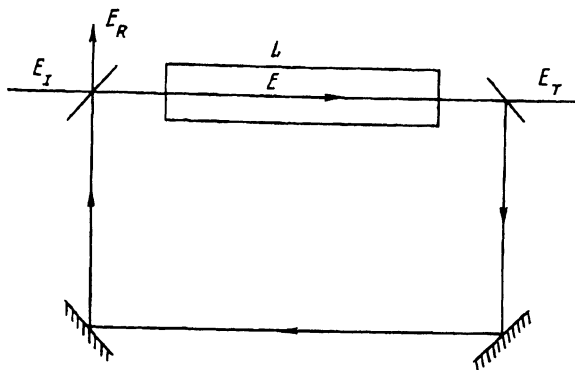


Рис. 2. Схема кольцевого резонатора.

$E_I$ ,  $E_R$ , и  $E_T$  — амплитуды падающего, отраженного и прошедшего полей соответственно.

и т.д., и адиабатическом приближении, для амплитуды поля получаем

$$\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\alpha}{1 + \delta^2} \frac{E}{1 + \frac{2|E|^2}{(1 + \delta^2)E_s}}, \quad (7)$$

где

$$\alpha = \frac{4\pi \hbar \mu^2 \omega^2}{c^2 k \Gamma} z$$

— линейный коэффициент поглощения,

$$\delta = \frac{\omega - \omega_{21}}{\Gamma}$$

— безразмерная расстройка резонанса,

$$E_s = \frac{\Gamma \gamma}{\mu^2}, \quad \Gamma = \gamma_1 + \gamma_2.$$

Здесь по аналогии с теорией оптической бистабильности в модели двухуровневых атомов мы предположим, что система когерентных квазичастиц мгновенно следует за полем, т.е. стационарные значения для них устанавливаются быстрее, чем для поля.

Поскольку настоящий этап изучения оптической би- и мультистабильности характеризуется тем, что они рассматриваются для конкретных физических приборов с соответствующей геометрией опыта, изучим далее оптические фазовые переходы в геометрии кольцевого резонатора. Пусть образец длиной  $L$  помещен между входным и выходным зеркалами резонатора, которые характеризуются коэффициентами пропускания  $T$ . Два других зеркала считаются идеально отражающими (рис. 2). Граничные условия для кольцевого резонатора имеют вид

$$E(L) = \frac{E_T}{\sqrt{T}}, \quad E(0) = \sqrt{T} E_I + R E(L), \quad (8)$$

где  $E_I$  — амплитуда накачки,  $E_T$  — амплитуда поля на выходе резонатора,  $R$  — коэффициент отражения.

Вводя в рассмотрение безразмерные входную и выходную амплитуды полей

$$Y = \sqrt{\frac{2}{T}} \frac{E_I}{E_s}, \quad x = \sqrt{\frac{2}{T}} \frac{E_T}{E_s}, \quad (9)$$

с учетом (8) в приближении среднего поля [29] из (7) получаем уравнение для эволюции амплитуды электромагнитного поля

$$\frac{dx}{d\tau} = Y - x - \frac{2cx}{1 + \delta^2 + x^2}, \quad (10)$$

где  $c = \alpha L/4T$  — константа теории бистабильности,  $\tau = t/\tau_c$  — безразмерное время,  $\tau_c = L/T$ . В стационарном случае из (10) следует известное уравнение теории оптической бистабильности для модели двухуровневых атомов Бонифачио и Луджиато [29,30].

## 2. Оптическая би- и мультистабильность, индуцированная шумом

Анализ стационарной теории оптической бистабильности при нулевой расстройке резонанса приведен во многих работах [29,30]. Отметим лишь, что при  $c < 4$  амплитуда поля  $Y$  является монотонной функцией переменной  $x$  и бистабильность не возникает. При  $c > 4$  функция  $Y(x)$  имеет два экстремума, а обратная функция является трехзначной и в системе возникает детерминированная оптическая бистабильность.

Однако в реальных условиях в рассматриваемой задаче имеются различные источники шума, причем как аддитивные, так и мультипликативные. Как будет показано ниже, учет последнего приводит к индуцированию оптических фазовых переходов.

В системе двухуровневых атомов источником мультипликативного шума является спонтанное излучение, приводящее к случайным флуктуациям разности населенностей и флуктуации плотности атомов в резонаторе.

В нашем случае кооперативный параметр  $c$  зависит от полного числа когерентных квазичастиц в системе  $Z_0$ . Взаимодействие Бозе-конденсированных квазичастиц с некогерентными экситонами, фононами, биэкситонами, а также флуктуации надконденсатных квазичастиц приводят к флуктуациям выделенного конденсата и кооперативного числа  $c$ .

Далее будем предполагать, что суммарный внешний шум по отношению к Бозе-конденсированному состоянию является результатом сложения бесконечно большого числа независимых бесконечно малых воздействий, вызывающих высокочастотные случайные колебания кооперативного параметра  $c$  с малым временем корреляции. Флуктуации параметра  $c$  будем описывать гауссовским белым шумом интенсивности  $\sigma$

$$c_t = c + \sigma \xi_t, \quad (11)$$

где  $c_t$  — случайное значение кооперативного параметра в момент времени  $t$ ,  $c$  — среднее значение  $c_t$ ,  $\xi_t$  — гауссовский обобщенный дельта-коррелированный случайный процесс с нулевым средним.

Стохастическое дифференциальное уравнение (СДУ) для амплитуды  $x_t$  электромагнитного поля с учетом (10) и (11) имеет вид

$$dx_t = \left( Y - x_t - \frac{2cx_t}{1+x_t^2} \right) dt + \sigma \frac{x_t}{1+x_t^2} dW_t, \quad (12)$$

где для удобства введены обозначения  $\sigma$  вместо  $2\sigma$  и  $W_t$  ( $\xi_t dt = dW_t$ ) вместо  $-W_t$ . Интегральная форма СДУ (12) имеет вид

$$x_t = x_0 + \int_0^t \left( Y - x_s - \frac{2cx_s}{1+x_s^2} \right) ds + \sigma \int_0^t \frac{x_s}{1+x_s^2} dW_s. \quad (13)$$

Первый интеграл в правой части (13) есть обыкновенный интеграл Римана, а второй — стохастический интеграл в смысле Ито или Стратоновича [31,32]. Нетрудно показать, что уравнение (12), рассматриваемое как в смысле Ито, так и в смысле Стратоновича, удовлетворяет условию существования и единственности силового решения.

Предположим, что процесс  $(x_t, t \geq 0)$  обладает плотностью вероятности перехода  $p(t, x, y)$  с непрерывными частными производными. Тогда  $p(t, x, y)$  удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка

$$\frac{\partial}{\partial t} p(t, x, y) = -\frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( Y - y - \frac{2cy}{1+y^2} \right) p(t, x, y) \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[ \frac{\sigma^2 y^2}{(1+y^2)^2} p(t, x, y) \right]. \quad (14)$$

Для стационарного случая из (14) получаем

$$\frac{dJ(x)}{dx} = 0, \quad J(x) = J_0 = \text{const}, \quad (15)$$

где

$$J(x) = \left( Y - x - \frac{2cx}{1+x^2} \right) p(x) - \frac{\sigma^2}{2} \frac{d}{dx} \left[ \frac{x^2}{(1+x^2)^2} p(x) \right]. \quad (16)$$

Стационарный поток вероятности, определяемый соотношением (16), равен нулю на границах  $J(0) = J(\infty) = 0$ . В этом случае уравнение для стационарной плотности вероятности  $p(x)$  определяется выражением

$$\left( Y - x - \frac{2cx}{1+x^2} \right) p(x) - \frac{\sigma^2}{2} \frac{d}{dx} \left[ \frac{x^2}{(1+x^2)^2} p(x) \right] = 0, \quad (17)$$

решение которого имеет вид

$$p(x) = N \frac{1+x^2}{x^2} \exp \left\{ -\frac{2}{\sigma^2} \left[ \frac{Y}{x} + (1+2c) \ln x + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + (1+c)x^2 - 2Yx \right] \right\}, \quad (18)$$

где  $N$  — константа нормировки, определяемая из соотношения

$$\int_0^{\infty} p(x) dx = 1.$$

В отличие от детерминированного случая, в котором стационарные состояния находились из условия  $\dot{x} = 0$ , в стохастическом случае под стационарными состояниями следует понимать те точки  $x$  пространства состояний системы, в которых стационарная плотность вероятности принимает экстремальные значения. Точки максимума  $p(x)$  соответствуют наиболее вероятным состояниям системы, а точки минимума — наименее вероятным. Точки экстремума  $p(x)$  совпадают с точками экстремума стохастического потенциала

$$V(x) = \frac{Y}{x} + (1 + 2c + \sigma^2) \ln x - \sigma^2 \ln(1 + x^2) + \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + (1 + c)x^2 - 2xY. \quad (19)$$

Для определения стационарных состояний системы приравняем нулю  $V'(x)$ , в результате получаем

$$Y = f(x, \sigma^2, c), \quad (20)$$

где

$$f(x, \sigma^2, c) = x + \frac{2cx}{1 + x^2} + \sigma^2 \frac{x(1 - x^2)}{(1 + x^2)^3}. \quad (21)$$

Для определения решений уравнения (20) изучим функцию  $f(x, \sigma^2, c)$ . Нетрудно видеть, что

$$f'_x(x, \sigma^2, c) = 1 - 2c\Psi(x^2, k), \quad (22)$$

где

$$\Psi(z, k) = \frac{z^2 - (2k - 1)z^2 + (8k - 1)z - k - 1}{(1 + z)^4},$$

$$\Psi'(z, k) = -\frac{z^3 - (6k + 1)z^2 + (30k - 5)z - (12k + 3)}{(1 + z)^5},$$

$$k = \sigma^2/2c.$$

Полином

$$p(z, k) = z^3 - (6k + 1)z^2 + (30k - 5)z - (12k + 3)$$

имеет при  $k < k_{cr} = 2.596$  один положительный корень, при  $k = k_{cr}$  — один простой и один двойной положительные корни, а при  $k > k_{cr}$  — три различных положительных корня. Уравнение  $f'_x = 0$ , эквивалентное уравнению  $\Psi(x^2, k) = 1/(2c)$ , может иметь 0, 1, 2 или 3 корня в зависимости от значений параметров  $c$  и  $\sigma^2$ . При этом функция  $f(x, \sigma^2, c)$  в

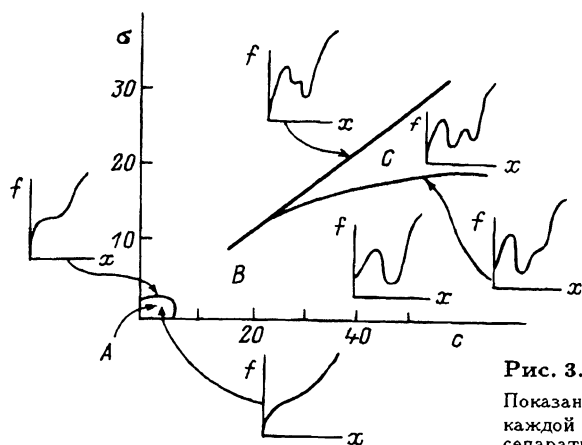


Рис. 3. Фазовая диаграмма состояний. Показано поведение функции  $f(x, c, \sigma^2)$  в каждой из областей  $A, B, C$ , образованных сепаратрисой (23) на плоскости  $(c, \sigma)$ .

зависимости от значений кооперативного параметра  $c$  и интенсивности внешнего шума  $\sigma^2$  либо строго возрастает, либо имеет один максимум и один минимум, либо два максимума и два минимума.

Соотношения

$$c = \frac{3(1+z)^4(z^2 - 5z + 2)}{3z^5 - 13z^4 - 18z^3 + 6z^2 - z - 9},$$

$$\sigma^2 = \frac{(1+z)^6(z-3)}{3z^5 - 13z^4 - 18z^3 + 6z^2 - z - 9}$$

определяют параметрическое уравнение сепаратрисы на плоскости  $(c, \sigma)$ , разбивающей область изменения параметров на три подмножества  $A, B$  и  $C$ , в которых поведение функции  $f(x, \sigma^2, c)$ , а вместе с ней и зависимость стационарных состояний системы от интенсивности падающего поля  $Y$  качественно отличимы (рис. 3). При переходе точки  $(c, \sigma)$  через границы подмножеств  $A, B, C$  происходят фазовые переходы. В случае, когда  $(c, \sigma) \in A$ , стационарная плотность вероятности  $p(x)$  унимодальна и система обладает одним устойчивым стационарным состоянием. При переходе через границу области  $A$  в область  $B$  происходит бифуркация. В зависимости от интенсивности падающего поля  $Y$  плотность вероятности  $p(x)$  либо унимодальна, либо бимодальна, т.е. в системе существует либо одно стационарное устойчивое состояние, либо три, из которых два устойчивы и одно неустойчиво. В этом случае реализуется индуцированная шумом оптическая бистабильность.

При переходе через границу области  $B$  в область  $C$  происходит новый фазовый переход. В этом случае стационарная плотность вероятности  $p(x)$  в зависимости от интенсивности внешнего поля унимодальна, бимодальна или тримодальна, т.е. в системе реализуется либо одно устойчивое, либо три (из которых два устойчивых и одно неустойчивое состояние), либо пять состояний. В последнем случае три состояния устойчивы, два неустойчивы. Тогда в системе шумом индуцируется явление оптической мультистабильности. При этом оптические фазовые переходы возникают исключительно благодаря действию внешне-



го шума и не связаны с наведенными детерминированными фазовыми переходами.

В заключение отметим, что индуцированная шумом оптическая мультистабильность возможна и в системе разряженных двухуровневых атомов.

### Список литературы

- [1] Келдыш Л.В. Нелинейная оптика. Новосибирск: Наука, 1968. С. 6.
- [2] Днепровский В.С. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. № 4. С. 661-669.
- [3] Henneberger F., May V. // Phys. Stat. Sol. (b). 1982. V. 109. N 2. P.K 139-k143.
- [4] Honerlage B., Bigin J.V., Vevy R. // Solid State Commun. 1983. V. 48. № 9. P. 803-806.
- [5] Gran J.B., Honerlage B., Levy R. // J. Lumin. 1985. V. 30. N 1-4. P. 217-231.
- [6] Bigot Y., Fidorra F., Klingshirn G. /IEEE J. Quant. Electron. 1985. V. QE-21. N 9. P. 1480-1485.
- [7] Москаленко С.А., Ротару А.Х., Швера Ю.М. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 8. С. 2396-2399.
- [8] Москаленко С.А., Ротару А.Х., Швера Ю.М. // ТМФ. 1988. Т. 75. С. 295-305.
- [9] Rotaru A.H., Shibarshina G.D. // Phys. Lett. A. 1985. V. 109. P. 292-294.
- [10] Залож В.А., Москаленко С.А., Ротару А.Х. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 2. С. 601-612.
- [11] Парканский Б.Ш., Ротару А.Х. // ЖЭТФ. 1991. Т. 99. № 3. С. 899-910.
- [12] Парканский Б.Ш., Ротару А.Х. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 11. С. 3378-3381.
- [13] Ротару А.Х., Залож В.А. // ФТТ. 1987. Т. 11. № 11. С. 3438-3441.
- [14] Бобрышева А.И., Залож В.А., Ротару А.Х. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 3. С. 915-923.
- [15] Ротару А.Х. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 8. С. 2492-2494.
- [16] Залож В.А., Ротару А.Х. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 11. С. 3366-3372.
- [17] Ротару А.Х. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 11. С. 3282-3287.
- [18] Moskalenko S.A., Rotaru A.H., Zaloz V.A. // Phys. Stat. Sol. (b). 1988. V. 150. P. 401-406.
- [19] Moskalenko S.A., Rotaru A.H., Svera Iu.M., Zaloz V.A. // Phys. Stat. Sol. (b). 1988. V. 149. P. 187-194.
- [20] Ротару А.Х., Хаджи П.И., Базнат М.И., Шибаршина Г.Д. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 2. С. 535-541.
- [21] Мисько В.Р., Москаленко С.А., Ротару А.Х., Швера Ю.М. // ЖЭТФ. 1991. Т. 99. № 4. С. 1215-1226.
- [22] Хорстхемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом фазовые переходы. М., 1987. 398 с.
- [23] Гоголин А.А., Рашба Э.И. // Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 17. № 12. С. 690-693.
- [24] Рашба Э.И. // ФТТ. 1974. Т. 8. № 7. С. 1241-1256.
- [25] Шмиглюк М.И., Бардецкий П.И. Лазерная спектроскопия экситонов в полупроводниках. Кишинев: Штиинца, 1980. 124 с.
- [26] Хаджи П.И., Шибаршина Г.Д., Ротару А.Х. Оптическая бистабильность в системе когерентных экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Кишинев: Штиинца, 1988. 120 с.
- [27] Хаджи П.И. Кинетика рекомбинационного излучения экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Кишинев: Штиинца, 1977. 230 с.
- [28] Бобрышева А.И. Биэкситоны в полупроводниках. Кишинев. Штиинца, 1979. 186 с.
- [29] Гиббс Х. Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света. М.: Мир, 1988. 420 с.
- [30] Bonifacio R., Lugiato L.A. Lett. Nuovo. Cim. 1978. V. 21. N 15. P. 505-509.
- [31] Ito K. // Proc. Imp. Acad. Tokyo. 1944. V. 20. P. 519-524.
- [32] Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966. 320 с.

Государственный университет Молдовы  
Кишинев

Поступило в Редакцию  
16 апреля 1993 г.  
В окончательной редакции  
11 февраля 1994 г.