1994 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 36, № 8
1994 SOLID STATE PHYSICS Vol. 36, N 8

УДК 537.622

К ТЕОРИИ ЭФФЕКТИВНОГО АНГАРМОНИЗМА УПРУГОЙ ПОДСИСТЕМЫ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКОВ

И.Ф.Мирсаев

Найдены выражения для динамических модулей упругости второго $\Delta\hat{C}^{(2)}$ и третьего $\Delta\hat{C}^{(3)}$ порядков в антиферромагнетиках с анизотропией типа «легкая плоскость». Исследовано влияние высокочастотных спиновых колебаний «антиферромагнитной» моды на величину таких модулей. Установлено, что при некоторых направлениях внешнего магнитного поля эти колебания приводят к появлению дополнительных компонент тензоров $\Delta\hat{C}^{(2)}$ и $\Delta\hat{C}^{(3)}$. На примере кристаллов ромбоэдрической структуры показана возможность наблюдения различных магнитоакустических эффектов, обусловленных такими компонентами.

Высокочастотные упругие колебания в ферромагнетиках (ФМ) и антиферромагнетиках (АФ) сопровождаются спиновыми колебаниями [1]. Существование таких связанных магнитоупругих колебаний проявляется в изменении упругих модулей магнетика. В кристаллах с кубическим ангармонизмом эти изменения описываются динамическими модулями упругости второго $\Delta\hat{C}^{(2)}$ и третьего $\Delta\hat{C}^{(3)}$ порядка. Сравнение величины статистических $\hat{C}$ и динамических $\Delta\hat{C}$ упругих констант показывает, что в АФ отношение $\Delta\hat{C}^{(2)}/\hat{C}^{(2)}$ может составлять [2,3] десятки процентов, а отношение $\Delta\hat{C}^{(3)}/\hat{C}^{(3)}$ — несколько порядков. В условиях магнитоакустического резонанса дополнительный ангармонизм в ФМ [4] также может превышать решеточную нелинейность на несколько порядков.

В основе механизма возникновения дополнительного эффективного ангармонизма в ФМ и АФ лежит нелинейная зависимость магнитострикционных напряжений $\Delta\hat{\sigma}(s)$ от амплитуды спиновых колебаний s. В магнитоупругой волне спиновые и упругие колебания взаимно связаны, поэтому напряжения $\Delta\hat{\sigma}$ в конечном счете нелинейно зависят от акустических деформаций и тем самым создают дополнительный ангармонизм с модулями $\Delta\hat{C}^{(3)}$. Линейной же зависимости $\Delta\hat{\sigma}(s)$ соответствуют модули упругости $\Delta\hat{C}^{(2)}$, ответственные за изменение скорости ультразвука в магнитоупорядоченных кристаллах.

Эффективный ангармонизм АФ типа «легкая плоскость» исследовался в [2,3]. Было показано, что основной вклад в величину динамических модулей $\Delta\hat{C}$ вносят низкочастотные спиновые колебания, принадлежащие к «квазиферромагнитной» ветви ω_{fk} спектра колебаний. Эти колебания связаны с упругими деформациями наиболее сильно и приводят [2] к гигантскому ангармонизму

$$\Delta\hat{C}^{(3)}\left(\omega_{fk}^2\right) \sim \left(10^3 - 10^4\right)\hat{C}^{(2)}.$$

В настоящей работе упругие модули $\Delta\hat{C}$ исследуются с учетом высокочастотных спиновых колебаний, относящихся к антиферромагнитной ветви ω_{ak}. Эти колебания в [2,3] не рассматривались из-за относительно слабой их связи с упругими деформациями.

При некоторых направлениях внешнего магнитного поля H большая часть компонент $\Delta\hat{C}(\omega_{fk}^2)$ обращается в нуль. Можно ожидать, что магнитоакустические явления в этих направлениях обусловлены модулями $\Delta\hat{C}(\omega_{ak}^2) \neq 0$. Поэтому представляет интерес проанализировать влияние спиновых колебаний антиферромагнитной моды на величину $\Delta\hat{C}$.

1. Термодинамический потенциал и равновесное состояние

Рассмотрим двухподрешеточный АФ с анизотропией типа «легкая плоскость». Следуя [2], запишем термодинамический потенциал F, отнесенный к единице начального (недеформированного) объема кристалла, в виде

$$F = 2M_0\left\{H_E m^2 + H_D\left(m_1 l_2 - m_2 l_1\right) - \mathbf{mH} + \frac{1}{2}H_A l_3^2 + \frac{1}{2}\mu_{pq}\frac{\partial l}{\partial a_p}\frac{\partial l}{\partial a_q}\right\} +$$

$$+ b_{ijkl}\eta_{ij}l_k l_l + \frac{1}{2}C_{ijkl}\eta_{ij}\eta_{kl} + \frac{1}{6}C_{ijklmn}\eta_{ij}\eta_{kl}\eta_{mn} + \ldots . \qquad (1)$$

Здесь

$$\mathbf{m} = \left(\mathbf{M}^{(1)} + \mathbf{M}^{(2)}\right)\Big/ 2M_0, \qquad \mathbf{l} = \left(\mathbf{M}^{(1)} - M^{(2)}\right)\Big/ 2M_0$$

— векторы ФМ и АФ; $\mathbf{M}^{(n)} = \rho_0\mu^{(n)}$; $\mu^{(n)}$ — плотность магнитных моментов подрешеток ($n = 1, 2$); ρ_0 — плотность вещества до деформации; $|\mathbf{M}^{(1)}| = |\mathbf{M}^{(2)}| = M_0$, поэтому $m^2 + l^2 = 1$, $\mathbf{ml} = 0$; $\mathbf{H}$ и H_E — внешнее и обменное поля; H_D и H_A — поля Дзялошинского и магнитной анизотропии; μ_{pq} — константы неоднородного обмена; $\eta_{ij} = (u_{ij} + u_{ij} + u_{is}u_{js})/2$ — тензор деформации; $u_{ij} = \partial u_i/\partial a_j$ — тензор дисторсии; $u_i = (x_i - a_i)$ — упругое смещение; x_i и a_i — координаты точек тела до и после деформации; b_{ijkl} — магнитоупругие константы; C_{ijkl} и C_{ijklmn} — модули упругости второго и третьего порядков при $M_0 = 0$.

Предположим, что внешнее магнитное поле $\mathbf{H}$ приложено в базисной плоскости. В этом случае равновесные векторы $\mathbf{m}_0 \parallel \mathbf{H}$ и $\mathbf{l}_0 \perp \mathbf{H}$ также лежат в этой плоскости [2,3].

В дальнейшем удобно перейти к штрихованной системе координат $\{a_i'\}$, связанной с направлениями внешнего поля $\mathbf{H} \parallel \mathbf{a}_2'$ и вектора АФ $\mathbf{l}_0 \parallel a_1'$.[1]

[1] Для простоты записи здесь и далее штрих у физических величин, относящихся к повернутой системе координат, опускается.

Из условий минимума энергии $\partial F/\partial \eta_{ij} = 0$, $\partial F/\partial m_0 = 0$ при учете соотношения $m_0^2 + l_0^2 = 1$ следует, что статистические магнитострикционные деформации $\hat{\eta}^0$ и значение m_0 определяются из равенств

$$\eta_{ij}^0 = -s_{ijkl} b_{kl11} l_0^2, \tag{2}$$

$$2H_E m_0 l_0 - H_D \left(l_0^2 - m_0^2\right) - H l_0 + m_0 H_0^{(1)} = 0. \tag{3}$$

Здесь $\hat{S} = \hat{C}^{-1}$ — тензор упругой податливости, $H_0^{(l)} = -l_0 b_{ij11} \eta_{ij}^0 / M_0$, M_0 — статическое магнитострикционное поле.

Обычно [2,3] $\{H, H_D\} \ll H_E$ и можно считать, что $m_0^2 \ll 1$, $l_0^2 = 1 - m_0^2 \approx 1$. В этом приближении

$$m_0 = \frac{H + H_D}{2H_E}. \tag{4}$$

2. Характеристики колебаний в линейном приближении

Перейдем теперь к установлению линейной связи между амплитудами спиновых и упругих колебаний. Для этого используем уравнения Ландау–Лифшица

$$\dot{\tilde{\mathbf{m}}} = -\gamma \left\{ \left[\mathbf{m}\mathbf{H}^{(m)}\right] + \left[\mathbf{l}\mathbf{H}^{(l)}\right] \right\},$$

$$\dot{\tilde{l}} = -\gamma \left\{ \left[\mathbf{m}\mathbf{H}^{(l)}\right] + \left[\mathbf{l}\mathbf{H}^{(m)}\right] \right\}, \tag{5}$$

где $\tilde{\mathbf{l}} = \mathbf{l} - \mathbf{l}_0$, $\tilde{\mathbf{m}} = (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)$ — отклонения магнитных моментов от равновесных значений, γ — магнитомеханическое отношение, $\mathbf{H}^{(m)}$ и $\mathbf{H}^{(l)}$ — эффективные поля

$$H_i^{(m)} = -\frac{1}{2M_0} \frac{\partial F}{\partial m_i},$$

$$H_i^{(l)} = \frac{1}{2M_0} \left\{ -\frac{\partial F}{\partial l_i} + \frac{\partial}{\partial a_k} \frac{\partial F}{\partial \left(\partial l_k / \partial a_i\right)} \right\}. \tag{6}$$

Используя в уравнениях (5) выражение (1) для F и переходя к Фурье-представлению

$$A(\mathbf{a}, t) = (2\pi)^{-2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\omega A(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{a} - i\omega t),$$

получим

$$l_1(\Omega) = -m_0 \tilde{m}_2(\Omega), \qquad l_2(\Omega) = -g_{fk} b_{\alpha 6} \eta_\alpha(\Omega), \qquad l_3(\Omega) \approx -g_{ak} b_{\alpha 5} \eta_\alpha(\Omega), \tag{7}$$

$$g_{fk} = \frac{2H_E\gamma^2}{M_0\left(\omega_{fk}^2 - \omega^2\right)}, \qquad g_{ak} = \frac{2H_E\gamma^2}{M_0\left(\omega_{ak}^2 - \omega^2\right)}.$$

При записи (7) использованы сокращенные обозначения индексов 11 — 1, 22 — 2, 33 — 3, 23=32 — 4, 13=31 — 5, 12=21 — 6. В дальнейшем греческие буквы α, β, $\nu = 1,2,3,\ldots 6$. Здесь $\tilde{\eta}_\alpha = \eta_\alpha - \eta_\alpha^0$ — динамическая часть тензора деформации $\Omega = \{\omega, \mathbf{k}\}$, ω и $\mathbf{k}$ — частоты и волновые векторы магнитоупругих волн, а ω_{fk} и ω_{ak} — собственные частоты колебаний спиновой подсистемы

$$\omega_{fk} = \gamma\Big\{2H_E\left(H_0^{(l)} + \mu_{pq}k_pk_q\right) + H\left(H + H_D\right)\Big\}^{1/2},$$

$$\omega_{ak} = \gamma\Big\{2H_E\left(H_A + \mu_{pq}k_pk_q\right) + H_D\left(H + H_D\right)\Big\}^{1/2}, \tag{8}$$

относящиеся к «квазиферромагнитной» и «антиферромагнитной» модам соответственно.

При $m_0 \ll 1$ ферромагнитные моменты $\tilde{m}_i$ слабо связаны с упругими деформациями. Поэтому можно считать, что $\tilde{m}_i \approx 0$, а в магнитоупругих колебаниях участвуют только АФ моменты $\tilde{l}_2$, $\tilde{l}_3$ и $\tilde{l}_1 = -(\tilde{l}_2^2 + \tilde{l}_3^2)/2$. Последнее соотношение вытекает из условия $m^2 + l^2 = 1$.

3. Динамические модули упругости второго порядка

Для АФ с магнитоупругой связью уравнение движения для упругого смещения $\mathbf{u}$ имеет вид

$$\rho_0\ddot{u}_i = \frac{\partial\tau_{ik}}{\partial a_k}, \qquad \tau_{ik} = \sigma_{kp}\frac{\partial x_i}{\partial a_p}, \qquad \sigma_{kp} = \frac{\partial F}{\partial\eta_{kp}}. \tag{9}$$

Здесь $\hat{\tau}$ — тензор Пиола–Кирхгофа, $\hat{\sigma}$ — тензор термодинамических напряжений [5]. Согласно (9) и (1),

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \Delta\sigma_{ij}, \qquad \sigma_{ij}^0 = C_{ijkl}\eta_{kl} + \frac{1}{2}C_{ijklmn}\eta_{kl}\eta_{mn},$$

$$\Delta\sigma_{ij} = b_{ijkl}l_kl_l, \tag{10}$$

где $\hat{\sigma}^0$ и $\Delta\hat{\sigma}$ — упругая и магнитострикционная части тензора $\hat{\sigma}$.

Выражение для динамических модулей упругости можно получить, выражая $\Delta\hat{\sigma}$ через деформации $\hat{\tilde{\eta}}$. Используя в (10) магнитоупругую связь (7), представим линейную часть $\Delta\hat{\sigma}$ в виде

$$\Delta\tilde{\sigma}_\alpha^L(\Omega) = \Delta C_{\alpha\beta}(\Omega)\tilde{\eta}_\beta(\Omega),$$

$$\Delta C_{\alpha\beta}(\Omega) = -2\Big(g_{fk}b_{\alpha6}b_{\beta6} + g_{ak}b_{\alpha5}b_{\beta5}\Big). \tag{11}$$

Здесь $\Delta C_{\alpha\beta}$ — динамические модули упругости второго порядка, обусловленные магнитоупругим взаимодействием спиновых и упругих колебаний, амплитуды которых связаны соотношением (7).

Заметим, что модули упругости $\Delta C_{\alpha\beta}$ (11) вычислены в повернутой системе координат. Для кристаллов симметрии D_{3d} матрица магнитоупругих констант $b_{\alpha\beta}$ приведена в Приложении 1.

Переходя в (11) к неповернутой системе координат, получим

$$\Delta C_{\alpha\beta}(\Omega) = -2\Big\{g_{fk}B_\alpha B_\beta + g_{ak}A_\alpha A_\beta\Big\}, \tag{12}$$

где тензоры

$$A_\beta = B_{\beta4}\sin\alpha + B_{\beta5}\cos\alpha,$$

$$B_\beta = -\frac{1}{2}\left(B_{\beta1} - B_{\beta2}\right)\sin 2\alpha + B_{\beta6}\cos 2\alpha. \tag{13}$$

Здесь $B_{\alpha\beta}$ — магнитоупругие константы в начальной (неповернутой) системе координат, α — угол между магнитным полем $\mathbf{H}$ и координатной осью $\mathbf{a}_2$. В (12) упругие константы

$$\Delta C_{\alpha\beta}\left(\omega_{fk}^2\right) = -2g_{fk}B_\alpha B_\beta, \qquad \Delta C_{\alpha\beta}\left(\omega_{ak}^2\right) = -2g_{ak}A_\alpha A_\beta$$

обусловлены магнитоупругими взаимодействиями спиновых колебаний, принадлежащими соответственно к «квазиферромагнитной» и «антиферромагнитной» модам. Явный вид тензора $\Delta C_{\alpha\beta}$ для кристаллов симметрии D_{3d} приведен в Приложении 2.

4. Динамические модули упругости третьего порядка

При определении динамических модулей упругости третьего порядка необходимо вычислить динамическую часть магнитострикционных напряжений

$$\Delta\hat{\sigma}_{ik} = 2b_{ik1n}\tilde{l}_n + b_{ikmn}\tilde{l}_m\tilde{l}_n \tag{14}$$

в квадратичном приближении по тензору деформации $\hat{\tilde{\eta}}$. Для этого необходимо использовать нелинейную зависимость АФ моментов $\tilde{l}_i$ от $\hat{\tilde{\eta}}$, которую можно получить из уравнений (5) методом последовательных приближений, принимая за первое приближение линейные соотношения (7).

Если пренебречь пространственно-частотной дисперсией величин $\tilde{l}_i$ (т.е. ограничиться областью низких частот

$$\omega^2 \ll \left\{\omega_{fk}^2 \approx \omega_{f0},\ \omega_{ak}^2 \approx \omega_{a0}\right\},$$

где

$$\omega_{f0} = \gamma\Big\{2H_E H_0^{(l)} + H\left(H + H_D\right)\Big\}^{1/2}, \quad \omega_{a0} = \gamma\Big\{2H_E H_A + H_D\left(H + H_D\right)\Big\}^{1/2}$$

— частоты активации спиновых колебаний), то составляющие $\tilde{\mathbf{l}}$, нелинейно зависящие от деформации $\hat{\tilde{\eta}}$, имеют вид

$$\tilde{l}_2^{NL} = \Big\{g_{f0}^2 b_{\alpha6}\left(b_{\beta2} - b_{\beta1}\right) + g_{f0}g_{a0}b_{\alpha4}b_{\beta5}\Big\}\tilde{\eta}_\alpha\tilde{\eta}_\beta,$$

$$\tilde{l}_3^{NL} = \left\{ g_{a0}^2 b_{\alpha 5} \left(b_{\beta 3} - b_{\beta 1} \right) + g_{f0} g_{a0} b_{\alpha 6} b_{\beta 4} \right\} \tilde{\eta}_\alpha \tilde{\eta}_\beta. \tag{15}$$

Линейная часть тензора $\Delta\hat{\tilde{\sigma}}$ определена в (11), а нелинейная часть, вычисленная с учетом (7), (15) и соотношения $\tilde{l}_1 = -(\tilde{l}_2^2 + \tilde{l}_3^2)/2$, имеет вид

$$\Delta\tilde{\sigma}_\alpha^{NL} = \frac{1}{2} \Delta c_{\alpha\beta\nu} \tilde{\eta}_\beta \tilde{\eta}_\nu,$$

$$\Delta c_{\alpha\beta\nu} = p_{\alpha\beta\nu} + p_{\nu\alpha\beta} + p_{\beta\nu\alpha},$$

$$p_{\alpha\beta\nu} = 2\Big\{ g_{f0}^2 b_{\alpha 6} b_{\beta 6} \left(b_{\nu 2} - b_{\nu 1} \right) + g_{f0} g_{a0} b_{\alpha 6} \left(b_{\beta 4} b_{\nu 5} + b_{\beta 5} b_{\nu 4} \right) +$$
$$+ g_{a0}^2 b_{\alpha 5} b_{\beta 5} \left(b_{\nu 3} - b_{\nu 1} \right) \Big\}. \tag{16}$$

Здесь $\Delta c_{\alpha\beta\nu}$ — динамические модули упругости третьего порядка, описывающие дополнительный упругий ангармонизм, создаваемый нелинейными магнитоупругими взаимодействиями.

Переходя к неповернутой системе координат, получим

$$\Delta C_{\alpha\beta\nu} = P_{\alpha\beta\nu} + P_{\nu\alpha\beta} + P_{\beta\nu\alpha},$$

$$P_{\alpha\beta\nu} = 2\Big\{ g_{f0}^2 B_\alpha B_\beta D_\nu + g_{f0} g_{a0} B_\alpha \left(A_\beta Q_\nu + A_\nu Q_\beta \right) + g_{a0}^2 A_\alpha A_\beta \Gamma_\nu \Big\}. \tag{17}$$

Тензоры $\hat{A}$, $\hat{B}$ определены в (13), а остальные равны

$$Q_\beta = B_{\beta 4} \cos\alpha - B_{\beta 5} \sin\alpha,$$

$$D_\beta = \left(B_{\beta 2} - B_{\beta 1} \right) \cos 2\alpha - 2 B_{\beta 6} \sin 2\alpha,$$

$$\Gamma_\beta = B_{\beta 3} - \left(B_{\beta 1} \cos^2\alpha + B_{\beta 2} \sin^2\alpha + B_{\beta 6} \sin 2\alpha \right). \tag{18}$$

Заметим, что полученные выражения для $\Delta C_{\alpha\beta}$ (12) и $\Delta C_{\alpha\beta\nu}$ (17) согласуются с результатами [2] при $g_{ak} = g_{a0} = 0$, если перейти к системе координат [2] $\{x, y, z\}$ путем замены

$$a_1 \to y, a_2 \to -x, \qquad a_3 \to z.$$

В заключение этого раздела запишем уравнение движения (9) для упругой подсистемы с учетом изменения модулей упругости за счет динамических МУ взаимодействий. В квадратичном приближении по тензору дисторсии эти уравнения имеют вид

$$\rho_0 \ddot{u}_i = \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial a_k} = \frac{\partial}{\partial a_k} \left\{ C_{ikmn}^{\mathrm{ef}} \tilde{u}_{mn} + \frac{1}{2} \left(C_{ikmnpq}^{\mathrm{ef}} + C_{ikmp}^{\mathrm{ef}} \delta_{nq} + 2 C_{kpmn}^{\mathrm{ef}} \delta_{iq} \right) \tilde{u}_{mn} \tilde{u}_{pq} \right\}, \tag{19}$$

где $\hat{C}^{\mathrm{ef}} = (\hat{C} + \Delta\hat{C})$ — тензор эффективных модулей упругости, $\hat{\tilde{u}}$ — динамическая часть тензора дисторсии $\hat{u}$.

Отметим, что уравнения (19) позволяют исследовать нелинейные магнитоакустические явления при выбранной геометрии

$$\mathbf{l}_0 \perp \mathbf{m}_0, \qquad \mathbf{H} \parallel \mathbf{m}_0 \perp \mathbf{a}_3.$$

5. Акустическое двулучепреломление

Рассмотрим влияние высокочастотных спиновых колебаний на АФ эффект линейного двулучепреломления [6,7]. Для тригональных кристаллов (α-Fe_2O_3, $FeBO_3$, $MnCO_3$, пространственная группа D_{3d}^6) этот эффект имеет место при распространении поперечных колебаний упругого смещения $\mathbf{u}\{u_1, u_2, 0\}$ вдоль оси третьего порядка $\mathbf{C}_3 \parallel \mathbf{a}_3$. В этом случае уравнения движения (19) (в линейном приближении) имеют вид

$$\rho_0 \ddot{u}_1 = C_{55}^{\mathrm{ef}} u_{1,33} + \Delta C_{45} u_{2,33},$$

$$\rho_0 \ddot{u}_2 = \Delta C_{45} u_{1,33} + C_{44}^{\mathrm{ef}} u_{2,33}, \tag{20}$$

где

$$C_{55}^{\mathrm{ef}} = C_{44} + \Delta C_{55}, \qquad C_{44}^{\mathrm{ef}} = C_{44} + \Delta C_{44},$$

$\Delta C_{\alpha\beta}$ — динамические модули, приведенные в (П 2.1); $u_{i,33} = \partial^2 u_i / \partial a_3^2$.

Из (20) следует, что имеются две ветви спектра частот колебаний

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{k^2}{2\rho_0} \left\{ \left(C_{55}^{\mathrm{ef}} + C_{44}^{\mathrm{ef}}\right) \pm \left[\left(C_{55}^{\mathrm{ef}} - C_{44}^{\mathrm{ef}}\right)^2 + 4\Delta C_{45}^2\right]^{-1/2} \right\}, \tag{21}$$

с которыми связаны нормальные смещения

$$u^+ \equiv u_\xi = u_1 \cos\psi + u_2 \sin\psi, \qquad u^- \equiv u_\varepsilon = -u_1 \sin\psi + u_2 \cos\psi. \tag{22}$$

Преобразование (22) соответствует переходу к новым осям координат $\boldsymbol{\xi}$ и $\boldsymbol{\epsilon}$ путем поворота исходных осей $\mathbf{a}_1$ и $\mathbf{a}_2$ вокруг оси $\mathbf{a}_3$ на угол ψ, удовлетворяющий условию

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2\Delta C_{45}}{C_{55}^{\mathrm{ef}} C_{44}^{\mathrm{ef}}} = \frac{g_{ak} B_{44}^2 \sin 2\alpha - g_{fk} B_{41}^2 \sin 4\alpha}{g_{ak} B_{44}^2 \cos 2\alpha + g_{fk} B_{41}^2 \cos 4\alpha}. \tag{23}$$

Согласно (22), (21), движение звука с амплитудой u_0 можно представить в виде

$$u^+ = u_0 \cos(\varphi - \psi) \cos\left(\omega t - k^+ a_3\right),$$

$$u^- = u_0 \sin(\varphi - \psi) \cos\left(\omega t - k^- a_3\right). \tag{24}$$

Здесь φ — угол между вектором поляризации $\mathbf{e}$ звука с осью координат $\mathbf{a}_1$, $k^\pm$ — волновые числа соответствующих мод колебаний на частоте ω.

Из (24) следует, что упругие колебания u^+ и u^- поляризованы по эллипсу [8], большая ось которого наклонена к оси $\boldsymbol{\xi}$ на угол δ, определяемый выражением

$$\operatorname{tg} 2\delta = \operatorname{tg} 2(\varphi - \psi) \cos \Delta k a_3 \qquad \left(\Delta k = k^+ - k^-\right). \tag{25}$$

Длины большой и малой осей эллипса равны

$$r_{1,2}^2 = \frac{1}{2} u_0^2 \left\{ 1 \pm \left[1 - \sin^2 2(\varphi - \psi) \sin^2 \Delta k a_3\right]^{1/2} \right\}. \tag{26}$$

Таким образом, амплитуды нормальных колебаний (24), а также характеристики эллиптической поляризации δ и $r_{1,2}$ являются функцией расстояния a_3 и зависят от параметра ψ (23), определяемого отношением динамических упругих констант.

6. Обсуждение результатов

Величины динамических модулей упругости $\Delta\hat{C}^{(2)}$ (12) и $\Delta\hat{C}^{(3)}$ (17) определяются магнитоупругими взаимодействиями спиновых колебаний как «квазиферромагнитной» моды, так и антиферромагнитной. Вклады этих колебаний $\Delta\hat{C}(\omega_{fk}^2), \Delta\hat{C}(\omega_{fk}\omega_{ak})$ и $\Delta\hat{C}(\omega_{ak}^2)$ отличаются друг от друга различной зависимостью от величины и направления внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$.

Такое отличие приводит к тому, что при ориентации магнитного поля $\mathbf{H}$ под углом $\alpha = \pi(2n+1)/4$ $(n = 0, 1, 2, 3\ldots)$ к координатной оси $\mathbf{a}_2$ большая часть компонент тензора $\Delta\hat{C}^{(2,3)}(\omega_{fk}^2)$ обращается в нуль, а у тензоров $\Delta\hat{C}^{(2,3)}(\omega_{ak}^2)$ и $\Delta\hat{C}^{(3)}(\omega_{fk}\omega_{ak})$ эти компоненты не равны нулю. Например, для кристаллов симметрии D_{3d} при $\alpha = \pi/4$ такими являются

$$\Delta C_{15} = -\Delta C_{25} = \Delta C_{46} = \Delta C_{56} = -g_{ak}B_{14}B_{44},$$

$$\Delta C_{16} = -\Delta C_{26} = \Delta C_{66} = -g_{ak}B_{14}^2,$$

$$\Delta C_{45} = \Delta C_{55} = -g_{ak}B_{44}^2, \tag{27}$$

а также компоненты тензора $\Delta\hat{C}^{(3)}(\omega_{f0}\omega_{a0})$ с индексами

$$111 = -222 = -112 = 122 = -3\cdot 166 = 3\cdot 266 = -6g_{f0}g_{a0}B_{14}^2B_{66},$$

$$114 = 224 = -124 = -2\cdot 156 - 466,$$

$$144 = -244 = -155 - 2\cdot 456,$$

$$155 = -255 = 2g_{f0}g_{a0}B_{44}^2B_{66},$$

$$156 = -256 = 2g_{f0}g_{a0}B_{14}B_{44}B_{66},$$

$$444 = -3\cdot 455 = -6g_{f0}g_{a0}B_{41}B_{44}^2,$$

$$456 = 2g_{f0}g_{a0}B_{14}B_{41}B_{44},$$

$$466 = 2g_{f0}g_{a0}B_{41}B_{14}^2. \tag{28}$$

Здесь выражения $114 = -2\cdot 156 - 466$ означают $\Delta C_{114} = -2\Delta C_{156} - \Delta C_{466}$.

Численные оценки, проведенные для гематита (используя значения магнитных и магнитоупругих характеристик, приведенные в [3]), показывают, что при $H \leqslant 8\cdot 10^4$ A/m динамические модули (28) имеют величину $\Delta\hat{C}^{(3)}(\omega_{f0}\omega_{a0}) \sim 10^{13}$ N/m^3, превышающую значения статических модулей $\hat{C}^{(3)}$ на один-два порядка. Следует ожидать, что такие модули упругости могут оказать существенное влияние на эффективность различных нелинейных процессов по преобразованию частоты магнитоупругих волн.

Заметим, что величина модулей упругости $\Delta\hat{C}^{(3)}(\omega_{a0}^2) \ll \ll \Delta\hat{C}^{(3)}(\omega_{f0}\omega_{a0})$ (для гематита $\Delta\hat{C}^{(3)}(\omega_{a0}^2) \sim 10^{11}$ N/m^3). Однако при $\alpha = \pi/4$ тензор $\Delta\hat{C}^{(3)}(\omega_{a0}^2)$ имеет компоненты 135, 136, 235, 236, 345, 346, 555, 556, 566, 666, которые отсутствуют у тензоров $\Delta\hat{C}^{(3)}(\omega_{f0}^2)$, $\Delta\hat{C}^{(3)}(\omega_{f0}\omega_{a0})$ и $\hat{C}^{(3)}$. Следовательно, эти компоненты описывают новые взаимодействия магнитоупругих волн.

Из (24)–(26) видно, что величина поляризационного эффекта определяется значением параметра ψ, который зависит от направления и величины магнитного поля $\mathbf{H}$, а также от магнитоупругих констант. В частности, в отсутствие частотно-пространственной дисперсии ($\omega^2 \ll \omega_{fk}^2 \approx \omega_{f0}^2$, $\omega_{fk}^2 \ll \omega_{ak}^2 \approx \omega_{a0}^2$) значение ψ при $\alpha = \pi(2n+1)/8$ определяется из соотношения

$$\operatorname{tg} 2\psi \approx \pm\frac{\omega_{a0}^2}{\omega_{f0}^2}\frac{B_{41}^2\sqrt{2}}{B_{44}^2}, \tag{29}$$

а при $\alpha = \pi(2n+1)/4$ — из равенства

$$\operatorname{tg} 2\psi \approx \pm\frac{\omega_{f0}^2}{\omega_{a0}^2}\frac{B_{44}^2}{B_{41}^2}. \tag{30}$$

Отсюда следует, что величина ψ существенно зависит от спиновых колебаний «антиферромагнитной» моды. Заметим, что соотношения (29), (30) сильно отличаются от результата $\psi = -2\alpha$, получаемого из (23) при пренебрежении спиновыми колебаниями «антиферромагнитной» моды.

Таким образом, изменения динамических модулей упругости, обусловленные высокочастотными спиновыми колебаниями «антиферромагнитной» моды могут оказать существенное влияние на магнитоакустические эффекты.

Автор благодарен Е.А. Турову за интерес к работе и обсуждение результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93-02-14026).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Тензор магнитоупругих констант

В повернутой системе координат ($\mathbf{a}_1' \parallel \mathbf{l}_0$, $\mathbf{a}_2' \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{m}_0$) для структуры D_{3d} тензор магнитоупругих констант $b_{\alpha\beta}$ имеет следующие компоненты:

$$b_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & b_{14} & b_{15} & 0 \\ B_{12} & B_{11} & 0 & -b_{14} & -b_{15} & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & 0 & 0 & 0 \\ b_{41} & -b_{41} & 0 & B_{44} & 0 & -b_{51} \\ b_{51} & -b_{51} & 0 & 0 & B_{44} & b_{41} \\ 0 & 0 & 0 & -b_{15} & b_{14} & B_{66} \end{bmatrix}. \tag{П1.1}$$

Здесь

$$B_{66} = (B_{11} - B_{12})/2, \qquad b_{14} = B_{14}\cos 3\alpha, \qquad b_{15} = B_{14}\sin 3\alpha,$$
$$b_{41} = B_{41}\cos 3\alpha, \qquad b_{51} = B_{41}\sin 3\alpha,$$

где α — угол между магнитным полем $\mathbf{H}$ и координатной осью $\mathbf{a}_2$, $B_{\alpha\beta}$ — компоненты исходного тензора магнитоупругих констант B_{ijkl} в начальной (неповернутой) системе координат.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Динамические модули упругости второго порядка для ромбоэдрических кристаллов

Приведем явный вид динамических модулей упругости для кристаллов, обладающих симметрией D_{3d}. Согласно (12), имеем

$$\Delta C_{11} = \Delta C_{22} = -\Delta C_{12} = -2\left(g_{ak}B_{14}^2 \sin^2\alpha + g_{fk}B_{66}^2 \sin^2 2\alpha\right),$$

$$\Delta C_{14} = -\Delta C_{24} = -2\left(g_{ak}B_{14}B_{44} \sin^2\alpha + g_{fk}B_{41}B_{66} \sin^2 2\alpha\right),$$

$$\Delta C_{15} = -\Delta C_{25} = \Delta C_{46} = -g_{ak}B_{14}B_{44} \sin 2\alpha + g_{fk}B_{41}B_{66} \sin 4\alpha,$$

$$\Delta C_{16} = -\Delta C_{26} = -g_{ak}B_{14}^2 \sin 2\alpha + g_{fk}B_{66}^2 \sin 4\alpha,$$

$$\Delta C_{44} = -2\left(g_{ak}B_{44}^2 \sin^2\alpha + g_{fk}B_{41}^2 \sin^2 2\alpha\right),$$

$$\Delta C_{45} = -g_{ak}B_{44}^2 \sin 2\alpha + g_{fk}B_{41}^2 \sin 4\alpha,$$

$$\Delta C_{55} = -2\left(g_{ak}B_{44}^2 \cos^2\alpha + g_{fk}B_{41}^2 \cos^2 2\alpha\right),$$

$$\Delta C_{56} = -2\left(g_{ak}B_{14}B_{44} \cos^2\alpha + g_{fk}B_{41}B_{66} \cos^2 2\alpha\right),$$

$$\Delta C_{66} = -2\left(g_{ak}B_{14}^2 \cos^2\alpha + g_{fk}B_{66}^2 \cos^2 2\alpha\right). \qquad (\text{П } 2.1)$$

Список литературы

[1] Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М., 1967. 368 с.
[2] Ожогин В.И., Преображенский В.Л. // УФН. 1988. Т. 155. № 4. С. 593–621.
[3] Ожогин В.И., Преображенский В.Л. // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. № 3. С. 968–1000.
[4] Мирсаев И.Ф., Меньшенин В.В., Туров Е.А. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 8. С. 2428–2434.
[5] Физическая акустика. Т. 1 (4.А)/ Под ред. У. Мэзона. М., 1966. 592 с.
[6] Гакель В.Р. // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 9. № 10. С. 590–594.
[7] Туров Е.А. // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. № 6. С. 2140–2148.
[8] Такер Дж., Рэмптон В. Гиперзвук в физике твердого тела. М., 1975. 453 с.

Институт физики металлов
УрО РАН
Екатеринбург

Поступило в Редакцию
21 февраля 1994 г.