1994 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 36, № 10
1994 SOLID STATE PHYSICS Vol. 36, N 10

НЕРЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ ЭЛЕКТРОННОЙ И ЯДЕРНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТЕЙ В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

Л.Л.Буишвили, Н.П.Гиоргадзе, Н.Г.Мчедлишвили

Рассмотрено нерезонансное взаимодействие солитонов электронной и ядерной намагниченностей, распространяющихся вдоль оси анизотропии ферромагнетика. Вычислены сдвиги частоты и групповой скорости обоих солитонов, обусловленные взаимодействием. Определены условия, в которых сдвиги частоты и групповой скорости солитона ядерной намагниченности обусловлены главным образом нерезонансным воздействием на него солитона электронной намагниченности.

1. В работе [1] было рассмотрено нерезонансное взаимодействие солитонов электронной намагниченности в ферромагнетиках. Было показано, что максимальные значения сдвигов частоты и групповой скорости солитонов, обусловленные взаимодействием, по порядку величины сравнимы (вообще говоря) со сдвигами этих параметров, обусловленными эффектами нелинейного самодействия. С другой стороны, хорошо известно, что в ферромагнетиках могут распространяться также солитоны ядерной намагниченности, возникающие в областях модуляционной неустойчивости ядерных спиновых волн [2,3]. Воздействие на них солитонов электронной намагниченности может оказаться особенно существенным, поскольку электронная спин-система оказывает определяющее влияние на динамику ядерной спин-системы в магнетиках.

В связи с изложенным представляется целесообразным рассмотреть нерезонансное взаимодействие солитонов электронной и ядерной намагниченности в ферромагнетике и вычислить сдвиги характерных параметров «ядерного солитона» (как, впрочем, и солитона электронной намагниченности), обусловленные этим взаимодействием. Настоящая работа посвящена исследованию этого вопроса.

2. Мы будем исходить из макроскопических уравнений движения электронной $\mathbf{M}$ и ядерной $\mathbf{m}$ намагниченностей в форме, использованной в работе [4], ограничившись одномерными возмущениями, распространяющимися вдоль оси анизотропии ферромагнетика (ось z)

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -g\left[\mathbf{M}\mathbf{H}_e^{(\mathrm{ef})}\right], \quad \frac{d\mathbf{m}}{dt} = \gamma\left[\mathbf{m}\mathbf{H}_n^{(\mathrm{ef})}\right]. \tag{1}$$

Здесь

$$\mathbf{H}_e^{(\mathrm{ef})} = \mathbf{H} + \alpha\frac{d^2\mathbf{M}}{dz^2} + \beta M_z\mathbf{e}_z + A\mathbf{m},$$

$$\mathbf{H}_n^{(\mathrm{ef})} = \mathbf{H} + A\mathbf{M} \tag{2}$$

— эффективные магнитные поля, действующие на электронную и ядерную намагниченности соответственно; $-g$ — гиромагнитное отношение электронов $(g > 0)$; γ — гиромагнитное отношение ядер; α — константа неоднородного обмена; β $(\beta > 0)$ — константа анизотропии; e_z — орт оси z; A — константа сверхтонкого взаимодействия. Магнитное поле в образце $\mathbf{H}$ определяется уравнениями магнитостатики[1]

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$$

и имеет вид

$$\mathbf{H} = \Big(H_{0i} - 4\pi(M_z - M_0)\Big)\mathbf{e}_z, \tag{3}$$

где $\mathbf{H}_{0i} = H_{0i}\mathbf{e}_z$ — постоянное магнитное поле в образце, $\mathbf{M}_0 = M_0\mathbf{e}_z$ — статическая электронная намагниченность.

Представим электронную и ядерную намагниченности в виде статической и динамической частей

$$\mathbf{M} = M_0\mathbf{e}_z + \mathbf{M}', \quad \mathbf{m} = m_0\mathbf{e}_z + \mathbf{m}' \tag{4}$$

и на основании метода исследования нерезонансного взаимодействия слабонелинейных модулированных волн, развитого в работах [5,6], будем искать динамические части намагниченностей в виде[2]

$$\mathbf{M}'(z,t) = \sum_{\alpha=1}^{\infty}\varepsilon^{\alpha}\sum_{l,n=-\infty}^{\infty}\mathbf{U}_{ln}^{(\alpha)}\left(\zeta_1,\zeta_2,\tau\right)Z_{ln}\left(z,t;\zeta_1,\zeta_2,\tau\right),$$

$$\mathbf{m}'(z,t) = \sum_{\alpha=1}^{\infty}\varepsilon^{\alpha}\sum_{l,n=-\infty}^{\infty}\mathbf{u}_{ln}^{(\alpha)}\left(\zeta_1,\zeta_2,\tau\right)Z_{ln}\left(z,t;\zeta_1,\zeta_2,\tau\right), \tag{5}$$

$$Z_{ln} = \exp\left\{il\left[k_1z - \omega_1t + \sum_{\gamma=1}^{\infty}\varepsilon^{\gamma}\Omega_1^{(\gamma)}\left(\zeta_1,\zeta_2,\tau\right)\right] + \right.$$

$$\left. + in\left[k_2z - \omega_2t + \sum_{\gamma=1}^{\infty}\varepsilon^{\gamma}\Omega_2^{(\gamma)}\left(\zeta_1,\zeta_2,\tau\right)\right]\right\}, \tag{6}$$

$$\zeta_1 = \varepsilon\left(z - \lambda_1t - \sum_{\gamma=0}^{\infty}\varepsilon^{\gamma}\psi_1^{(\gamma)}\left(\zeta_1,\zeta_2,\tau\right)\right),$$

[1] Вкладом ядерной намагниченности в формирование магнитостатического поля пренебрегается.

[2] Такой выбор решения соответствует рассматриваемой задаче о взаимодействии двух модулированных возмущений с характерными параметрами k_1, ω_1 и k_2, ω_2. При этом в соответствии с нерезонансным характером взаимодействия предполагается, что во всяком случае в низких порядках по ε комбинации $l\omega_1 + n\omega_2$ не дают какую-либо из собственных частот.

$$\zeta_2 = \varepsilon\Bigl(z - \lambda_2 t - \sum_{\gamma=0}^{\infty} \varepsilon^{\gamma} \psi_2^{(\gamma)}(\zeta_1,\zeta_2,\tau)\Bigr), \quad \tau = \varepsilon^2 t, \tag{7}$$

где $\Omega_1^{(\gamma)}$, $\Omega_2^{(\gamma)}$, $\psi_1^{(\gamma)}$ и $\psi_2^{(\gamma)}$ — действительные функции медленных переменных ζ_1, ζ_2 и τ; медленные амплитуды $\mathbf{U}_{ln}^{(\alpha)}(\zeta_1,\zeta_2,\tau)$ и $\mathbf{u}_{ln}^{(\alpha)}(\zeta_1,\zeta_2,\tau)$ удовлетворяют соотношениям $\mathbf{U}_{-l-n}^{(\alpha)} = (\mathbf{U}_{ln}^{(\alpha)})^*$, $\mathbf{u}_{-l-n}^{(\alpha)} = (\mathbf{u}_{ln}^{(\alpha)})^*$, а λ_1 и λ_2 надлежащим образом выбираются впоследствии.[3]

Подставляя выражения (2)–(5) в систему уравнений (1), учитывая выражение (6) и соотношения (7), группируя члены с одинаковыми степенями ε и в каждом порядке приравнивая нулю коэффициенты при одинаковых гармониках, после некоторых вычислений, детали которых могут быть найдены в работах [5,6], придем к последовательности уравнений, описывающих медленную пространственно-временну́ю эволюцию модулированных возмущений электронной и ядерной намагниченностей. Перейдем к рассмотрению этих уравнений.

3. В первом по ε приближении получается хорошо известная система уравнений, описывающая линеаризованные волны в связанной электронно-ядерной спиновой системе [7]

$$\begin{gathered} -i\omega_{ln}\mathbf{U}_{ln}^{(1)} + \omega_s(k_{ln})\left[\mathbf{U}_{ln}^{(1)}\mathbf{e}_z\right] - \Omega_0\left[\mathbf{u}_{ln}^{(1)}\mathbf{e}_z\right] = 0, \\ -i\omega_{ln}\mathbf{u}_{ln}^{(1)} - \omega_{n0}\left[\mathbf{u}_{ln}^{(1)}\mathbf{e}_z\right] + \omega_0\left[\mathbf{U}_{ln}^{(1)}\mathbf{e}_z\right] = 0, \end{gathered} \tag{8}$$

где

$$\begin{gathered} \omega_{ln} = l\omega_1 + n\omega_2, \quad k_{ln} = lk_1 + nk_2, \\ \omega_s(k) = g\left(H_{0i} + \beta M_0 + \alpha M_0 k^2\right), \quad \omega_{n0} = \gamma(H_{0i} + AM_0), \\ \Omega_0 = gAM_0, \quad \omega_0 = \gamma A m_0. \end{gathered}$$

Из нее следует

$$\mathbf{e}_z\mathbf{U}_{ln}^{(1)} \equiv 0, \quad \mathbf{e}_z\mathbf{u}_{ln}^{(1)} \equiv 0. \tag{9}$$

Умножая систему уравнений (8) векторно (справа) на $i\mathbf{e}_z$ и вычитая результат из исходных уравнений, после простых манипуляций приходим к системе уравнений для компонент $U^{-(1)} = U_x^{(1)} - iU_y^{(1)}$ и $u^{-(1)} = u_x^{(1)} - iu_y^{(1)}$

$$\begin{gathered} -i\Bigl(\omega - \omega_s(k)\Bigr)U^{-(1)} - i\Omega_0 u^{-(1)} = 0, \\ -i(\omega + \omega_{n0})u^{-(1)} + i\omega_0 U^{-(1)} = 0. \end{gathered} \tag{10a}$$

Складывая уравнения (8) с уравнениями, получающимися из них в результате векторного умножения (справа) на $i\mathbf{e}_z$, получаем систему уравнений для компонент $U^{+(1)} = U_x^{(1)} + iU_y^{(1)}$ и $u^{+(1)} = u_x^{+(1)} + iu_y^{(1)}$

$$-i\Bigl(\omega + \omega_s(k)\Bigr)U^{+(1)} + i\Omega_0 u^{+(1)} = 0,$$

[3] Константы γ_1 и γ_2, фигурирующие в приведенном в работах [5,6] решении, в рассматриваемых нами порядках ε не играют какой-либо роли и опущены.

$$-i(\omega - \omega_{n0})u^{+(1)} - i\omega_0 U^{+(1)} = 0. \tag{10b}$$

Системы однородных алгебраических уравнений (10a) и (10b) имеют нетривиальные решения при условии равенства нулю детерминантов этих систем

$$(\omega - \omega_s(k))(\omega + \omega_{n0}) + \omega_0 \Omega_0 = 0, \tag{11a}$$

$$(\omega + \omega_s(k))(\omega - \omega_{n0}) + \omega_0 \Omega_0 = 0. \tag{11b}$$

При заданном k эти уравнения (являющиеся дисперсионными) имеют несовпадающие корни $\omega^-(k)$ и $\omega^+(k)$ соответственно. Это свидетельствует о раздельном существовании волн «$-$» и «$+$» поляризаций с наборами амплитуд

$$U^{-(1)} \not\equiv 0, \quad u^{-(1)} \not\equiv 0; \quad U^{+(1)} \equiv 0, \quad u^{+(1)} \equiv 0,$$

$$U^{+(1)} \not\equiv 0, \quad u^{+(1)} \not\equiv 0; \quad U^{-(1)} \equiv 0, \quad u^{-(1)} \equiv 0$$

соответственно. В дальнейшем для определенности ограничимся рассмотрением волн «-» поляризации, характеризуемых следующей совокупностью соотношений:

$$\omega^-(k) = \frac{1}{2}(\omega_s(k) - \omega_{n0}) \pm (\omega_s(k) + \omega_{n0}) \left\{1 - \frac{4\omega_0\Omega_0}{(\omega_s(k) + \omega_{n0})^2}\right\}^{1/2}, \tag{12}$$

$$\omega^{-\prime} = \left(1 + \frac{\omega^-(k) - \omega_s(k)}{\omega^-(k) + \omega_{n0}}\right)^{-1} \omega_s', \tag{13}$$

$$\omega^{-\prime\prime} = \frac{\omega^{-\prime}}{\omega_s'}\Big(\omega_s'' + 2(\omega^-(k) + \omega_{n0})^{-1}\omega^{-\prime}(\omega_s' - \omega^{-\prime})\Big), \tag{14}$$

$$\mathbf{U}^{(1)} = U_x^{(1)}\mathbf{e}^+, \quad \mathbf{u}^{(1)} = u_x^{(1)}\mathbf{e}^+, \tag{15}$$

$$U_x^{(1)} = \frac{\omega^-(k) + \omega_{n0}}{\omega_0}\, u_x^{(1)} \quad \left(\text{или} \quad u_x^{(1)} = -\frac{\omega^-(k) - \omega_s(k)}{\Omega_0}\, U_x^{(1)}\right), \tag{16}$$

где $\mathbf{e}^+ = \mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_y$ — орты координатных осей x и y соответственно, а $u_x^{(1)}$ (или $U_x^{(1)}$) — произвольная функция медленных переменных.[4]

Полагая в соответствии с рассматриваемой задачей, что единственно отличными от нуля амплитудами являются $\mathbf{U}_{10}^{(1)}$, $\mathbf{u}_{10}^{(1)}$ и $\mathbf{U}_{01}^{(1)}$, $\mathbf{u}_{01}^{(1)}$ (а также комплексно-сопряженные им) и считая волну с $l = 1$, $n = 0$ низкочастотной, а волну с $l = 0$, $n = 1$ высокочастотной, из общих выражений (12)–(16) будем иметь[5]

$$\omega_1 \simeq -\omega_{n0}\left(1 - \frac{\omega_0\Omega_0}{\omega_{n0}\omega_{s1}}\right),$$

[4] Заметим, что в формулах (10a)–(16) в целях сокращения записи опущены индексы l, n.

[5] Заметим, что в последующих вычислениях наряду с приближенными результатами (17), (18) используются и точные, представленные формулами (13), (14) и (16).

$$\omega_1' \simeq -\frac{\omega_0 \Omega_0}{\omega_{s1}^2}\,\omega_{s1}', \qquad \omega_1'' \simeq \frac{3\omega_0\Omega_0}{2\omega_{s1}^3}\,\omega_{s1}''^2\left(k_1^2 - k_{b1}^2\right),$$

$$U_{10x}^{(1)} \simeq \frac{\Omega_0}{\omega_{s1}}\,u_{10x}^{(1)}, \tag{17}$$

$$\omega_2 \simeq \omega_{s2}\left(1 - \frac{\omega_0\Omega_0}{\omega_{s2}^2}\right),$$

$$\omega_2' \simeq \omega_{s2}', \qquad \omega_2'' \simeq \omega_{s2}'',$$

$$u_{01x}^{(1)} \simeq \frac{\omega_0}{\omega_{s2}}\,U_{01x}^{(1)}, \tag{18}$$

где

$$\omega_1 = \omega_{10}^-, \quad \omega_2 = \omega_{01}^-, \quad \omega_{sx} = \omega_s(k_\alpha), \quad k_{b1} = \frac{H_{0i} + \beta M_0}{3\alpha M_0}.$$

При выводе этих выражений учитывалась малость параметра

$$\eta\,\frac{m_0}{M_0}\left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right)\left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^2 \ll 1,$$

где $\eta = AM_0/(H_{0i} + \beta M_0)$ — так называемый фактор усиления [7].

4. Рассмотрим второе приближение. Легко показать, что система уравнений для амплитуд $\mathbf{U}_{ln}^{(2)}$ и $\mathbf{u}_{ln}^{(2)}$ имеет вид

$$-i\omega_{ln}\mathbf{U}_{ln}^{(2)} + \omega_s(k_{ln})\left[\mathbf{U}_{ln}^{(2)}\mathbf{e}_z\right] - \Omega_0\left[\mathbf{u}_{ln}^{(2)}\mathbf{e}_z\right] =$$

$$= -\left(A^{(1)} + 2g\alpha M_0 k_{ln} B^{(1)}\right)\mathbf{U}_{ln}^{(1)} + \mathbf{P}_{ln}^{(2)},$$

$$-i\omega_{ln}\mathbf{u}_{ln}^{(2)} - \omega_{n0}\left[\mathbf{u}_{ln}^{(2)}\mathbf{e}_z\right] + \omega_0\left[\mathbf{U}_{ln}^{(2)}\mathbf{e}_z\right] = -A^{(1)}\mathbf{u}_{ln}^{(1)} + \mathbf{Q}_{ln}^{(2)}. \tag{19}$$

Здесь

$$A^{(1)} = -\lambda_1\frac{\partial}{\partial\zeta_1} - \lambda_2\frac{\partial}{\partial\zeta_2}, \quad B^{(1)} = \frac{\partial}{\partial\zeta_1} + \frac{\partial}{\partial\zeta_2}, \tag{20}$$

а векторы $\mathbf{P}_{ln}^{(2)}$ и $\mathbf{Q}_{ln}^{(2)}$ задаются единственно отличными от нуля компонентами

$$\mathbf{P}_{1-1}^{(2)} = \left(\mathbf{P}_{-11}^{(2)}\right)^* = 2i\mathbf{e}_z F u_{10x}^{(1)}\left(U_{01x}^{(1)}\right)^*,$$

$$\mathbf{Q}_{1-1}^{(2)} = \left(\mathbf{Q}_{-11}^{(2)}\right)^* = 2i\mathbf{e}_z G u_{10x}^{(1)}\left(U_{01x}^{(1)}\right)^*, \tag{21}$$

где

$$F = g\alpha\left(k_1^2 - k_2^2\right)\frac{\omega_1 + \omega_{n0}}{\omega_0} - gA\left(1 + \frac{\omega_2 - \omega_{s2}}{\Omega_0}\,\frac{\omega_1 + \omega_{n0}}{\omega_0}\right),$$

$$G = -\gamma A\left(1 + \frac{\omega_2 - \omega_{s2}}{\Omega_0}\,\frac{\omega_1 + \omega_{n0}}{\omega_0}\right). \tag{22}$$

В случае $l=1$, $n=0$ из уравнений (19) с учетом (9) следует

$$\mathbf{e}_z \mathbf{U}_{10}^{(2)} \equiv 0, \quad \mathbf{e}_z \mathbf{u}_{10}^{(2)} \equiv 0, \tag{23}$$

тогда как циркулярные компоненты этих амплитуд удовлетворяют уравнениям[6]

$$-i(\omega_1 - \omega_{s1})U_{10}^{-(2)} - i\Omega_0 u_{10}^{-(2)} = -\left(A^{(1)} + 2g\alpha M_0 k_1 B^{(1)}\right) U_{10}^{-(1)},$$

$$-i(\omega_1 + \omega_{n0})u_{10}^{-(2)} + i\omega_0 U_{10}^{-(2)} = -A^{(1)} u_{10}^{-(1)}, \tag{24a}$$

$$-i(\omega_1 + \omega_{s1})U_{10}^{+(2)} + i\Omega_0 u_{10}^{+(2)} = 0,$$

$$-i(\omega_1 - \omega_{n0})u_{10}^{-(2)} - i\omega_0 U_{10}^{+(2)} = 0. \tag{24b}$$

Система уравнений (24b) в силу неравенства нулю детерминанта этой системы имеет лишь тривиальное решение

$$U_{10}^{+(2)} \equiv 0, \quad u_{10}^{+(2)} \equiv 0, \quad \left(U_{10y}^{(2)} = iU_{10x}^{(2)}, \quad u_{10y}^{(2)} = iu_{10x}^{(2)}\right). \tag{25}$$

Далее система неоднородных уравнений (24a) в силу равенства нулю детерминанта соответствующей однородной системы имеет решение лишь при выполнении необходимого условия

$$(\omega_1' - \lambda_1)\frac{\partial u_{10}^{-(1)}}{\partial \zeta_1} + (\omega_1' - \lambda_2)\frac{\partial u_{10}^{-(1)}}{\partial \zeta_2} = 0. \tag{26}$$

Отождествляя константы λ_1 и λ_2 с групповыми скоростями взаимодействующих волн ω_1' и ω_2' соответственно, из этого условия заключаем[7]

$$u_{10x}^{(1)} \equiv u_{10x}^{(1)}\left(\zeta_1, \tau\right). \tag{27}$$

Само же решение системы (24a) имеет вид

$$\mathbf{U}_{10}^{(2)} = U_{10x}^{(2)}\mathbf{e}^+, \quad \mathbf{u}_{10}^{(2)} = u_{10x}^{(2)}\mathbf{e}^+,$$

$$U_{10x}^{(2)} = \frac{\omega_1 + \omega_{n0}}{\omega_0}\, u_{10x}^{(2)} - i\,\frac{\omega_1'}{\omega_0}\,\frac{\partial u_{10x}^{(1)}}{\partial \zeta_1}, \tag{28}$$

где $u_{10x}^{(2)}$ — произвольная функция медленных переменных.

В случае $l=0$, $n=1$ аналогичным образом получаем следующие результаты:

$$U_{01x}^{(1)} \equiv U_{01x}^{(1)}\left(\zeta_2, \tau\right), \tag{29}$$

[6] Эти уравнения следуют из системы (19) после манипуляций, описанных в предыдущем разделе.

[7] В соответствии с нерезонансным характером взаимодействия предполагается $|\lambda_1 - \lambda_2|/\lambda_{1,2} \sim 1$.

$$\mathbf{u}_{01}^{(2)} = u_{01x}^{(2)}\mathbf{e}^+, \quad \mathbf{U}_{01}^{(2)} = U_{01x}^{(2)}\mathbf{e}^+,$$

$$u_{01x}^{(2)} = -\frac{\omega_2 - \omega_{s2}}{\Omega_0}\, U_{01x}^{(2)} + i\,\frac{\lambda_2 - \omega'_{s2}}{\Omega_0}\,\frac{\partial U_{01x}^{(1)}}{\partial \zeta_2}, \tag{30}$$

где $U_{01x}^{(2)}$ — произвольная функция медленных переменных.

Из системы уравнений (19) с учетом выражений (21), (22) следует, что во втором приближении возбуждаются также гармоники

$$\mathbf{U}_{1-1}^{(2)} \equiv \left(\mathbf{U}_{-11}^{(2)}\right)^* = -\frac{2F}{\omega_{1-1}}\, u_{10x}^{(1)} \left(U_{01x}^{(1)}\right) \mathbf{e}_z \simeq -\frac{2gA}{\omega_{s1}}\, u_{10x}^{(1)} \left(U_{01x}^{(1)}\right)^* \mathbf{e}_z,$$

$$\mathbf{u}_{1-1}^{(2)} \equiv \left(\mathbf{u}_{-11}^{(2)}\right)^* = -\frac{2G}{\omega_{1-1}}\, u_{10x}^{(1)} \left(U_{01x}^{(1)}\right)^* \mathbf{e}_z \simeq -\frac{2\gamma A}{\omega_{s2}}\, u_{10x}^{(1)} \left(U_{01x}^{(1)}\right)^* \mathbf{e}_z. \tag{31}$$

Амплитуды всех остальных гармоник тождественно равны нулю, за исключением амплитуд $U_{00z}^{(2)}$, $u_{00z}^{(2)}$, которые этими уравнениями не определяются. Для их вычисления может быть использовано условие сохранения величин электронной и ядерной намагниченностей ($|\mathbf{M}|^2 = M_0^2$, $|\mathbf{m}|^2 = m_0^2$), из которого без труда находим

$$U_{00z}^{(2)} = -\frac{2}{M_0}\left\{\frac{(\omega_1 + \omega_{n0})^2}{\omega_0^2}\left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 + \left|U_{01x}^{(1)}\right|^2\right\} \simeq$$

$$\simeq -\frac{2}{M_0}\left\{\frac{\Omega_0^2}{\omega_{s1}^2}\left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 + \left|U_{01x}^{(1)}\right|^2\right\},$$

$$u_{00z}^{(2)} = -\frac{2}{m_0}\left\{\left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 + \frac{(\omega_2 - \omega_{s2})^2}{\Omega_0^2}\left|U_{01x}^{(1)}\right|^2\right\} \simeq$$

$$\simeq -\frac{2}{m_0}\left\{\left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega_{s2}^2}\left|U_{01x}^{(1)}\right|^2\right\}. \tag{32}$$

5. В третьем по ε приближении достаточно ограничиться рассмотрением систем уравнений для амплитуд с $l = 1$, $n = 0$ и $l = 0$, $n = 1$. Первая из них имеет вид

$$-i\omega_1 \mathbf{U}_{10}^{(3)} + \omega_s(k_1)\left[\mathbf{U}_{10}^{(3)}\mathbf{e}_z\right] - \Omega_0\left[\mathbf{u}_{10}^{(3)}\mathbf{e}_z\right] =$$

$$= -\left(A^{(1)} + 2g\alpha M_0 k_1 B^{(1)}\right)\mathbf{U}_{10}^{(2)} - \left(A^{(2)} + 2g\alpha M_0 k_1 B^{(2)}\right)\mathbf{U}_{10}^{(1)} -$$

$$- i\mathbf{U}_{10}^{(1)}\left(A^{(1)} + 2g\alpha M_0 k_1 B^{(1)}\right)\Omega_{10}^{(1)} - \left(\frac{\partial}{\partial\tau} - ig\alpha M_0 B^{(1)2}\right)\mathbf{U}_{10}^{(1)} + \mathbf{P}_{10}^{(3)}, \tag{33}$$

$$-i\omega_1 \mathbf{u}_{10}^{(3)} - \omega_{n0}\left[\mathbf{u}_{10}^{(3)}\mathbf{e}_z\right] + \omega_0\left[\mathbf{U}_{10}^{(3)}\mathbf{e}_z\right] = -A^{(1)}\mathbf{u}_{10}^{(2)} -$$

$$- A^{(2)}\mathbf{u}_{10}^{(1)} - \frac{\partial \mathbf{u}_{10}^{(1)}}{\partial\tau} - i\mathbf{u}_{10}^{(1)} A^{(1)}\Omega_{10} + \mathbf{Q}_{10}^{(3)},$$

где

$$A^{(2)} = \left(\lambda_1 \frac{\partial \psi_1^{(0)}}{\partial \zeta_1} + \lambda_2 \frac{\partial \psi_1^{(0)}}{\partial \zeta_2}\right) \frac{\partial}{\partial \zeta_1} + \left(\lambda_1 \frac{\partial \psi_2^{(0)}}{\partial \zeta_1} + \lambda_2 \frac{\partial \psi_2^{(0)}}{\partial \zeta_2}\right) \frac{\partial}{\partial \zeta_2},$$

$$B^{(2)} = -\left(\frac{\partial \psi_1^{(0)}}{\partial \zeta_1} + \frac{\partial \psi_1^{(0)}}{\partial \zeta_2}\right) \frac{\partial}{\partial \zeta_1} - \left(\frac{\partial \psi_2^{(0)}}{\partial \zeta_1} + \frac{\partial \psi_2^{(0)}}{\partial \zeta_2}\right) \frac{\partial}{\partial \zeta_2}, \tag{34}$$

$$\mathbf{P}_{10}^{(3)} \simeq \frac{2ig\Omega_0}{\omega_{s1}} \left[\frac{1}{M_0} \frac{\Omega_0^2}{\omega_{s1}^2} \left(\beta - 4\pi + \alpha k_1^2\right) + \frac{A}{m_0}\right] \left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 \mathbf{u}_{10}^{(1)} +$$

$$+ 2ig \left[\frac{2gA}{\omega_{s1}}(\beta - 4\pi + \alpha k_1 k_2) - \frac{A}{M_0}\right] \left|U_{01x}^{(1)}\right|^2 \mathbf{u}_{10}^{(1)},$$

$$\mathbf{Q}_{10}^{(3)} \simeq \frac{2i\gamma A}{m_0} \frac{\Omega_0}{\omega_{s1}} \left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 \mathbf{u}_{10}^{(1)} - \frac{2i\gamma A}{M_0} \left|U_{01x}^{(1)}\right|^2 \mathbf{u}_{10}^{(1)}. \tag{35}$$

(Выражения (35) получены в предположении $A \gg 4\pi$).

Из уравнений (33) с учетом выражений (35) и тождеств (9) и (23) следует

$$\mathbf{e}_z \mathbf{U}_{10}^{(3)} \equiv 0, \quad \mathbf{e}_z \mathbf{u}_{10}^{(3)} \equiv 0.$$

Далее путем манипуляций, описанных выше, из этой же системы уравнений придем к уравнениям для циркулярных компонент $U_{10}^{-(3)}$ и $u_{10}^{-(3)}$, имеющим вид

$$-i(\omega_1 - \omega_{s1}) U_{10}^{-(3)} - i\Omega_0 u_{10}^{-(3)} =$$

$$= -\left(A^{(1)} + 2g\alpha k_1 M_0 B^{(1)}\right) U_{10}^{-(2)} - \left(A^{(2)} + 2g\alpha M_0 k_1\right) U_{10}^{-(1)} -$$

$$- iU_{10}^{-(1)} \left(A^{(1)} + 2g\alpha M_0 k_1 B^{(1)}\right) \Omega_{10}^{(1)} - \left(\frac{\partial}{\partial \tau} - ig\alpha M_0 B^{(1)2}\right) U_{10}^{-(1)} + P_{10}^{-(3)},$$

$$-i(\omega_1 + \omega_{n0}) u_{10}^{-(3)} + i\omega_0 U_{10}^{-(3)} = -A^{(1)} u_{10}^{-(2)} - A^{(2)} u_{10}^{-(1)} -$$

$$- \frac{\partial u_{10}^{-(1)}}{\partial \tau} - iu_{10}^{-(1)} A^{(1)} \Omega_{10}^{(1)} + Q_{10}^{-(3)}. \tag{36}$$

Неоднородная система уравнений (36) имеет решение лишь при выполнении необходимого условия

$$\left\{(\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\partial \Omega_{10}^{(1)}}{\partial \zeta_2} + \frac{2\gamma A}{M_0} \left|U_{01x}^{(1)}\right|^2\right\} u_{10}^{-(1)} + i(\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\partial \psi_1^{(0)}}{\partial \zeta_2} \frac{\partial u_{10}^{-(1)}}{\partial \zeta_1} -$$

$$- i(\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\partial u_{10}^{-(2)}}{\partial \zeta_2} - \left(i \frac{\partial u_{10}^{-(1)}}{\partial \tau} + \frac{\omega_1''}{2} \frac{\partial^2 u_{10}^{-(1)}}{\partial \zeta_1^2} + \frac{2\gamma A\Omega_0}{m_0 \omega_{s1}} \left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 u_{10}^{-(1)}\right) = 0, \tag{37}$$

получаемого после простых, хотя и несколько громоздких, вычислений. При выводе этого условия принято $Am_0 \ll H_0$, а также наложено ограничение на волновые числа взаимодействующих возмущений

$$\left(\frac{k_2}{|k_1|}\right) \ll \left(\frac{M_0}{\eta m_0}\right). \tag{38}$$

Поскольку в дальнейшем мы будем считать низкочастотное возмущение исключительно солитоном ядерной намагниченности, для которого $|k_1| \gtrsim k_{b1}$ последнее неравенство выполняется практически для всех возможных (в рамках макроскопического описания) значений волнового числа высокочастотного возмущения k_2.

Следуя работам [5,6], наложим на произвольные функции $\psi_1^{(0)}$ и $\Omega_{10}^{(1)}$ условия

$$\frac{\partial \psi_1^{(0)}}{\partial \zeta_2} \equiv 0, \tag{39}$$

$$\frac{\partial \Omega_{10}^{(1)}}{\partial \zeta_2} = \frac{2\gamma A M_0}{\lambda_2 - \lambda_1} \left|\frac{U_{01x}^{(1)}}{M_0}\right|^2. \tag{40}$$

Наконец, потребовав несекулярность амплитуды $u_{10}^{-(2)}$, придем к нелинейному уравнению Шредингера, описывающему медленную пространственно-временнýю эволюцию амплитуды $u_{10x}^{(1)}$

$$2i\,\frac{\partial u_{10x}^{(1)}}{\partial \tau} + \omega_1''\,\frac{\partial^2 u_{10x}^{(1)}}{\partial \zeta_1^2} + \Delta_1 \left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 u_{10x}^{(1)} = 0, \tag{41}$$

где [4]

$$\Delta_1 = \frac{4\gamma A \Omega_0}{m_0 \omega_{s1}},$$

а также к тождеству

$$\frac{\partial u_{10x}^{(2)}}{\partial \zeta_2} \equiv 0. \tag{42}$$

Опираясь на известные результаты общей теории [8], можем заключить, что солитонное решение уравнения (41) реализуется для волновых чисел $|k_1| \geqslant k_b$ и имеет вид

$$u_{10x}^{(1)}(\zeta_1, \tau) = a_1(\zeta_1)\exp(i\alpha_1\tau),$$

$$\alpha_1 = \omega_{n0}\left(\frac{a_{1m}}{m_0}\right)^2 \eta \left(\frac{m_0}{M_0}\right)\left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right),$$

$$a_1(\zeta_1) = a_{1m}\,\mathrm{sech}\left[2\left(\frac{a_{1m}}{m_0}\right)\left(\frac{\omega_{s1}}{\omega_{s1}''}\right)\frac{\zeta_1 - \zeta_{10}}{\sqrt{3}\,(k_1^2 - k_{b1}^2)^{1/2}}\right]. \tag{43}$$

Из него следуют выражения для обусловленных нелинейным эффектом самодействия сдвига частоты

$$(\Delta\omega_1)_s = -\varepsilon^2 \omega_{n0} \left(\frac{a_{1m}}{m_0}\right)^2 \left(\eta\,\frac{m_0}{M_0}\right) \left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right) \tag{44}$$

и сдвига групповой скорости

$$(\Delta\lambda_1)_s = -\varepsilon^2 2g\alpha M_0 |k_1| \left(\frac{a_{1m}}{m_0}\right)^2 \left(\eta\,\frac{m_0}{M_0}\right) \left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right) \left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^2 . \tag{45}$$

Перейдем далее к рассмотрению уравнений для амплитуд с $l = 0$, $n = 1$, имеющих вид

$$-i\omega_2 \mathbf{U}_{01}^{(3)} + \omega_{s2} \left[\mathbf{U}_{01}^{(3)} \mathbf{e}_z\right] - \Omega_0 \left[\mathbf{u}_{01}^{(3)} \mathbf{e}_z\right] =$$

$$= -\left(A^{(1)} + 2g\alpha M_0 k_2 B^{(1)}\right) \mathbf{U}_{01}^{(2)} - \left(A^{(2)} + 2g\alpha M_0 k_2 B^{(2)}\right) \mathbf{U}_{01}^{(1)} -$$

$$-\left(\frac{\partial}{\partial\tau} - ig\alpha M_0 B_1^{(1)2}\right) \mathbf{U}_{01}^{(1)} - i\mathbf{U}_{01}^{(1)} \left(A^{(1)} + 2g\alpha M_0 k_2 B^{(1)}\right) \Omega_{01}^{(1)} + \mathbf{P}_{01}^{(3)},$$

$$-i\omega_2 \mathbf{u}_{01}^{(3)} - \omega_{n0} \left[\mathbf{u}_{01}^{(3)} \mathbf{e}_z\right] + \omega_0 \left[\mathbf{U}_{01}^{(3)} \mathbf{e}_z\right] =$$

$$= -A^{(1)} \mathbf{u}_{01}^{(2)} - A^{(2)} \mathbf{u}_{01}^{(1)} - \frac{\partial \mathbf{u}_{01}^{(1)}}{\partial\tau} - i\mathbf{u}_{01}^{(1)} A^{(1)} \Omega_{01}^{(1)} + \mathbf{Q}_{01}^{(3)}, \tag{46}$$

где

$$\mathbf{P}_{01}^{(3)} \simeq \frac{2ig}{M_0} \left(\beta - 4\pi + \alpha k_2^2\right) \left|U_{01x}^{(1)}\right|^2 \mathbf{U}_{01}^{(1)} +$$

$$+ \frac{2ig}{m_0} A \left(1 + 2g\alpha M_0 k_1 k_2 \frac{\eta m_0}{\omega_{s1} M_0} \frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right) \left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 \mathbf{U}_{01}^{(1)},$$

$$\mathbf{Q}_{01}^{(3)} \simeq \frac{2i\gamma A}{M_0} \frac{\omega_0}{\omega_{s2}} \left|U_{01x}^{(1)}\right|^2 \mathbf{U}_{01}^{(1)} + \frac{2i\gamma A}{m_0} \left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 \mathbf{U}_{01}^{(1)}. \tag{47}$$

Первое из выражений (47) получено при условии $H_0 \gtrsim 4\pi M_0$, которое следует иметь в виду в дальнейшем.

Теперь в полной аналогии с предыдущим случаем получим необходимое условие разрешимости неоднородной системы уравнений для амплитуд $U_{01}^{-(3)}$, $u_{01}^{-(3)}$

$$\left\{(\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\partial \Omega_{01}^{(1)}}{\partial \zeta_1} + \frac{2\gamma A}{m_0} \left|u_{10x}^{(1)}\right|^2 \right\} U_{01}^{-(1)} + i(\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\partial \psi_2^{(0)}}{\partial \zeta_1} \frac{\partial U_{01}^{-(1)}}{\partial \zeta_2} - i(\lambda_1 - \lambda_2) \times$$

$$\times \frac{\partial U_{01}^{-(2)}}{\partial \zeta_1} + \left\{ i\,\frac{\partial U_{01}^{-(1)}}{\partial\tau} + \frac{\omega_2''}{2} \frac{\partial^2 U_{01}^{-(1)}}{\partial \zeta_2^2} + \frac{2g}{M_0} \left(\beta - 4\pi + \alpha k_2^2\right) \left|U_{01x}^{(1)}\right|^2 U_{01}^{-(1)} \right\} \equiv 0. \tag{48}$$

Опять налагая на произвольные функции $\psi_2^{(0)}$ и $\Omega_{01}^{(1)}$ условия

$$\frac{\partial \psi_2^{(0)}}{\partial \zeta_1} \equiv 0, \tag{49}$$

$$\frac{\partial \Omega_{01}^{(1)}}{\partial \zeta_1} = \frac{2gAm_0}{\lambda_2 - \lambda_1} \left| \frac{u_{10x}^{(1)}}{m_0} \right|^2 \tag{50}$$

и предъявив к амплитуде $U_{01}^{-(2)}$ требование несекулярности, придем к нелинейному уравнению Шредингера для амплитуд $U_{01x}^{(1)}$

$$2i \frac{\partial U_{01x}^{(1)}}{\partial \tau} + \omega_2'' \frac{\partial^2 U_{01x}^{(1)}}{\partial \zeta_2^2} + \Delta_2 \left| U_{01x}^{(1)} \right|^2 U_{01x}^{(1)} = 0, \tag{51}$$

где [4]

$$\Delta_2 = \frac{4g}{M_0} \left(\beta - 4\pi + \alpha k_2^2 \right),$$

и тождеству

$$\frac{\partial U_{01x}^{(2)}}{\partial \zeta_1} \equiv 0. \tag{52}$$

Решение уравнения (51), представляющее собой солитон электронной намагниченности, реализуется в области

$$k > k_{b2} = \left(\frac{4\pi - \beta}{\alpha} \right)^{1/2}$$

и имеет вид

$$U_{01x}^{(1)} = a_2(\zeta_2) \exp(i\alpha_2 \tau), \tag{53}$$

$$\alpha_2 = g\alpha M_0 \left(k_2^2 - k_{b2}^2 \right) \left(\frac{a_{2m}}{M_0} \right),$$

$$a_2(\zeta_2) = a_{2m} \operatorname{sech} \left\{ \left(\frac{a_{2m}}{M_0} \right) \left(k_2^2 - k_{b2}^2 \right)^{1/2} (\zeta_2 - \zeta_{20}) \right\}.$$

В области $k_2 < k_{b2}$ существует решение в виде нелинейной плоской волны, задаваемое тем же выражением (53), в котором, однако,

$$a_2(\zeta_2) \equiv a_{20} = \text{const}, \quad \alpha_2 = 2g\alpha M_0 \left(k_2^2 - k_{b2}^2 \right) \left(\frac{a_{20}}{M_0} \right)^2.$$

Заметим, что солитону электронной намагниченности отвечают обусловленные эффектами самодействия сдвиги частоты

$$(\Delta\omega_2)_s = -\varepsilon^2 g\alpha M_0 \left(k_2^2 - k_{b2}^2 \right) \left(\frac{a_{2m}}{M_0} \right)^2 \tag{54}$$

и групповой скорости

$$(\Delta\lambda_2)_s = -\varepsilon^2 \omega'_{s2} \left(\frac{a_{2m}}{M_0}\right)^2 . \tag{55}$$

Эти же параметры в случае нелинейной плоской волны следуют из выражений (54), (55), если в них заменить a_{2m} на $\sqrt{2}a_{20}$.

6. Исходя из результатов общей теории [5,6] (см. также [1]), для обусловленных нерезонансным взаимодействием сдвигов частоты, групповой скорости и волнового числа солитона ядерной намагниченности будем иметь

$$(\Delta\omega_1)_i = \varepsilon^2 \lambda_2 \frac{d\Omega_{10}^{(1)}}{d\zeta_2} = 2\varepsilon^2 \omega_{n0} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left|\frac{U_{01x}^{(1)}}{M_0}\right|^2 , \tag{56}$$

$$(\Delta\lambda_1)_i = -\varepsilon^2 (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{d}{dk_1} \left(\frac{\partial\Omega_{10}^{(1)}}{\partial\zeta_2}\right) =$$

$$= 3\varepsilon^2 \eta \frac{m_0}{M_0} \left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right)^2 \left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^3 \frac{(2g\alpha M_0)^2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(k_1^2 - k_{b1}^2\right) \left|\frac{U_{01x}^{(1)}}{M_0}\right|^2 , \tag{57}$$

$$(\Delta k_1)_i = \varepsilon^2 \frac{\partial\Omega_{10}^{(1)}}{\partial\zeta_2} = \frac{2\varepsilon^2 \omega_{n0}}{\lambda_2 - \lambda_1} \left|\frac{U_{0x1}^{(1)}}{M_0}\right|^2 \tag{58}$$

соответственно. Эти выражения вместе с полученными ранее выражениями (44) и (45) позволяют иметь суждение о влиянии нерезонансного взаимодействия на характерные параметры солитона ядерной намагниченности при произвольных (допустимых) значениях k_1 и k_2. Не останавливаясь, однако, на детальном исследовании этого вопроса, рассмотрим область волновых чисел k_1, далекую от границы модуляционной неустойчивости ядерных спиновых волн, в которой (вместе с условием $|k_1| > k_{b1}$) имеет место $(|k_1| - k_{b1})/k_{b1} \sim 1$. Если при этом $\lambda_2 \gg \lambda_1$, что равносильно условию[8]

$$\eta \frac{m_0}{M_0} \left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right) \left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^2 \ll \frac{k_2}{k_{b1}} \ll \frac{1}{\eta} \frac{M_0}{m_0}, \tag{59}$$

то обусловленный взаимодействием сдвиг частоты солитона ядерной намагниченности дается выражением

$$(\Delta\omega_1)_i \approx 2\varepsilon^2 \omega_{n0} \left|\frac{U_{01x}^{(1)}}{M_0}\right|^2 > 0. \tag{56a}$$

---

[8] Неравенство (59) установлено с учетом неравенства (38).

Максимальное значение этого сдвига значительно превосходит $(\Delta\omega_1)_i$. Наибольший интерес представляет собой заключенная в (59) подобласть

$$\eta\,\frac{m_0}{M_0}\left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right)\left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^2 \ll \frac{k_2}{k_{b1}} < \frac{k_{b2}}{k_{b1}} \approx \left(\frac{4\pi M_0}{H_{0i}+\beta M_0}\right)^{1/2} \sim 1. \qquad (60)$$

В этой подобласти возмущение электронной намагниченности представляет собой нелинейную плоскую волну постоянной амплитуды, вследствие чего $(\Delta\omega_1)_i$ доминирует над $(\Delta\omega_1)_i$ при произвольном пространственном положении солитона ядерной намагниченности.

Далее сравнение $(\Delta\omega_1)_i$ с динамическим сдвигом частоты ЯМР [7] приводит к следующему выражению для отношения этих параметров:[9]

$$\frac{(\Delta\omega_1)_i}{(\Delta\omega_1)_{ds}} \approx \frac{\left|U^{(1)}_{01x}/M_0\right|^2}{\eta(m_0/M_0)}. \qquad (61)$$

Полагая, например, $\eta(m_0/M_0)\sim 10^{-2}$, $|U^{(1)}_{01x}/M_0|_{\max}\sim 10^{-1}$, находим $(\Delta\omega_1)_i/(\Delta\omega_1)_{ds}\sim 1$. Это означает, что в рассматриваемой области волновых чисел обусловленный нерезонансным взаимодействием сдвиг частоты солитона ядерной намагниченности сравним (вообще говоря) с динамическим сдвигом частоты ЯМР.

В обратном предельном случае $\lambda_1 \gg \lambda_2$, которому соответствует область волновых чисел[10]

$$\frac{k_2}{k_{b1}} \ll \eta\,\frac{m_0}{M_0}\left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right)\left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^2, \qquad (62)$$

из выражения (56) получаем

$$(\Delta\omega_1)_i \simeq -2\varepsilon^2\omega_{n0}\left|\frac{U^{(1)}_{01x}}{M_0}\right|^2 \frac{(k_2/k_{b1})}{\eta\frac{m_0}{M_0}\left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right)\left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^2} < 0. \qquad (56b)$$

Это означает, что $(\Delta\omega_1)_i$ (меняя знак) убывает по абсолютной величине. Тем не менее в подобласти

$$\left(\eta\,\frac{m_0}{M_0}\right)^2\left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right)\left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^3 \ll \frac{k_2}{k_{b1}} \ll \eta\,\frac{m_0}{M_0}\left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right)\left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^2 \qquad (63)$$

$(\Delta\omega_1)_i$ все еще доминирует над $(\Delta\omega_1)_s$. И лишь при предельно малых k_2, ограниченных неравенством

$$\frac{k_2}{k_{b1}} \ll \left(\eta\,\frac{m_0}{M_0}\right)^2\left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right)\left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^3, \qquad (64)$$

---

[9] Здесь, как обычно, принято $\varepsilon = 1$, а отношение $\left|U^{(1)}_{01x}/M_0\right|$ предполагается малым, что отвечает ограничению слабонелинейными возмущениями. Напомним, что $(\Delta\omega_1)_{ds} = \omega_0\Omega_0/\omega_{s1}$.

[10] В этой области возмущение электронной намагниченности представляет собой нелинейную плоскую волну.

влияние возмущения электронной намагниченности на частоту солитона ядерной намагниченности становится несущественным.

Исследуем теперь поведение обусловленного взаимодействием сдвига групповой скорости солитона ядерной намагниченности. Из выражения (57) следует, что в области малых волновых чисел k_2, ограниченной неравенством (62), в которой возмущение электронной намагниченности представляет собой нелинейную плоскую волну,

$$(\Delta\lambda_1)_i \approx -6\varepsilon^2 g\alpha M_0 \left|\frac{U_{01x}}{M_0}\right|^2 \left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right) \left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right) \frac{k_1^2 - k_{b1}^2}{|k_1|}. \tag{65}$$

Сравнивая выражения (45) и (65), убеждаемся, что во всей этой области влияние взаимодействия является определяющим.

В области волновых чисел k_2, ограниченной неравенством (59),

$$(\Delta\lambda_1)_i \approx 6\varepsilon^2 g\alpha M_0 \left|\frac{U_{01x}^{(1)}}{M_0}\right|^2 \eta \frac{m_0}{M_0} \left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right)^2 \left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^3 \frac{k_1^2 - k_{b1}^2}{k_2}. \tag{66}$$

Сравнивая это выражение с выражением (45), находим, что в подобласти

$$\eta \frac{m_0}{M_0} \left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right) \left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right)^2 \ll \frac{k_2}{k_{b1}} \ll 3 \left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right) \left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right) \ll 1$$

по-прежнему определяющим остается сдвиг групповой скорости, обусловленный взаимодействием. И лишь в подобласти

$$3 \left(\frac{\omega_{n0}}{\omega_{s0}}\right) \left(\frac{\omega_{s0}}{\omega_{s1}}\right) \ll \frac{k_2}{k_{b1}} \ll \frac{1}{\eta} \frac{M_0}{m_0}$$

доминирующим становится эффект самодействия.

Заметим, что влияние взаимодействия на сдвиги частоты и групповой скорости солитона ядерной намагниченности становится несущественным на противоположных концах области определения k_2. Причина заключается в том, что $(\Delta\omega_1)_i$ достигает своего наименьшего (по абсолютной величине) значения при малых k_2, тогда как наименьшее значение $(\Delta\lambda_1)_i$ достигается при больших k_2.

7. В заключение остановимся вкратце на рассмотрении обратного влияния возмущения ядерной намагниченности на параметры солитона электронной намагниченности. Исходя из вышеупомянутых результатов общей теории, для обусловленных взаимодействием сдвигов частоты, групповой скорости и волнового числа этого солитона будем соответственно иметь

$$(\Delta\omega_2)_i = 2\varepsilon^2 \omega_{s0} \eta \frac{m_0}{M_0} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left|\frac{u_{10x}^{(1)}}{m_0}\right|^2, \tag{67}$$

$$(\Delta\lambda_2)_i = 4\varepsilon^2 \omega_{s0} \eta \frac{m_0}{M_0} \frac{g\alpha M_0}{\lambda_2 - \lambda_1} \left|\frac{u_{10x}^{(1)}}{m_0}\right|^2, \tag{68}$$

$$
(\Delta k_2)_i = 2\varepsilon^2 \omega_{s0} \eta \frac{m_0}{M_0} \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left| \frac{u_{10x}^{(1)}}{m_0} \right|^2 . \tag{69}
$$

Ограничиваясь волновыми числами солитонов электронной намагниченности, далекими от границы модуляционной неустойчивости электронных спиновых волн $k_2 > k_{b2}$, $\frac{k_2 - k_{b2}}{k_{b2}} \sim 1$, и сравнивая выражения (67), (68) с выражениями (54), (55) соответственно, находим, что влияние нерезонансного взаимодействия на сдвиг частоты и групповой скорости солитона электронной намагниченности (во всяком случае в рассматриваемой области волновых чисел k_2) несущественно.

Список литературы

[1] Гиоргадзе Н.П. // ЖЭТФ (в печати).
[2] Buishvili L.L., Volzhan E.B., Giorgadze N.P., Potaraya A.D. // Phys. Stat. Sol. (b). 1976. V. 75. N 1. P. K69–K74.
[3] Богданова Х.Г., Голенищев-Кутузов В.А., Монахов А.А., Кузько А.В., Лукомский В.П., Човнюк Ю.В. // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. № 7. С. 476–479.
[4] Волжан Е.Б., Гиоргадзе Н.П., Патарая А.Д. // ФТТ. 1976. Т. 18. № 9. С. 2546–2555.
[5] Oikawa M., Yajima N. // J. Phys. Soc. Japan. 1974. V. 37. N 2. P. 486–496.
[6] Oikawa M., Yajima N. // Progr. Theor. Phys. (Suppl.). 1974. N 55. P. 36–51.
[7] Туров Е.А., Петров М.П. Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. М., 1969. С. 260.
[8] Taniuti T. // Progr. Theor. Phys. (Suppl.). 1974. N 55. P. 1–35.

Институт физики АН Грузии
Тбилиси

Поступило в Редакцию
20 января 1993 г.
В окончательной редакции
30 марта 1994 г.