1994 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 36, № 11
1994 SOLID STATE PHYSICS Vol. 36, N 11

УДК 534.21+532.6

СДВИГОВЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА УПРУГОЙ СРЕДЫ И ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ

В.А.Городцов

В упругом теле, покрытом вязкоупругой жидкостью, имеет место локализация распространения сдвиговых акустических волн у границы раздела. Под влиянием вязкости проникание высокочастотных волн в среды сильно ограничено, особенно в жидкость. Анализ показывает, что характер поверхностных волн зависит от того, достигается ли режим «второй ньютоновской вязкости» в вязкоупругой жидкости при используемых частотах. Наиболее детальное рассмотрение выполнено для таких простейших моделей жидкостей, как модели Максвелла и Джеффериза. Вязкоупругие покрытия можно использовать для возбуждения поверхностных акустических сдвиговых волн, а также для решения обратной задачи исследования свойств самих жидкостей и упругих тел.

Интерес к различным поверхностным волнам к акустоэлектронике усилился в свое время в связи с открытием сдвиговых волн Гуляева–Блюштейна в пьезоэлектрических кристаллах. В дальнейшем выяснилось, что возможна локализация сдвиговых волн у поверхности даже изотропной среды при нанесении на эту поверхность вязкого жидкого слоя [1–4]. Высокую чувствительность поверхностных сдвиговых волн к изменению вязкости (проявлениям анизотропии вязкости) подтвердил теоретический анализ эффекта в случае жидкокристаллических свойств покрывающей упругое тело жидкости [5]. Такая высокая чувствительность позволила использовать поверхностные волны для измерения вязкостей жидкостей [6,7].

При больших частотах ($\omega \sim 10^8 \div 10^{10}$ Hz), характерных для современной акустоэлектроники, волны на поверхности раздела жидкость–твердое тело должны быть чувствительными не только к вязким, но и к упругим свойствам жидкостей, обычно принимаемых за чисто вязкие. Тем более это верно в отношении таких типично вязкоупругих жидкостей, как полимерные растворы и расплавы.

Ниже анализируются особенности сдвиговых акустических волн на границе раздела упругой (сначала изотропной, а затем анизотропной) среды и изотропной вязкоупругой жидкости, жидкости с памятью формоизменения. Возникающие важные качественные различия оказываются связанными с такой характеристикой жидкостей, как «вторая ньютоновская вязкость», предельная вязкость при больших частотах. Если она достигается при рассматриваемых частотах, то все происходит, как в вязкой жидкости с пониженной вязкостью. Поверхностная волна локализуется у границы и распространяется вдоль нее. Если же вторая вязкость не достижима, то поведение при больших частотах иное. В простейшем случае оно описывается с помощью известной максвелловской модели жидкости. Поверхностная акустическая сдвиговая волна распространяется тогда под небольшим углом к поверхности в упругом теле, сильно преломляется на границе и быстро исчезает в жидкости.

1. Линейные определяющие уравнения для жидкости с памятью

В несжимаемой изотропной жидкости с памятью формоизменения причинная локальная связь напряжения $\sigma_{ij}(\mathbf{r},t)$ и скорости деформации $e_{ij}(\mathbf{r},t) = (1/2)(\partial v_i/\partial x_j + \partial v_j/\partial x_i)$ имеет в приближении линейного отклика общий вид [8,9]

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r},t) = 2\int\limits_{-\infty}^{t} dt'\eta(t-t')e_{ij}(\mathbf{r},t'). \tag{1}$$

Удобно выделять явно мгновенную часть отклика, разбивая функцию памяти $\eta(t)$ на сумму конечного числа сингулярных слагаемых (пропорциональных производным δ-функций Дирака) и гладкой убывающей релаксационной фукнции $G(t)$

$$\eta(t) = \sum_{m=0}^{M}(-1)^m \eta_m \delta^{(m)}(t) + G(t),$$

$$G(t) = \sum_{k=1}^{n}\frac{\eta^{(k)}}{\theta_k}e^{-t/\theta_k}.$$

Здесь и далее считаем для простоты достаточной аппроксимацию релаксационной функции с помощью дискретного конечного спектра времен релаксации θ_k ($\theta_k < \theta_{k+1}$, $k \leqslant n$).

В отношении динамических испытаний типа распространения монохроматической сдвиговой волны или колебаний частоты ω такая жидкость ведет себя подобно вязкой с эффективной (динамической) вязкостью $\eta_+(\omega)$, зависящей от частоты,

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r},\omega) = 2\eta_+(\omega)e_{ij}(\mathbf{r},\omega),$$

$$\eta_+(\omega) - \eta_0 - \sum_{m=1}^{M}\eta_m(i\omega)^m = \int\limits_0^\infty dtG(t)e^{i\omega t} = \sum_{k=1}^{n}\frac{\eta^{(k)}}{1-i\omega\theta_k}.$$

Установившееся течение соответствует $\omega \to 0$ и характеризуется вязкостью

$$\eta_+(0) = \eta_0 + \int\limits_0^\infty dtG(t) = \eta_0 + \sum_{k=1}^{n}\eta^{(k)}.$$

В другом предельном случае высокочастотных процессов (при $\omega \to \infty$) ведущую роль играет мгновенная часть отклика, как это видно из асимптотического разложения

$$\eta_+(\omega) = \eta_0 + \sum_{m=1}^{M} \eta_m (i\omega)^m + i\frac{G(t=0)}{\omega} - \frac{G'(t=0)}{\omega^2} + \dots,$$

$$G(t=0) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\eta^{(k)}}{\theta_k},$$

$$G'(t=0) = -\sum_{k=1}^{n} \frac{\eta^{(k)}}{\theta_k^2}.$$

Далее ограничимся моделью жидкости с вязким мгновенным откликом ($\eta_m = 0$ при $m \geqslant 1$), для которой динамическая вязкость остается конечной при росте частоты (в пределе $\omega \to \infty$ достигается вторая ньютоновская вязкость η_0). Такое поведение типично для большинства высокомолекулярных полимерных жидкостей (растворов и расплавов полимеров). К таким жидкостям с памятью относятся и считаемые обычно ньютоновскими вязкими низкомолекулярные жидкости (в том числе и вода). Для них можно считать $\eta_0 = 0$, а вязкоупругий характер проявляется лишь при очень высоких частотах (для воды при $\omega \sim 10^{14}$ Hz).

2. Течение и деформация в сдвиговой волне

Пусть вязкоупругая жидкость занимает полупространство $z > 0$. Вдоль его границы $z = 0$ в направлении оси x распространяется сдвиговая волна частоты ω со смещением в поперечном направлении y. Тогда в жидкости наводится затухающее с удалением от границы течение

$$v_x = v_z = 0, \quad v_y = ve^{-\alpha z}e^{ikx - i\omega t}, \quad \operatorname{Re}\alpha > 0.$$

Оно подчиняется уравнению движения и определяющим уравнениям

$$\rho_0 \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z},$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = 0,$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{t} dt' \eta(t - t') v_y(x, z, t'),$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{t} dt' \eta(t - t') v_y(x, z, t')$$

при следующей связи между α, k и ω:

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \frac{i\omega\rho_0}{\eta_+(\omega)}}, \quad \operatorname{Re}\alpha > 0. \tag{2}$$

Величиной $1/\operatorname{Re}\alpha$ характеризуется глубина проникания волны в жидкость.

В изотропную упругую среду в остальном полупространстве $z < 0$ поперечные сдвиговые смещения проникают, согласно уравнениям

$$u_x = u_z = 0, \quad u_y = ue^{\beta z}e^{ikx - i\omega t},$$

$$\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yz}}{\partial z},$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = 0,$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \mu\frac{\partial u_y}{\partial x}, \quad \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \mu\frac{\partial u_y}{\partial z},$$

на глубину $1/\operatorname{Re}\beta$, где

$$\beta = \sqrt{k^2 - \omega^2\frac{\rho}{\mu}}, \quad \operatorname{Re}\beta > 0. \tag{3}$$

Обозначения ρ и μ используются для плотности и модуля сдвига твердого тела.

На общей границе раздела $z = 0$ между жидкостью и твердым телом должны выполняться граничные условия равенства компонент напряжений σ_{iz} и скоростей движения v_y, $\partial u_y/\partial t$

$$\sigma_{yz}\Big|_{z=+0} = \sigma_{yz}\Big|_{z=-0},$$

$$v_y\Big|_{z=+0} = \frac{\partial u_y}{\partial t}\Big|_{z=-0}.$$

Их совместность приводит к соотношению

$$i\omega\eta_+(\omega)\alpha = \mu\beta, \tag{4}$$

которое можно переписать с учетом (2), (3) в виде дисперсного соотношения связи между частотой ω и компонентой волнового вектора вдоль границы раздела k

$$k^2 = \omega^2\frac{\rho + i\rho_0\varepsilon}{\mu(1+\varepsilon^2)},$$

$$\beta = i\varepsilon\alpha, \quad \varepsilon \equiv \frac{\omega\eta_+(\omega)}{\mu}. \tag{5}$$

Для высокочастотных поверхностных акустических волн с частотами $\omega \sim 10^9$ Hz безразмерный (комплексный) параметр ε, как правило, мал по величине. Например, при упругом теле с типичным значением модуля упругости $\mu \sim 10^{11}$ Pa вязкоупругой жидкости с вязкостью порядка вязкости воды $\eta \sim 10^{-3}$ Pa·s имеем $|\varepsilon| \sim 10^{-5}$. В дальнейшем при оценках ограничимся этими значениями основных характеристик, поскольку изменение их на порядок не затрагивает главных выводов. Следует еще подчеркнуть, что для оценки параметра ε нужна динамическая вязкость, сильно снижающаяся при больших частотах. Даже огромные вязкости концентрированных растворов и расплавов полимеров могут падать на много порядков и становиться меньше Pa·s при $\omega \sim 10^9$ Hz.

Пользуясь малостью параметра ε, можно упростить полученные формулы для характеристики волны

$$k \approx \omega\sqrt{\frac{\rho}{\mu}}\left(1 + i\frac{\rho_0}{2\rho}\varepsilon\right),$$

$$\alpha \approx \sqrt{-\frac{i\omega\rho_0}{\eta_+(\omega)}},$$

$$\beta = i\varepsilon\alpha \approx \sqrt{\frac{i\rho_0\omega^3\eta_+(\omega)}{\mu^2}}. \qquad (6)$$

Подобным выражением для α характеризуется проникание возмущений в вязкоупругую жидкость от колеблющейся плоской границы [9]. Из формулы для волнового числа видно, что скорость распространения поверхностных сдвиговых волн по границе раздела близка к скорости сдвиговых волн в объеме упругого тела, а их убывание в этом направлении мало́ в соответствии с малостью параметра ε. Верно и обратное. Требование малости затухания, близкое к требованию малости параметра, подразумевается при рассмотрении распространения волны по границе раздела. Из соотношения $\beta/\alpha = i\varepsilon$ ясно, что поверхностная волна захватывает жидкость на гораздо меньшую глубину, чем соприкасающееся с ней упругое тело.

По отношению к волне частоты ω времена релаксации вязкоупругой жидкости $\theta_1 < \theta_2 < \ldots < \theta_n$ можно поделить на малые ($\theta \leqslant \theta_s < \omega^{-1}$) и большие ($\theta \geqslant \theta_s > \omega^{-1}$). Для упрощения оценок при этом будем считать спектр разреженным и пользоваться сильными неравенствами $\theta_s\omega \ll 1$, $\theta_{s+1}\omega \gg 1$. Тогда релаксационные процессы с малыми временами практически успевают заканчиваться за один период колебаний, а их влияние сводится к перенормировке мгновенного вязкого влияния с заменой η_0 на η'_s (отметим, что появление η_0 в определяющих уравнениях вязкоупругих жидкостей с самого начала можно истолковать как отражение релаксационных процессов с временами релаксации, слишком малыми для того, чтобы проявляться при всех рассматриваемых частотах). Моды же с большими временами релаксировать не успевают и ведут себя упругим образом с эффективным модулем упругости μ'_s

$$\eta_+(\omega) \approx \eta'_s + i\frac{\mu'_s}{\omega},$$

$$\eta'_s = \eta_0 + \sum_{k=1}^{s} \eta^{(k)},$$

$$\mu'_s = \sum_{k=s+1}^{n} \frac{\eta^{(k)}}{\theta_k},$$

$$\frac{1}{\theta_{s+1}} \ll \omega \ll \frac{1}{\theta_s}. \tag{7}$$

Если частоты настолько низки, что за период колебаний все релаксационные процессы успевают закончиться ($\omega\theta_n \ll 1$), то поведение вязкоупругой жидкости оказывается близким поведению вязкой с суммарной вязкостью $\eta = \eta'_n = \eta_+(0)$. При этом результаты (6) сводятся к уже известным для акустических сдвиговых поверхностных волн на границе между вязким и упругим телами [1–4]

$$k \approx \omega\sqrt{\frac{\rho}{\mu}}\left(1 + i\frac{\rho_0\eta\omega}{2\rho\mu}\right),$$

$$\alpha \approx (1-i)\sqrt{\frac{\omega\rho_0}{2\eta}},$$

$$\beta \approx (1+i)\sqrt{\frac{\omega^3\rho_0\eta}{2\mu^2}}. \tag{8}$$

Волна в этом случае проникает без осцилляций в твердое тело на глубину $1/\operatorname{Re}\beta \approx 5\cdot10^{-3}$ m и одновременно на гораздо меньшую глубину $1/\operatorname{Re}\alpha \approx 5\cdot10^{-8}$ m в жидкость ($\omega \sim 10^9$ 1/s, $\mu \sim 10^{11}$ Pa, $\eta \sim 10^{-3}$ Pa·s). При таком малом проникании в жидкость гидравлически важной может оказаться даже небольшая шероховатость поверхности. С другой стороны, это позволяет и тонкие пленки жидкости рассматривать в приближении бесконечной толщины. С ростом вязкости проникание в вязкую жидкость растет, а в упругую среду уменьшается в $\sqrt{\eta}$ раз.

В другом предельном случае очень больших частот релаксационные процессы оказываются замороженными ($\theta_1\omega \gg 1$, т.е. при $\omega \sim 10^9$ Hz, тогда $\theta_n > \ldots > \theta_2 > \theta_1 \gg 10^{-9}$ s) и в соответствии с формулами (7) можно ожидать сближения поведения жидкости общего типа и вязкоупругой жидкости с одним временем релаксации η_0/μ'_0 и вязкостью η_0. Казалось бы, в пределе малых η_0 (точнее, при $1/\theta_1 \ll \omega \ll \mu'_0/\eta_0$) все должно в конце концов свестись к упругому телу с модулем μ'_0. Однако на границе раздела двух изотропных упругих тел (с модулями упругости μ'_0 и μ) акустические сдвиговые волны распространяться не могут. На этой границе вследствие равенства сдвиговых напряжений

$$-\mu'_0\alpha = \mu\beta, \tag{9}$$

что при $\operatorname{Re}\alpha > 0$, $\operatorname{Re}\beta > 0$ выполняться не может.

Обсудим детальнее возникшую ситуацию на примере упрощенной модели вязкоупругой жидкости с одним временем релаксации напряжений, так называемой модели Джеффериза.

3. Сдвиговая волна у границы раздела упругого тела и жидкости Джеффериза

При интегральной записи определяющего уравнения жидкости с одним временем релаксации напряжений θ и мгновенной (второй ньютоновской) вязкостью $\eta_0 = \eta a$ (при низкочастотной вязкости η)

$$\eta(t) = a\eta\delta(t) + G(t),$$

$$G(t) = 2a\frac{\eta}{\theta}e^{-t/\theta}, \quad 0 \leqslant a < 1$$

и оно просто переписывается в дифференциальном виде

$$\left(1 + \theta\frac{\partial}{\partial t}\right)\sigma_{ij}(\mathbf{r},t) = 2\eta\left(1 + a\theta\frac{\partial}{\partial t}\right)e_{ij}(\mathbf{r},t). \tag{10}$$

В частном случае $a = 0$ получаются уравнения известной модели Максвелла.

Для динамической вязкости и параметра ε имеем

$$\eta_+(\omega) = \eta\frac{1 - ia\theta\omega}{1 - i\theta\omega},$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0\frac{1 + a\theta^2\omega^2}{1 + \theta^2\omega^2} + i\varepsilon_0\frac{(1-a)\theta\omega}{1 + \theta^2\omega^2},$$

$$\varepsilon_0 \equiv \frac{\omega\eta}{\mu} \sim 10^{-5}.$$

Основные результаты для характеристик волн, записанные в виде формул

$$k^2 = \omega^2\frac{\rho}{\mu}(1 - \delta), \quad \alpha^2 = \omega^2\frac{\rho}{\mu}\frac{\delta}{\varepsilon^2}, \quad \beta^2 = -\omega^2\frac{\rho}{\mu}\delta,$$

$$\delta \equiv \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon^2}\left(\varepsilon - i\frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

благодаря малости параметра ε_0 и соответственно малости величины параметра δ, можно в первом приближении переписать как

$$\delta \approx -i\varepsilon\frac{\rho_0}{\rho},$$

$$k \approx \omega\sqrt{\frac{\rho}{\mu}}\left(1 + i\frac{\varepsilon_0\rho_0}{2\rho}\frac{1 + a\theta^2\omega^2}{1 + \theta^2\omega^2}\right),$$

$$\alpha \approx \omega\sqrt{\frac{\rho_0}{2\mu\varepsilon_0(1 + a^2\theta^2\omega^2)}}\left(R - i\frac{1 + a\theta^2\omega^2}{R}\right),$$

$$\beta \approx \omega\sqrt{\frac{\rho_0\varepsilon_0}{2\mu(1 + \theta^2\omega^2)}}\left(R + i\frac{1 + a\theta^2\omega^2}{R}\right),$$

$$R \equiv \sqrt{\sqrt{(1+\theta^2\omega^2)(1+a\theta^2\omega^2)} - (1-a)\theta\omega}. \tag{11}$$

Этими формулами подтверждаются предыдущие заключения о слабом затухании сдвиговой волны в направлении распространения по границе раздела и очень быстром затухании при заглублении в жидкость.

В высокочастотном пределе $a\theta\omega \gg 1$ они совпадают с формулами (8) для вязкой жидкости с вязкостью $\eta_0 = a\eta$. Для низких частот ($\theta\omega \ll 1$) характерно вязкое поведение с вязкостью $\eta > \eta_0$.

Совершенно иная картина возникает в высокочастотном пределе $\theta\omega \gg 1$ в жидкости с несущественным последействием, $a = 0$ (точнее, при $\theta\omega \gg 1$ и $a\theta^2\omega^2 \ll 1$), т.е. в максвелловской модели жидкости. Формулы (11) принимают в первом приближении упрощенный вид

$$k \approx \omega\sqrt{\frac{\rho}{\mu}}\left(1 + i\frac{\eta\rho_0}{2\mu\rho\theta^2\omega}\right),$$

$$2\alpha \approx \sqrt{\frac{\rho_0}{\eta\theta}}(1 - i2\theta\omega),$$

$$2\beta \approx \sqrt{\frac{\rho_0\eta}{\mu^2\theta^3}}(1 + i2\theta\omega). \tag{12}$$

Здесь справедливы следующие сильные неравенства:

$$\operatorname{Im} k \ll \operatorname{Re}\beta \ll \operatorname{Im}\beta \ll \operatorname{Re} k \ll |\operatorname{Im}\alpha|,$$

$$\operatorname{Im}\beta \ll \operatorname{Re}\alpha \ll |\operatorname{Im}\alpha|.$$

Неравенство

$$\operatorname{Im} k \ll \operatorname{Re} k$$

по-прежнему отражает малость затухания волн в направлении вдоль границы раздела сред. Превосходство мнимых частей параметров α, β над вещественными указывает на распространение волн в данном случае и по нормали к границе также. В силу

$$0 < \operatorname{Im}\beta \ll \operatorname{Re} k \ll |\operatorname{Im}\alpha|, \quad \operatorname{Im}\alpha < 0$$

волна приближается из упругой среды под небольшим углом к границе, и сильно преломляется на ней. После этого волна уходит в жидкость почти в направлении нормали и быстро затухает. Причем ослабление волны на длине волны мало в обеих средах. Задаваясь прежними значениями основных характеристик сред, для глубин проникания имеем

$$\frac{1}{\operatorname{Re}\alpha} \approx \theta^{1/2} 2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/s}^{1/2},$$

$$\frac{1}{\operatorname{Re}\beta} \approx \theta^{3/2} 2\cdot 10^{11}\,\mathrm{m/s}^{3/2}.$$

Таким образом, при не слишком малых временах релаксации глубины проникания в твердое тело велики. Так $1/\operatorname{Re}\beta > 1\mathrm{m}$ при $\theta \gtrsim 3\cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$, что практически необходимо для сильного неравенства $\theta\omega \gg 1$. При не слишком больших временах релаксации проникание в жидкость будет малым ($1/\operatorname{Re}\alpha < 2 \cdot 10^{-3}$ m при $\theta < 1$ s).

Высокочастотное поведение (при $\theta\omega \gg 1$) максвелловской модели вязкоупругой жидкости близко к поведению упругого тела с относительно малой вязкостью, что ясно из формулы для динамической вязкости

$$\eta_+(\omega) \approx \frac{\eta}{\theta^2\omega^2} + i\frac{\mu'}{\omega}, \quad \mu' \equiv \frac{\eta}{\theta}.$$

Однако для существования поверхностных волн у границы раздела такой жидкости с твердым телом эта малая вязкость играет решающую роль. Граничное условие (4) с учетом вязкого влияния сводится здесь к условию

$$\frac{\eta}{\theta}\operatorname{Re}\alpha \approx \mu \operatorname{Re}\beta.$$

Оно в противоположность условию (9) для чисто упругого случая совместимо с требованиями $\operatorname{Re}\alpha > 0$, $\operatorname{Re}\beta > 0$ и выполняется для поверхностных волн в силу (12).

Высокая чувствительность поверхностных акустических сдвиговых волн к характеристикам покрывающих твердое тело жидкостей позволяет рассчитывать на использование их для измерения характеристик жидкости при больших частотах. Реальность этого подтверждена экспериментальными исследованиями вязких жидкостей [6,7]. Имеются предварительные данные и по вязкоупругим жидкостям [10].

4. Локализация сдвиговых волн у поверхности кристаллов под жидким слоем

Учет упругой анизотропии кристаллических твердых тел не меняет основных полученных выше результатов в отношении поверхностных сдвиговых волн. В случае свободной плоской границы кристаллической среды $z = 0$ закон упругости

$$\sigma_{ij} = \lambda_{ij\alpha\beta}(\partial u_\beta / \partial x_\alpha),$$

справедливый в ее объеме, дополняется условием отсутствия напряжений на границе

$$\sigma_{iz}\Big|_{z=0} = 0.$$

При определенной ориентации кристаллической решетки возможно распространение в объеме твердого тела чисто поперечной волны, скользящей параллельно свободной плоской границе. Например, это относится к кристаллу с орторомбической решеткой, кристаллографическая плоскость которой параллельна границе, и к кристаллу с гексагональной решеткой при поляризации волны по гексагональной оси. Для такой сдвиговой волны, распространяющейся по оси x и поляризованной по оси y, условие отсутствия напряжений на границе сводится к требованиям

$$\lambda_{xzxy} = \lambda_{yzxy} = \lambda_{zzxy} = 0. \tag{13}$$

Когда поверхность кристалла покрывается жидкостью, скользящая сдвиговая волна локализуется вблизи границы вполне аналогично тому, как это имело место для изотропного твердого тела (см. раздел 2). Проникание ее в жидкость по-прежнему описывается соотношением (2). Небольшие видоизменения проникания в твердое тело связаны с множественностью модулей упругости анизотропного кристалла (ср. (3))

$$\beta \doteq \sqrt{k^2 \frac{\lambda_{xyxy}}{\lambda_{yzyz}} - \omega^2 \frac{\rho}{\lambda_{yzyz}}}, \quad \mathrm{Re}\,\beta > 0. \tag{14}$$

Совместность граничных условий равенства напряжений и смещений в твердом теле и жидкости приводит к связи, аналогичной (4)

$$i\omega\eta_+(\omega)\alpha = \lambda_{yzyz}\beta,$$

которая с использованием малости параметра $\omega\eta_+(\omega)/\lambda_{yzyz}$ дает упрощенные соотношения (ср. (6))

$$k \approx \omega\sqrt{\frac{\rho}{\lambda_{xyxy}}}\left(1 + i\frac{\rho_0}{2\rho}\frac{\omega\eta_+(\omega)}{\lambda_{yzyz}}\right),$$

$$\alpha \approx \sqrt{-\frac{i\omega\rho_0}{\eta_+(\omega)}},$$

$$\beta \approx \sqrt{\frac{i\rho_0\omega^3\eta_+(\omega)}{\lambda_{yzyz}^2}}. \tag{15}$$

Пользуясь этими формулами, можно повторить все основные выводы предыдущих пунктов в отношении поверхностных сдвиговых волн при учете анизотропии твердого тела (ориентированного подходящим образом) практически слово в слово. При наличии у кристаллов пьезосвойств локализации сдвиговой волны будет определяться как вязкоупругостью покрытия, так и пьезоэффектом кристалла. Причем в различных ситуациях может преобладать то или иное влияние.

Список литературы

[1] Бирюков С.В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плесский В.П. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. М.: Наука, 1991. 416 с.
[2] Плесский В.П., Тен Ю.А. // Письма в ЖТФ. 1984. Т 10. № 5. С. 296–300.
[3] Плесский В.П., Тен Ю.А. // Акуст. журн. 1985. Т 31. № 4. С. 553–554.
[4] Плесский В.П., Тен Ю.А. // Акуст. журн. 1986. Т 32. № 2. С. 206–211.
[5] Ветров С.Я., Шабанов В.Ф. // ФТТ. 1991. Т 33. № 9. С. 206–211.
[6] Nomura T., Yasuda T., Furukawa S. // Jap. J. Appl. Phys. 1992. V. 31. Suppl. 31-1. P. 78.
[7] Sato T., Okagjima H., Kachiwase Y., Motegi R., Nakajima H. // Jap. J. Appl. Phys. 1993. V. 32. N 5B. Pt 1. P. 2392–2395.
[8] Joseph D.D. Fluid dynamics of viscoelastic fluids. N.Y. e.a.: Springer, 1991. 753 p.
[9] Городцов В.А. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 5. С. 3–9.
[10] Ricco A.J., Martin S.J. // Appl. Phys. Lett. 1987. V. 50. N 21. P. 1474–1476.

Институт проблем механики РАН
Москва

Поступило в Редакцию
10 января 1994 г.
В окончательной редакции
10 мая 1994 г.