1994 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 36, № 12
1994 SOLID STATE PHYSICS Vol. 36, N 12

УДК 537.614

РЕЛАКСАЦИОННАЯ ДИНАМИКА ИЗИНГОВСКОГО СПИНОВОГО СТЕКЛА В ПОПЕРЕЧНОМ ПОЛЕ

Р.В.Сабурова, Г.П.Чугунова

Рассчитана динамическая продольная спин-спиновая автокорреляционная функция, усредненная по конфигурациям обменных связей. Изучено влияние поперечного поля на релаксацию параметра порядка.

Изучение изинговской модели спинового стекла в поперечном поле в последнее время вызывает особый интерес. Не только магнитные спиновые стекла в поперечном поле, но и многие другие неупорядоченные твердые тела обнаруживают фазовые переходы, которые не могут быть описаны классическими моделями спиновых стекол. Это, например, смесь сегнето- и антисегнетоэлектриков (так называемых протонных стекол), некоторые твердые растворы, щелочногалоидные кристаллы и виртуальные сегнетоэлектрики, активированные туннелирующими электродипольными примесями [1–5].

Одной из квантовомеханических моделей, описывающих такие системы, является изинговская модель спинового стекла в поперечном поле с гамильтонианом вида

$$\mathcal{H} = -\Omega \sum_{i}^{N} \sigma_i^x - \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^{N} J_{ij} \sigma_i z \sigma_j^z, \tag{1}$$

где N — число спинов, $\sigma^\mu (\mu = x, y, z)$ — спиновые матрицы Паули, Ω — поперечное поле, J_{ij} — константа обменного взаимодействия между спинами i и j. Мы будем использовать модель спинового стекла бесконечного радиуса взаимодействия, развитую Шеррингтоном и Киркпатриком [6], при наличии поперечного поля. Если статические свойства изинговского спинового стекла в поперечном поле сравнительно хорошо исследованы, то динамика почти не изучена (см., например, [7–11]). В данной работе впервые рассматривается релаксация параметра порядка изинговского спинового стекла в поперечном поле. Рассчитано приближенное выражение для параметра порядка в области температур $T \gtrsim T_{\mathrm{sg}}$, где T_{sg} — температура замораживания спинов в фазу спинового стекла [12–14].

Усредненная по конфигурациям обменных связей динамическая продольная спин-спиновая автокорреляционная функция $\overline{\langle \sigma_i^z(0) \sigma_i^z(t) \rangle}$ связана с параметром порядка фазы спинового стекла соотношением [12]

$$q(t) = \lim_{t \to \infty} \lim_{N \to \infty} \overline{\langle \sigma_i^z(0) \sigma_i^z(t) \rangle}, \tag{2}$$

где t — время; черта сверху означает конфигурационное усреднение. Воспользуемся далее формализмом непрерывной дроби Мори [15] при расчете автокорреляционной функции и полукруговым законом Вигнера для случайной матрицы $\{J_{ij}\}$ при усреднении [6]. Исходя из уравнения движения $i\hbar d\sigma^z(t)/dt = L\sigma^z(t)$ (где L — оператор Лиувилля), следуя Мори [15], с помощью проективных операторов P_l и некоторого ортогонального множества $\{f_l\}$ можно получить следующую формулу разложения для $\sigma^z(t)$:

$$\sigma^z(t) = \sum_{l=0}^{n-1} G_l(t) f_l + \int_0^t G_{n-1}(t-s) f_n(s) ds, \tag{3}$$

где $n > 0$ (n — целое число), коэффициенты разложения $G_l(t)$ равны

$$G_l(t) = \int_0^t dt_1 F_0(t-t_1) \int_0^{t_1} dt_2 F_1(t_1-t_2) \ldots \int_0^{t_{l-1}} dt_l F_{l-1}(t_{l-1}-t_l) F_l(t_l), \tag{4}$$

где $F_l(t) = F_l^{zz}(t)$ — функция релаксации, определенная ниже.

$$f_l(t) = \exp(iL_l t) f_l, \quad L_l = \left[1 - \sum_{m=0}^{l-1} P_m\right] L, \quad f_l = iL_l f_{l-1}, \quad f_0 \equiv \sigma^z.$$

В формализме Мори преобразование Лапласа зависящей от времени функции $F(t)$ выражается через непрерывную дробь (при $n \to \infty$)

$$F(\eta) = \cfrac{1}{\eta + \cfrac{\delta_1}{\eta + \cfrac{\delta_2}{\eta + \ldots}}} = \frac{1}{\eta + \delta_1 K_1(\eta)}, \tag{5}$$

где $K_n(\eta) = [\eta + \delta_{n+1} K_{n+1}(\eta)]^{-1}$, а коэффициенты δ_n непосредственно выражаются через частотные моменты $\langle \omega^n \rangle$ функции релаксации формы $F(\omega)$, причем $F(\omega)$ и $F(\eta)$ связаны соотношением $F(\omega) = \pi^{-1} \operatorname{Re} F(\eta = i\omega)$. В литературе нередко используются «n-полюсные приближения», в которых пренебрегают η-зависимостью $K_n(\eta)$ и записывают $K_{n-1}(\eta)$ в виде

$$K_{n-1}(\eta) = (\eta + \varkappa_{n-1})^{-1},$$

где параметр $\varkappa$ выражается через моменты низкого порядка $\langle \omega^n \rangle$; таким образом, дробь обрывают на определенном уровне. Такое приближение особенно хорошо, когда динамика системы описывается несколькими релаксационными процессами, причем более быстрый релаксационный процесс описывается посредством параметра $\varkappa$. Разложение вида (5) удобно также для нахождения длинновременных и коротковременных пределов. Отметим, что полюса $F(\omega)$ определяют аномалии релаксационного поведения $q(t)$. В своем расчете мы ограничимся двухполюсным приближением в выражении для релаксационной функции формы

$$F^{zz}(\mathbf{k},\omega) = (2\pi)^{-1} \int\limits_{-\infty}^{\infty} F^{zz}(\mathbf{k},t) \exp(-i\omega t) dt,$$

где нормированная функция релаксации $F^{zz}(\mathbf{k},t) = C^{zz}(\mathbf{k},t)/C^{zz}(\mathbf{k},0)$ [16]. Корреляционная функция $\tilde{C}^{zz}(\mathbf{k},t) = \langle\tilde{\sigma}^z(-\mathbf{k},0)\tilde{\sigma}^z(\mathbf{k},t)\rangle$, где $\tilde{\sigma}^z(\mathbf{k},t) = \sigma^z(\mathbf{k},t) - \langle\sigma^z(\mathbf{k},t)\rangle$, $\sigma^z(\mathbf{k},t) = N^{-1/2}\sum\limits_i \sigma_i^z(t)\exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}_i)$, $\mathbf{k}$ — волновой вектор, $\mathbf{R}_i$ — радиус-вектор местоположения i-го спина, $\langle\ldots\rangle$ означает термодинамическое среднее с гамильтонианом (1). Функция $C^{zz}(\mathbf{k},t) = (\bar{A},\bar{B}) = \int\limits_0^\beta \langle e^{\varepsilon\mathcal{H}}\bar{A}e^{-\varepsilon\mathcal{H}}\bar{B}\rangle d\varepsilon - \beta\langle\bar{A}\rangle\langle\bar{B}\rangle$, где $\beta^{-1} = \mathrm{k_B}T$ (k_B — постоянная Больцмана), $\bar{A} = \sigma^z(-\mathbf{k},0)$, $\bar{B} = \sigma^z(\mathbf{k},t)$. В высокотемпературном приближении $C^{zz}(\mathbf{k},t)$ равна $\tilde{C}^{zz}(\mathbf{k},t)$. $F^{zz}(\mathbf{k},\omega)$ в двухполюсном приближении имеет вид (см. также [16])

$$F_2^{zz}(\mathbf{k},\omega) = \pi^{-1}\varkappa_2\delta_1\{(\omega^2-\delta_1)^2 + \varkappa_2^2\omega^2\}^{-1}, \tag{6}$$

$$\delta_1 = \langle\omega^2\rangle = \omega k^2, \quad \varkappa_2 = (\pi\delta_1/2)^{1/2}. \tag{7}$$

В неупорядоченной фазе собственные частоты $\omega k^2 = \Omega^2 - \Omega J_\mathbf{k}\langle\sigma^x\rangle$, $\langle\sigma^x\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{th}(\beta\Omega/2)$ [3].

Статическая автокорреляционная функция в этой фазе $\langle\sigma^z(-\mathbf{k},0)\sigma^z(\mathbf{k},0)\rangle = \frac{1}{2}\langle\sigma^x\rangle\omega^{-1}\mathrm{th}^{-1}(\beta\omega_\mathbf{k}/2)$ [17]. Входящие в (3–7) величины L, F, ω_k (и другие) зависят от поперечного поля Ω, определяющего специфику нашей модели, описываемой гамильтонианом (1). Отметим, что в случае $T\to\infty$ $F_2^{zz}(\mathbf{k},\omega)$ не зависит от $\mathbf{k}$ и корреляционная функция сводится к автокорреляционной функции [16].

Для более полного изучения свойств спинового стекла аналогично [6] диагонализуем хаотическую симметричную матрицу обменных связей $\{J_{ij}\}(J_{ij} = J_{ji})$ ортогональным преобразованием $J_{ij} = \sum\limits_{\lambda=1}^N J_\lambda\langle i|\lambda\rangle\langle\lambda|j\rangle$ с собственными значениями J_λ и ортогональными собственными векторами $\langle\lambda|i\rangle$. Соответствующими модами спинового стекла тогда являются $S_\lambda^z = \sum\limits_i^N\langle\lambda|i\rangle\sigma_i^z$, причем $\sigma_i^z = \sum\limits_\lambda^N\langle i|\lambda\rangle S_\lambda^z$. Мы рассматриваем симметричное гауссово распределение обменных связей со средним значением равным нулю и дисперсией $\tilde{J}^2$. Тогда при $N\to\infty$ плотность непрерывного спектра собственных значений хаотической матрицы $\{J_{ij}\}$ подчиняется полукруговому закону Вигнера [6]

$$\rho(J_\lambda) = (2\pi\tilde{J}^2)^{-1}(4\tilde{J}^2 - J_\lambda^2)^{1/2}.$$

На больших временах ($t \to \infty$) в высокотемпературном приближении параметр порядка имеет вид

$$q(t) = \lim_{t\to\infty} \lim_{N\to\infty} N^{-1} \sum_{\lambda} \langle S_\lambda^z(0) S_\lambda^z(t) \rangle =$$

$$= \lim_{t\to\infty} \int_{-2\tilde{J}}^{+2\tilde{J}} \rho(J_\lambda) \langle S_\lambda^z(0) S_\lambda^z(t) \rangle dJ_\lambda = \frac{1}{4}\pi i \Omega \operatorname{th}(\beta\Omega/2) \times \lim_{t\to\infty} \int_{-2\tilde{J}}^{+2\tilde{J}} \rho(J_\lambda) \omega_0^2 \times$$

$$\times \left[\frac{e^{i\omega_1 t}}{(\omega_1-\omega_2)(\omega_1-\omega_3)(\omega_1-\omega_4)} + \frac{e^{i\omega_4 t}}{(\omega_4-\omega_1)(\omega_4-\omega_2)(\omega_4-\omega_3)} \right] dJ_\lambda \simeq$$

$$\simeq A \left[\frac{a\exp(-ta\cos\frac{\varphi}{2})}{t} \{ (\cos\frac{\varphi}{2}) \sin(ta\sin\frac{\varphi}{2}) + (\sin\frac{\varphi}{2}) \cos(ta\sin\frac{\varphi}{2}) \} + \right.$$

$$\left. + \frac{b\exp(-tb\cos\frac{\varphi}{2})}{t} \{ (\cos\frac{\varphi}{2}) \sin(tb\sin\frac{\varphi}{2}) + (\sin\frac{\varphi}{2}) \cos(tb\sin\frac{\varphi}{2}) \} \right] +$$

$$+ B\left[\gamma(0, ae^{-i\frac{\varphi}{2}}t) + \gamma(0, be^{i\frac{\varphi}{2}}t) - \gamma(0, ae^{i\frac{\varphi}{2}}t) - \gamma(0, be^{-i\frac{\varphi}{2}}t) \right] + C\left[\ln\frac{b}{a} + D + M \right], \tag{8}$$

$$\omega_0^2 = \Omega^2 - \Omega J_\lambda \operatorname{th}(\beta\Omega/2); \quad \omega_{1,3} = \omega_0 \exp(\pm\frac{i}{2}\operatorname{arctg} 4.54),$$

$$\omega_{2,4} = \omega_0 \exp\left[\pm i \left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg} 4.54 + \pi \right) \right], \quad \operatorname{tg}\varphi \simeq 4.54,$$

$$D = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(t\cos\frac{\varphi}{2})^n (b^n - a^n)}{nn!},$$

$$M = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{(t\sin\frac{\varphi}{2})^{2n-1}}{(-\operatorname{ctg}\varphi)} \left(b^{2n-1} e^{-tb\cos\frac{\varphi}{2}} - a^{2n-1} e^{-ta\cos\frac{\varphi}{2}} \right) - \right.$$

$$- \frac{(2n-1)(t\sin\frac{\varphi}{2})^{2n-2}}{(-\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2})^2} \left(b^{2n-2} e^{-tb\cos\frac{\varphi}{2}} - a^{2n-2} e^{-ta\cos\frac{\varphi}{2}} \right) + \ldots +$$

$$+ \frac{(-1)^{2n-2}(2n-1)(t\sin\frac{\varphi}{2})}{(-\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2})^{2n-1}} \left(be^{-tb\cos\frac{\varphi}{2}} - ae^{-ta\cos\frac{\varphi}{2}} \right) +$$

$$\left. + \frac{(-1)^{2n-1}(2n-1)}{(-\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2})^{2n}} \left(e^{-tb\cos\frac{\varphi}{2}} - e^{-ta\cos\frac{\varphi}{2}} \right) \right], \tag{9}$$

$$a = \left[\Omega^2 + \Omega\tilde{J}\operatorname{th}(\beta\Omega/2) \right]^{1/2}, \qquad b = \left[\Omega^2 - \Omega\tilde{J}\operatorname{th}(\beta\Omega/2) \right]^{1/2},$$

$$A = A_0 \left[\beta\Omega\tilde{J}^2 \operatorname{th}(\beta\Omega/2) \right]^{-1}, \qquad B = B_0 \left[2\beta\tilde{J}^2 \operatorname{th}(\beta\Omega/2) \right]^{-1},$$

$$C = C_0\Omega \left[2\beta\tilde{J}^2 \operatorname{th}(\beta\Omega/2) \right]^{-1}, \qquad A_0 = B_0 \simeq 0.0265, \quad C_0 \simeq 0.032.$$

В выражении (8) члены с коэффициентом A представляют собой затухающие осциллирующие (во времени) функции. Члены с коэффициентом B, содержащие неполные гамма-функции γ, в нашем случае являются также затухающими функциями. Члены с коэффициентом C являются не возрастающими со временем функциями.

Содержащее критическую температурную зависимость характеристическое время затухания параметра порядка

$$\tau_{\text{cr}} = (b \cos \frac{\varphi}{2})^{-1} = (\Omega \cos \frac{\varphi}{2})^{-1} d^{-1/2},$$

$$d = 1 - \Omega^{-1} \tilde{J} \operatorname{th}(\beta\Omega/2).$$

Согласно (8), $q(t)$ содержит члены двух типов — неосциллирующий и осциллирующий. Температура T_{sg} определяется из условия $d = 0$, т.е. уравнение для T_{sg} имеет вид

$$\operatorname{th}[\Omega/(2k_{\text{B}}T_{\text{sg}})] = \Omega \tilde{J}^{-1}.$$

Критическое значение поперечного поля Ω_{cr}, выше которого фазового перехода не происходит, имеет вид

$$\Omega_{\text{cr}}(T_{\text{sg}}(\Omega) = 0) = \tilde{J},$$

что совпадает с [18–20]. Поперечное поле уменьшает T_{sg}. Параметр порядка представляет собой сильнозатухающую неэкспоненциальную осциллирующую (в среднем с частотой ω_k) функцию. С увеличением поперечного поля частота осцилляций возрастает. В окрестности фазового перехода характеристическое время затухания τ_{cr} имеет критическую температурную зависимость, т.е. при $T \to T_{\text{sg}}$ τ_{cr} неограниченно возрастает. В непосредственной окрестности фазового перехода доминирует явление критического замедления, становятся важными длинные времена релаксации.

Таким образом, характерным для динамики нашей модели является наличие затухающих осцилляций параметра порядка, возникающих под влиянием поперечного поля. Вблизи фазового перехода ввиду критической температурной зависимости аргумента косинуса в осциллирующей части $q(t)$ амплитуда осцилляций падает и становится равной нулю. При удалении от точки фазового перехода осцилляция вновь появляется, и их вклад в затухание параметра порядка возрастает. Расходимость τ_{cr} при наличии поперечного поля имеет место при более низкой температуре, чем в отсутствие поперечного поля, поскольку поперечное поле смешает T_{sg} в сторону низких температур. Таким образом, поперечное поле «сглаживает» сингулярное поведение q и τ_{cr}, замедляя релаксацию параметра порядка и изменяя характер его затухания. Полагая, что поперечное поле равно нулю, мы получаем отдельные известные результаты теории релаксации параметра порядка спиновых стекол [12,13].

Список литературы

[1] Höchli H.T., Weibel H.E. // J. Phys. C. 1979. V. 12. N 14. P. L563–L567.
[2] Pirc R., Tadic B., Blinc R. // Z. Phys. B. 1985. V. 61. N 1. P. 69–78.
[3] Ахмадуллин И.Ш., Сабурова Р.В. // ФНТ. 1984. Т. 10. № 9. С. 969–977.
[4] Saint-Paul M., Gilchrist J.G. // Phys. C. 1986. V. 19. N 12. P. 2091–2101.
[5] Foote M.C., Golding B.J. // Phys. Condens. Matter. 1989. V. 1. N 41. P. 7751–7756.
[6] Kirkpatrick S., Sherrington D. // Phys. Rev. B. 1978. V. 17. N 11. P. 4384–4403.
[7] Федоров Я.В., Шендер Е.Ф. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. № 11. С. 526–528.
[8] Берим С.И., Сабурова Р.В. // Письма в ЖЭТФ. 1991. Т. 54. № 5. С. 287–290.
[9] Wu W., Ellman B., Rosenbaum T.F. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. N 15. P. 2076–2079.
[10] Гинзбург С.Л. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 9. С. 235–250.
[11] Гинзбург С.Л. // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. № 1. С. 270–286.
[12] Binder K., Young A.P. // Rev. Mod. Phys. 1986. V. 58. N 4. P. 801–976.
[13] Коренблит И.Я., Шендер Е.Ф. // УФН. 1989. Т. 157. № 2. С. 267–310.
[14] Доценко В.С. // УФН. 1993. Т. 163. № 6. С. 1–37.
[15] Nori H. //Prog. Theor. Phys. 1965. V. 34. N 3. P. 399–416.
[16] Prelovsek P., Sega I. // Phys. Rev. B. 1978. V. 17. N 11. P.4416–4425.
[17] Dumont M., Dagonnier R. // Phys. Rev. B. 1977. V. 16. N 1. P. 363–377.
[18] Kopec T.K. // J. Phys. C. 1988. V. 21. N 36. P. 6053–6065.
[19] Walasek K., Lukerska-Walasek K. // Phys. Rev. B. 1988. V. 38. N 1. P. 725–727.
[20] Yu-giang Ma, Zhen-ya Li. // Phys. Lett. A. 1990. V. 148. N 2. P. 134–136.

Казанский государственный
технологический университет

Поступило в Редакцию
8 апреля 1994 г.