

УДК 535.37

©1995

КРИСТАЛЛОПТИКА ПОВЕРХНОСТНЫХ ПОЛЯРИТОНОВ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ ПРИ НАЛИЧИИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

К. П. Лышенюк, Ф. Н. Марчевский

Киевский университет им. Тараса Шевченко

Поступило в Редакцию 10 июня 1994 г.

Теоретически изучены области существования, дисперсионные, энергетические, поляризационные характеристики поверхностных поляритонов (ПП), распространяющихся вдоль плоской границы раздела двух сред, одна из которых анизотропна и обладает поверхностной электропроводностью (ПЭ). Отдельно рассмотрены свойства ПП при контакте двух оптически изотропных сред при наличии анизотропной ПЭ. Показано, что в этом случае анизотропия ПЭ приводит, в частности, к образованию смешанной (*sp*-типа) поляризационной структуры полей ПП и к неколлинеарности фазовой и групповой скоростей ПП.

Известно, что на границе двух линейных изотропных контактирующих сред поверхностные поляритоны (ПП) могут возникать, если диэлектрическая проницаемость одной из сред отрицательна [1,2]. В случае анизотропной среды ПП возникают как при условии, что все компоненты тензора ее диэлектрической проницаемости отрицательны, так и когда отрицательна лишь одна из этих компонент [3]. ПП, возникающие в первом случае, обычно называют ПП типа 1, а во втором — типа 2 [2]. В работе [4] было показано, что существует особая разновидность ПП (так называемые сингулярных ПП), которые могут существовать и при положительной определенности всех компонент тензора анизотропной среды. Развивая общепринятую терминологию, такие ПП можно назвать типа 3.

С другой стороны, возникновение новых свойств у ПП может иметь место при наличии поверхностной электропроводности (ПЭ), которая существует вблизи поверхности полупроводников и диэлектриков, например, вследствие искривления энергетических зон в приповерхностной области [5,6]. Дело в том, что наличие ПЭ эквивалентно нарушению непрерывности тангенциальных компонент магнитного поля у границы среды, а изменение характера граничных условий неизбежно сказывается на свойствах ПП. Оказывается, в частности, что в присутствии ПЭ могут реализовываться ПП всех перечисленных выше типов. Эти аспекты исследовались в случае изотропного линейного приближения [7,8], а также для нелинейных ПП *s*- и *p*-типа [9–11]. Нами в настоящей работе теоретически изучены характеристики ПП при одновременном воздействии двух факторов — оптической анизотропии среды и ПЭ.

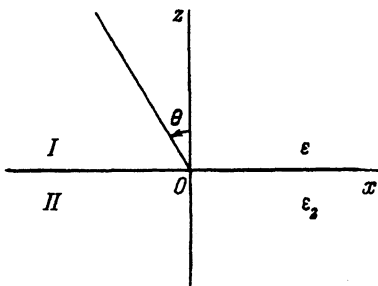


Рис. 1. К геометрии задачи.

Постановка задачи проиллюстрирована на рис. 1. Среда I в области $z \geq 0$ обладает оптической анизотропией, ее диэлектрическая проницаемость описывается тензором ε . Среда II в области $z < 0$ изотропна, ее диэлектрическую проницаемость обозначим как ε_2 . Обе контактирующие среды считаем линейными, немагнитными и недиссипативными.

Наличие ПЭ учитываем, используя модель Стерна [6]: заменяем проводящий канал идеальной двумерной достаточно хорошо проводящей плоскостью (модель типа двумерного металла) с проводимостью

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 [1 - i\omega\tau_2]^{-1}.$$

Здесь $\sigma_0 = e^2 N_S \tau_2 m^{*-1}$ — проводимость на постоянном токе, τ_2 — время релаксации импульса электронов в приповерхностной области, m^* — их эффективная масса, N_S — их концентрация. Подчеркнем, что в общем случае величины σ , σ_0 , N_S , τ_2 , m^* являются тензорами второго ранга. Выбор $\sigma(\omega)$ в таком виде оправдан, в частности, тем, что длина волны интересующих нас ПП значительно больше межэлектронного расстояния. В низкочастотном пределе σ вещественна и отвечает за металлическое тушение ПП. Ниже рассмотрен случай высоких частот, когда величина σ — мнимая,

$$\sigma(\omega) = i \frac{e^2}{\omega} N_S m^{*-1}. \quad (1)$$

Пусть ПП распространяются вдоль оси x , и представим электрическое \mathbf{E} и магнитное \mathbf{H} поля ПП в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + \text{c.c.}, \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + \text{c.c.},$$

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{A}(z) \exp(ikx), & z \geq 0, \\ \mathbf{B}(z) \exp(ikx), & z < 0, \end{cases} \quad \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{A}_m(z) \exp(ikx), & z \geq 0, \\ \mathbf{B}_m(z) \exp(ikx), & z < 0, \end{cases}$$

где

$$\mathbf{A}(z) = (A_x, A_y, A_z), \quad \mathbf{B}(z) = (B_x, B_y, B_z), \quad \mathbf{A}_m(z) = (A_{xm}, A_{ym}, A_{zm}),$$

$$\mathbf{B}_m(z) = (B_{xm}, B_{ym}, B_{zm}), \quad k = qn, \quad q \equiv \omega/c.$$

Здесь k — длина волнового вектора ПП, параллельного оси x , величина n может быть названа эффективным показателем преломления или приведенным волновым числом ПП.

Решение системы уравнений Максвелла как без, так и в присутствии ПЭ (в рамках используемой нами модели) имеет следующий вид:

а) для изотропной среды 2

$$\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{B}} \exp(\beta z), \quad \mathbf{B}_m = \tilde{\mathbf{B}}_m \exp(\beta z), \quad \beta = (k^2 - q^2 \varepsilon_2)^{1/2};$$

б) для анизотропной среды 1 характерна двухкомпонентная структура полей

$$\mathbf{A}(z) = \sum_{j=1}^2 \tilde{\mathbf{A}}^{(j)} \exp(-\alpha_j z), \quad \mathbf{A}_m(z) = \sum_{j=1}^2 \mathbf{A}_m^{(j)} \exp(-\alpha_j z),$$

где α_j — корни (в общем случае комплексные) с положительной действительной частью уравнения

$$\begin{aligned} a_4 \alpha^4 + a_3 \alpha^3 + a_2 \alpha^2 + a_1 \alpha + a_0 &= 0, \\ a_0 &= C_{j1}^2 \varepsilon_j \tau_j k^2, \quad a_1 = 2ik C_{j1} C_{j3} \tau_j \varepsilon_j, \quad a_4 = C_j^3 \varepsilon_j, \\ a_2 &= -C_{j1} \varepsilon_j k^2 - C_{j3} \varepsilon_j \tau_j, \quad a_3 = -2ik C_{j1} C_{j3} \varepsilon_j, \\ \tau_j &= k^2 + q^2 (\varepsilon_j - \text{Sp}(\varepsilon)). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь и далее знак тильда, стоящий над величиной, означает, что ее значение берется при $z = 0$; C_{ij} — элементы матрицы направляющих косинусов выбранной нами системы координат (в которой, напомним, ось x совпадает с направлением распространения ПП, а ось z — нормаль к границе раздела) относительно системы главных осей анизотропной среды.

Используя уравнения Максвелла, нетрудно найти взаимосвязь компонент полей ПП

а) для изотропной среды —

$$B_z = \frac{n}{ip} B_x, \quad p \equiv \beta/q,$$

б) для анизотропной среды —

$$\begin{aligned} A_y^{(j)} &= L_j A_x^{(j)}, \quad A_z^{(j)} = M_j A_x^{(j)}, \\ M_j &= \frac{\varepsilon_{xy}(in_j s_j + \varepsilon_{xz}) - \varepsilon_{yz}(s_j^2 + \varepsilon_{xx})}{\varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} + (n_j^2 - \varepsilon_{yy})(in_j s_j + \varepsilon_{xz})}, \\ L_j &= -\frac{\varepsilon_{xy}^2 (n_j^2 - \varepsilon_{yy})(s_j^2 + \varepsilon_{xx})}{\varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} + (in_j s_j + \varepsilon_{xz})(n_j^2 - \varepsilon_{yy})}, \quad s_j \equiv \alpha_j/q. \end{aligned} \quad (3)$$

Для нахождения закона дисперсии ПП используем, как обычно, граничные условия. Из непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля следует, что

$$\sum_{j=1}^2 \tilde{A}_x^{(j)} = \tilde{B}_x, \quad \sum_{j=1}^2 \tilde{A}_y^{(j)} = \tilde{B}_y, \quad (4)$$

При наличии ПЭ нарушается непрерывность на границе раздела тангенциальной компоненты магнитного поля [12]

$$\left[\tilde{\mathbf{A}}_m - \tilde{\mathbf{B}}_m \right]_{\tau} = \frac{4\pi}{c} \tilde{\mathbf{j}} \times \mathbf{e}_z. \quad (5)$$

Здесь \mathbf{e}_z — орт вдоль оси z , индекс τ означает векторную составляющую в плоскости $z = 0$, $\tilde{\mathbf{j}}$ — плотность поверхностного тока. Из (5) получаем

$$\sum_{j=1}^2 \tilde{A}_{xm}^{(j)} - \tilde{B}_{xm} = \frac{4\pi}{c} (\sigma_{yx} \tilde{B}_x + \sigma_{yy} \tilde{B}_y),$$

$$\sum_{j=1}^2 \tilde{A}_{ym}^{(j)} - \tilde{B}_{ym} = -\frac{4\pi}{c} (\sigma_{xx} \tilde{B}_x + \sigma_{xy} \tilde{B}_y). \quad (6)$$

Используя уравнение связи амплитуд магнитного и электрического полей ПП и граничные условия (4), (6), легко представить искомое дисперсионное уравнение в виде

$$R_1 T_2 - R_2 T_1 = 0,$$

$$R_j = s_j + inL_j - \varepsilon_2/p + \Delta_{xx} + \Delta_{xy} M_j,$$

$$T_j = (s_j + p + \Delta_{yy}) M_j + \Delta_{yx}. \quad (7)$$

Здесь тензор $\Delta = \Omega/\omega$, где Ω — тензор характеристических частот поверхностных носителей тока. $\Omega = (4\pi/ic)\sigma$.

В рассматриваемом случае ПП, вообще говоря, не является волной p -типа (как было в изотропном приближении), а представляют собой волну смешанного sp -типа. Отличие ПП от волны p -типа, т.е. наличие s -компоненты поля ($A_y \neq 0$), обусловлено двухкомпонентной структурой поля. Отметим, что, как будет показано далее, ПП даже в случае контакта изотропных сред будут обладать смешанным типом, если ПЭ является анизотропной величиной.

К сожалению, решить дисперсионное уравнение (7) аналитически в общем случае не удастся. Поэтому целесообразно связать анализ характерных свойств ПП, которые обусловлены влиянием анизотропии и ПЭ, с рассмотрением наиболее часто используемых на практике геометрий кристаллического среза по отношению к ориентациям главных осей тензора диэлектрической проницаемости.

Пусть оптическая ось одноосного кристалла расположена в плоскости перпендикулярной вектору \mathbf{k} и образует угол θ с осью z . Главные значения тензора диэлектрической проницаемости обозначим ε_{\perp} , ε_{\parallel} , ε_{\parallel} . Корни уравнения (2) и величины коэффициентов (3) определяются теперь следующими выражениями [2]:

$$s_1^2 = n^2 - \varepsilon_{\perp}, \quad s_2^2 = \frac{\varepsilon_{\perp}}{\gamma} (n^2 - \varepsilon_{\parallel}),$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \varepsilon_{\perp} \sin^2 \theta + \varepsilon_{\parallel} \cos^2 \theta, \\ M_1 &= \frac{in \operatorname{cth} \theta}{s_1}, \quad M_2 = \frac{\varepsilon_{\perp} \operatorname{th} \theta}{ins_2}, \\ L_1 &= \frac{in}{s_1}, \quad L_2 = \frac{n^2 \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{\perp} \sin^2 \theta (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel})}{in \gamma s_2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Используя (8), из уравнения (7) получаем дисперсионное уравнение для рассматриваемого случая

$$\sum_{\mu=1}^2 \left[\frac{\varepsilon_{\perp}}{s_{\mu}} + \frac{\varepsilon_2}{p} - \Delta_{xx} - \Delta_{xy} M_{\mu} \right] [(s_{\nu} + p + \Delta_{yy}) M_{\nu} + \Delta_{yx}] = 0. \quad (9)$$

Здесь $\mu = 1$ при $\nu = 2$, $\mu = 2$ при $\nu = 1$.

К сожалению, найти решение трансцендентного уравнения (9) в аналитической форме при произвольном θ не удастся. Рассмотрим подробнее частный случай $\theta = 0$ (оптическая ось ориентирована вдоль нормали к плоскости раздела), тогда вместо (9) имеем

$$\frac{\varepsilon_{\perp}}{s_2} + \frac{\varepsilon_2}{p} = \Delta_{xx}. \quad (10)$$

Отметим, что поле ПП в рассматриваемом случае $\theta = 0$ становится однокомпонентным и обладает p -поляризацией. Анализируя (10), нетрудно убедиться, что ПП без ПЭ в рассматриваемом случае существуют при выполнении одного из следующих условий:

- $\varepsilon_{\perp} < 0$, $-\infty < \varepsilon_{\parallel} < \varepsilon_2^2 / \varepsilon_{\perp}$,
- $\varepsilon_{\perp} < 0$, $\varepsilon_{\parallel} > \varepsilon_2 > 0$ (для определенности полагаем $\varepsilon_2 = \operatorname{const} > 0$).

Наличие ПЭ существенно расширяет возможности возбуждения ПП: актуальными становятся не только те спектральные диапазоны, в которых величина ε_{\perp} отрицательна, но и те, где $\varepsilon_{\perp} > 0$. Более того, оказывается, при $\Delta \neq 0$ существуют решения дисперсионного уравнения (11) даже в тех случаях, когда значения всех диагональных элементов тензора ε положительны ($\varepsilon_{\perp} > 0$, $\varepsilon_{\parallel} > 0$). ПП в присутствии ПЭ не существуют:

- при положительном значении ε_{\perp} , если $\varepsilon_{\parallel} < 0$;
- при отрицательном значении ε_{\perp} , если ε_{\parallel} положительно, но меньше величины ε_2 : $0 < \varepsilon_{\parallel} < \varepsilon_2$.

Обсудим некоторые закономерности хода дисперсионных ветвей ПП типов 1, 2, 3. Обозначим частоты полярных фононов, поляризованных вдоль оптической оси и перпендикулярно ей, ω^A и ω^E соответственно. Каждый из них подразделяется на ТО и LO фононы. Известно [2], что компоненты тензора ε будут отрицательны в областях соответствующих им LO-ТО-расщеплений, а вне этих областей они будут положительными. Проиллюстрируем возможные ситуации на гипотетическом примере: пусть значения $\omega_{f,g,LO,TO}^{A,E}$ соотносятся так, как показано на рис. 2. Соответственно можно выделить шесть характерных спектральных диапазонов:

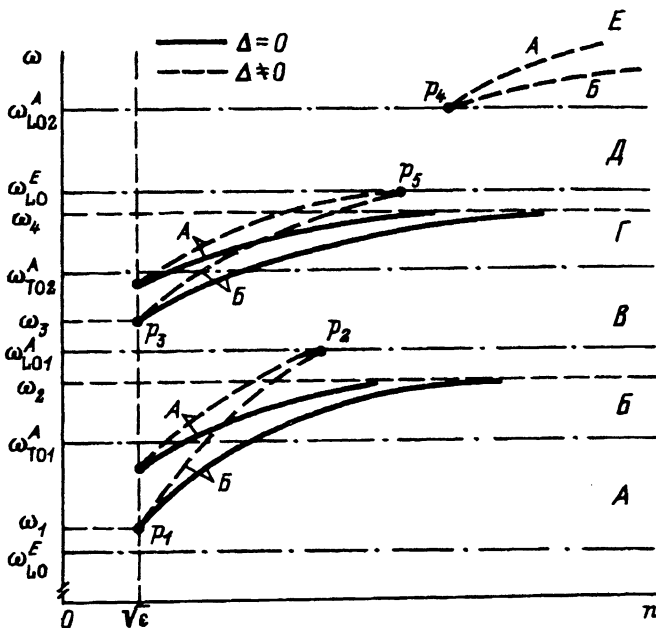


Рис. 2. Дисперсионные кривые III.

Кривые, помеченные буквой А(Б) отвечают случаю, когда оптическая ось кристалла направлена вдоль оси $x(z)$.

- А) $\omega_{TO}^E < \omega < \omega_{TO1}^A$, здесь $\varepsilon_{\parallel} > 0$, $\varepsilon_{\perp} < 0$;
 Б) $\omega_{TO1}^A < \omega < \omega_{LO1}^A$, здесь $\varepsilon_{\parallel} < 0$, $\varepsilon_{\perp} < 0$;
 В) $\omega_{LO1}^A < \omega < \omega_{TO2}^A$, здесь $\varepsilon_{\parallel} > 0$, $\varepsilon_{\perp} < 0$;
 Г) $\omega_{TO2}^A < \omega < \omega_{LO}^E$, здесь $\varepsilon_{\perp} < 0$, $\varepsilon_{\parallel} < 0$;
 Д) $\omega_{LO}^E < \omega < \omega_{LO2}^A$, здесь $\varepsilon_{\perp} > 0$, $\varepsilon_{\parallel} < 0$;
 Е) $\omega > \omega_{LO2}^A$, здесь $\varepsilon_{\perp} > 0$, $\varepsilon_{\parallel} > 0$.

В диапазоне А существует ветвь III типа 2, она начинается как без, так и при наличии ПЭ в точке $P_1(\sqrt{\varepsilon_2}, \omega_1)$, где $\varepsilon_{\parallel}(\omega_1) = \varepsilon_2$. Она непрерывно без излома на границе областей А и Б переходит в ветвь III типа 1. Последняя в отсутствие ПЭ асимптотически достигает уровня ω_2 , отвечающего корню уравнения $\varepsilon_{\parallel}(\omega_2) = \varepsilon_2^2/\varepsilon_{\perp}$, а при наличии ПЭ — существует вплоть до частоты ω_{LO1}^A ($\varepsilon_{\parallel}(\omega_{LO1}^A) = 0$), $P_2(n_g, \omega_{LO1}^A)$, $n_g = (\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2/\Delta^2)^{1/2}$. В области В вновь возникает ветвь III типа 2 в точке $P_3(\sqrt{\varepsilon_2}, \omega_3)$, $\varepsilon_{\parallel}(\omega_3) = 0$. Эта ветвь проходит дальше в область Г, где превращается в ветвь III типа 1 и в отсутствие ПЭ асимптотически достигает уровня ω_4 ($\varepsilon_{\parallel}(\omega_4) = \varepsilon_2/\varepsilon_{\perp}(\omega_4)$), а при наличии ПЭ проходит через всю область Г вплоть до границы с областью Д, на которой и обрывается в точке $P_5(n_g, \omega_{LO}^E)$. В области Д III не существуют, а в самом начале области Г только при наличии ПЭ возникает ветвь III типа 3 в точке $P_4(n_g, \omega_{LO2}^A)$, значения n этой ветви монотонно растут с ростом ω . Отметим, что во всех случаях с ростом величины ПЭ значения волнового числа n , отвечающего заданной частоте ω , монотонно уменьшаются.

В случае, когда оптическая ось одноосного кристалла совпадает с направлением распространения ПП, дисперсионное уравнение принимает следующий вид

$$\frac{\varepsilon_{\parallel}}{s_2} + \frac{\varepsilon_2}{p} = \Delta_{xx}.$$

Ход дисперсионных кривых для этого случая также приведен на рис. 2.

Рассмотрим в заключение случай, когда анизотропия ПП и связанные с ней эффекты иницируются ПЭ. Пусть плоскость $z = 0$ является границей раздела двух изотропных сред (тензор диэлектрической проницаемости среды 1 вырождается в скаляр), но ПЭ остается по-прежнему анизотропной.

Из поперечности электрического поля ПП нетрудно убедиться, что коэффициент

$$L = A_z/A_x = -n/is,$$

а из граничных условий следует, что

$$M = -\Delta_{yx}(s + p + \Delta_{yy})^{-1}.$$

Анизотропия ПЭ приводит к тому, что ПП имеют смешанный sp -тип, причем s -компонента поля ПП (A_y) пропорциональна величине недиагональных элементов тензора Δ . Дисперсионное уравнение в этом случае можно записать в следующем виде:

$$\left[-\frac{\varepsilon}{s} - \frac{\varepsilon_2}{p} + \Delta_{xx} \right] [s + p + \Delta_{yy}] = \Delta_{xy}\Delta_{yx}.$$

Анизотропия ПЭ приводит к анизотропному сносу энергии ПП в направлении, перпендикулярном волновому вектору ПП в плоскости границы раздела, т.е. в направлении оси y . Напомним, что для изотропных ПП отличной от нуля (при отсутствии диссипации) была всего одна x -компонента вектора Пойтинга. При наличии анизотропной ПЭ в геометрии, для которой $L \neq 0$, появляется еще одна ненулевая компонента \tilde{S} , и в отсутствие диссипативных потерь выражения для компонент вектора \mathbf{S} в контактирующих средах принимают вид

$$S_{x1} = \frac{n}{2\pi} \left[\frac{\varepsilon}{s^2} + M^2 \right] |A_x(z)|^2, \quad S_{y1} = -\frac{n}{\pi} M |A_x(z)|^2,$$

$$S_{x2} = \frac{n}{2\pi} \left[\frac{\varepsilon}{p^2} + M^2 \right] |B_x(z)|^2, \quad S_{y2} = -\frac{n}{\pi} M |B_x(z)|^2,$$

$$S_{z1} = 0, \quad S_{z2} = 0.$$

Плотности потоков энергии в контактирующих средах вдоль оси x (y) на единицу длины вдоль оси y (x) равны соответственно

$$Q_{x1} = \int_0^{\infty} S_{x1} dx = \frac{cn}{4\pi s} \left[\frac{\varepsilon}{s^2} + M^2 \right] \tilde{A}_x^2,$$

$$Q_{y1} = -\frac{cn}{2\pi s} M \tilde{A}_x^2,$$

$$Q_{x2} = \int_{-\infty}^0 S_{x2} dx = \frac{cn}{4\pi p} \left[\frac{\varepsilon_2}{p^2} + M^2 \right] \tilde{B}_x^2,$$

$$Q_{y2} = -\frac{cn}{2\pi p} M \tilde{B}_x^2.$$

Знаки величин $Q_{x1, x2}$ определяют направления распространения энергии ПП. В случае отсутствия ПЭ эти знаки совпадали со знаками диэлектрических проницаемостей контактирующих сред, а при наличии ПЭ, если выполняется условие $M^2 > |\varepsilon|/s^2$ ($M^2 > |\varepsilon_2|/p^2$), возможно изменение направления распространения энергии ПП в средах с отрицательным значением диэлектрической проницаемости. Углы анизотропного сноса энергии ПП в контактирующих средах равны соответственно

$$\operatorname{tg} \psi_1 = S_{y1}/S_{x1} = -\frac{2M}{(\varepsilon/s^2) + M^2}, \quad \operatorname{tg} \psi_2 = -\frac{2M}{(\varepsilon_2/p^2) + M^2}.$$

Полученные результаты могут быть полезными при интерпретации экспериментальных данных, выборе оптимальных условий возбуждения ПП и их практического использования в прикладных устройствах твердотельной квантовой электроники, интегральной оптики и микроэлектроники. Последнее обусловлено, в частности, возможностью управлять дисперсионными характеристиками ПП, изменяя направление их распространения относительно системы главных осей анизотропного кристалла.

Список литературы

- [1] Поверхностные поляритоны / Под ред. В.М.Аграновича, Д.Л.Милса. М.: Наука, 1985. 525 с.
- [2] Дмитрук Н.Л., Литовченко В.Г., Стрижевский В.Л. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках. Киев: Наук. думка, 1989. 375 с.
- [3] Puchovskaja G.A., Strizhevskii V.L., Frolkov Yu.A., Chepilko N.M., Yashkir Yu.A. // Phys. Stat. Sol. 1978. V. 89. P. 27-36.
- [4] Марчевский Ф.Н., Стрижевский В.Л., Стрижевский С.В. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 5. С. 1501-1505.
- [5] Литовченко В.Г. Основы физики полупроводниковых слоистых структур. Киев: Наук. думка, 1980. 225 с.
- [6] Stern F. // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 18. N 14. P. 546-548.
- [7] Дмитрук Н.Л., Крюченко Ю.В., Литовченко В.Г. // УФЖ. 1981. Т. 26. № 6. С. 961-966.
- [8] Дмитрук Н.Л., Крюченко Ю.В., Литовченко В.Г. // УФЖ. 1984. Т. 29. № 3. С. 357-361.
- [9] Лышенко К.П., Марчевский Ф.Н., Понат Г.-Е., Стрижевский В.Л. // ЖПС. 1991. Т. 54. № 5. С. 809-814.
- [10] Лышенко К.П., Марчевский Ф.Н., Понат Г.-Е., Стрижевский В.Л. // Изв. РАН. 1992. Т. 56. № 9. С. 95-102.
- [11] Lyshenjuk K.P., Martchevski F.N., Ponat G-E., Strizhevsky W.L. // Transverse Phenomena and Instabiltion in nonlinear optics. SPIE. USA, 1992. V. 1840. P. 78-99.
- [12] Борн М., Вольф В. Основы оптики. М.: Мир, 1970. 724 с.