

©1995

## КРИТИЧЕСКИЕ ТОЧКИ ЭЛЕКТРОННОГО ЗОННОГО СПЕКТРА В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

*Е.Ю.Перлин, А.В.Федоров*

Научный центр «ГОИ им. С.И.Вавилова»

(Поступила в Редакцию 4 июля 1994 г.)

В окончательной редакции 25 октября 1994 г.)

Показано, что сильный резонансный свет частоты  $\omega$ , смешивающий состояния зон вблизи некоторой критической точки невозмущенного электронного спектра, может приводить к появлению новых критических точек. Проведен анализ перенормированных электронных энергий для одно-, дву- и трехмерных материалов, а также получены все возможные для этих случаев типы и виды критических точек, лежащих на изоэнергетических поверхностях. Определены положения сингулярностей на дисперсионных кривых поглощения пробного света  $\Omega$ , связанные с критическими точками перенормированного сильным светом электронного спектра. Предложен спектроскопический метод определения параметров зонной структуры материалов, основанный на оптическом штарк-эффекте в условиях двойного оптического резонанса.

В присутствии сильной электромагнитной волны электронная зонная структура твердотельного материала (объемного кристалла, системы с квантовыми ямами или квантовыми нитями) претерпевает изменения, которые могут существенным образом влиять на оптические, электрические и магнитные свойства среды [1]. Пусть частота волны  $\omega$  попадает на некотором множестве точек  $\mathbf{k}$ -пространства в резонанс между двумя зонами, каждая из которых расщепляется на две компоненты [1,2]. При этом для нижнего дублета имеем

$$\tilde{\varepsilon}_{1,2}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left\{ \varepsilon_1(\mathbf{k}) + \varepsilon_2(\mathbf{k}) - \omega \pm \sqrt{[\varepsilon_1(\mathbf{k}) - \varepsilon_2(\mathbf{k}) + \omega]^2 + 4\omega_1^2} \right\}, \quad (1)$$

а энергии компонент верхнего дублета оказываются большими, чем  $\tilde{\varepsilon}_{1,2}(\mathbf{k})$ , на величину кванта  $\omega$ . В формуле (1)  $\omega_1 = d_{12}E_\omega$ ,  $E_\omega$  — амплитуда напряженности электрического поля волны  $\omega$ ,  $d_{12}$  — дипольный матричный элемент перехода между невозмущенными зонами, блоховские энергии которых обозначены через  $\varepsilon_1(\mathbf{k})$  и  $\varepsilon_2(\mathbf{k})$  ( $\varepsilon_1(\mathbf{k}) < \varepsilon_2(\mathbf{k})$ ).

Как известно (см., например, [3]), оптические свойства твердых тел в области частот межзонных переходов определяются положением и типом критических точек зонной структуры, лежащих на изоэнергетических поверхностях, соответствующих закону сохранения энергии

для исследуемого процесса. В этих точках плотность состояний имеет сингулярность. Сказанное выше в полной мере относится и к критическим точкам зонного спектра (1), перестроенного в поле сильной волны  $\omega$ . Положение критических точек  $\mathbf{k}^c$ , лежащих на поверхности постоянной энергии  $\Omega$ , определяется из соотношений

$$\tilde{\varepsilon}_{1,2}(\mathbf{k}^c) = \Omega, \quad \nabla_{\mathbf{k}} \tilde{\varepsilon}_{1,2}(\mathbf{k}) \Big|_{\mathbf{k}=\mathbf{k}^c} = 0. \quad (2)$$

Вводя  $e_1(\mathbf{k}) = \varepsilon_1(\mathbf{k}) - \Omega$ ,  $e_2(\mathbf{k}) = \varepsilon_2(\mathbf{k}) - \Omega - \omega$ , представим первое из соотношений (2) в виде

$$e_1(\mathbf{k}^c) e_2(\mathbf{k}^c) = \omega_1^2. \quad (3)$$

Примем за начало отсчета  $\mathbf{k} = 0$  положение критической точки невозмущенного спектра, в которой

$$\nabla_{\mathbf{k}} \varepsilon_1(\mathbf{k}) \Big|_{\mathbf{k}=0} = 0, \quad \nabla_{\mathbf{k}} \varepsilon_2(\mathbf{k}) \Big|_{\mathbf{k}=0} = 0. \quad (4)$$

Очевидно, что эта же точка (ей соответствует энергия  $\Omega = \tilde{\varepsilon}_{1,2}(0)$ ) окажется критической и для зон  $\tilde{\varepsilon}_{1,2}(\mathbf{k})$  в поле волны  $\omega$ , но кроме нее могут появиться новые критические точки. Обозначим через  $d$  число независимых компонент  $k_i$  волнового вектора (квазиимпульса) электрона, от которых зависят энергии  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . Как легко убедиться, положения новых критических точек определяются следующим образом: одна из компонент  $k_i^c$  находится из уравнения

$$e_1(k_i^c) - e_2(k_i^c) = \pm \omega_1 \frac{(1 + \tilde{\gamma}_i)}{\sqrt{-\tilde{\gamma}_i}}, \quad (5)$$

где

$$\tilde{\gamma}_i = \frac{\partial \varepsilon_1(k_i)}{\partial k_i} / \frac{\partial \varepsilon_2(k_i)}{\partial k_i} \Big|_{k_i=k_i^c}, \quad (6)$$

тогда как другие компоненты  $k_j^c$ ,  $k_l^c$  (при  $d = 2$  или  $3$ ) обращаются в нуль. Здесь и далее считаем, что  $i \neq j \neq l$ . Этим точкам соответствуют значения энергии

$$\Omega = \varepsilon_1(k_i^c, 0, 0) \pm \omega_1 \sqrt{-\tilde{\gamma}_i(k_i^c, 0, 0)}. \quad (7)$$

Вблизи критической точки  $\mathbf{k} = 0$  представим невозмущенные энергии в виде

$$e_1(\mathbf{k}) = \varepsilon_{10} + \nu \mathcal{K}, \quad e_2(\mathbf{k}) = \varepsilon_{20} + \nu' \mathcal{K}, \quad (8)$$

где  $\mathcal{K}$  — вектор с компонентами  $\mathcal{K} = k_i^2$ , а компоненты векторов  $\nu$  и  $\nu'$  пропорциональны главным значениям тензоров обратных эффективных масс в зонах 1 и 2. Для отличной от нуля координаты критической точки имеем в этом случае

$$(k_i^{(1,2)})^2 = \frac{1}{\nu_i^-} \left( \delta \pm \omega_1 \frac{1 + \gamma_i}{\sqrt{-\gamma_i}} \right), \quad (9)$$

где

$$\nu_i^{\pm} = \nu_i \pm \nu_i', \quad \delta = \varepsilon_2(0) - \varepsilon_1(0) - \omega, \quad \gamma_i = \nu_i / \nu_i'. \quad (10)$$

Если все  $\gamma_i > 0$ , то критическая точка  $\mathbf{k} = 0$  остается единственной при  $d = 1, 2, 3$ . Если же среди значений  $\gamma_i$  имеются отрицательные, то при условии положительности правой части (9) для  $d = 1$  существует еще по одной критической точке на каждой из ветвей  $\bar{\varepsilon}_{1,2}(\mathbf{k})$ , при  $d = 2$  — одна или две, при  $d = 3$  — одна, две или три критические точки.<sup>1</sup> Здесь предполагается, что в невозмущенном электронном спектре отсутствует вырождение, связанное с симметрией эффективных масс, т.е. не выполняются одновременно соотношения  $\nu_1 = \nu_2$ ,  $\nu_1' = \nu_2'$  для двумерных систем и  $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3$ ,  $\nu_1' = \nu_2' = \nu_3'$  или  $\nu_i = \nu_j$ ,  $\nu_i' = \nu_j'$  для трехмерных систем. Если же имеет место вырождение, то критические точки с отличной от нуля компонентой волнового вектора образуют множество мощностью континуума. Однако переходом к полярной, сферической либо цилиндрической системе координат эти ситуации сводятся к рассмотренным выше задачам с  $d = 1$  или 2 с тем отличием, что электронный спектр будет задан в пространстве модуля волнового вектора, который определяется указанной симметрией.

### Классификация критических точек перестроенного зонного спектра

$d$	Координата критической точки	Ветвь	Минимум	Максимум	Седловая точка	
1	$k_1 = 0$	$\bar{\varepsilon}_1$	$\mu_1^- > 0$	$\mu_1^- < 0$		
	$k_1 = 0$	$\bar{\varepsilon}_2$	$\mu_2^+ > 0$	$\mu_2^+ < 0$		
	$k_1 = k_1^{(1)}$	$\bar{\varepsilon}_1$	минимум			
	$k_1 = k_1^{(2)}$	$\bar{\varepsilon}_2$		максимум		
2	$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_1$	$\mu_i^-, \mu_j^- > 0$	$\mu_i^-, \mu_j^- < 0$	$\mu_i^- > 0, \mu_j^- < 0$	
	$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_2$	$\mu_i^+, \mu_j^+ > 0$	$\mu_i^+, \mu_j^+ < 0$	$\mu_i^+ > 0, \mu_j^+ < 0$	
	$k_i = 0, k_j = k_j^{(1)}$	$\bar{\varepsilon}_1$	$\lambda_{ij} > 0$		$\lambda_{ij} < 0$	
	$k_i = 0, k_j = k_j^{(2)}$	$\bar{\varepsilon}_2$		$\lambda_{ij} < 0$	$\lambda_{ij} > 0$	
3	$k_i, k_j, k_l = 0$	$\bar{\varepsilon}_1$	$\mu_i^-, \mu_j^-, \mu_l^- > 0$	$\mu_i^-, \mu_j^-, \mu_l^- < 0$	Тип I	
	$k_i, k_j, k_l = 0$	$\bar{\varepsilon}_2$	$\mu_i^+, \mu_j^+, \mu_l^+ > 0$	$\mu_i^+, \mu_j^+, \mu_l^+ < 0$	Тип II	
	$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_1$	$\lambda_{il}, \lambda_{jl} > 0$		$\mu_i^- > 0$	$\mu_i^- < 0$
	$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_2$		$\lambda_{il}, \lambda_{jl} < 0$	$\mu_j^-, \mu_l^- < 0$	$\mu_j^-, \mu_l^- > 0$
	$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_1$			$\mu_i^+ > 0$	$\mu_i^+ < 0$
	$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_2$			$\mu_j^+, \mu_l^+ < 0$	$\mu_j^+, \mu_l^+ > 0$
	$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_1$			$\lambda_{il} < 0$ ,	$\lambda_{il} > 0$ ,
	$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_2$			$\lambda_{jl} < 0$	$\lambda_{jl} < 0$
$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_1$			$\lambda_{il} > 0$ ,	$\lambda_{il} > 0$ ,	
$k_i, k_j = 0$	$\bar{\varepsilon}_2$			$\lambda_{jl} < 0$	$\lambda_{jl} > 0$	

<sup>1</sup> Поскольку энергии (8) зависят от квадратов компонент  $k_i$ , мы не будем разделять критические точки, положения которых различаются лишь знаками ненулевой координаты.

Достаточно легко можно определить типы критических точек перестроенного электронного спектра. Соответствующие результаты приводятся в таблице, в которой использованы следующие обозначения:

$$\mu_i^\pm = \nu_i^+ \pm \nu_i^- \psi, \quad \lambda_{ij} = \nu_i^+ - \nu_i^- \alpha_j, \quad \alpha_i = \nu_i^+ / \nu_i^-, \quad \psi = \delta / \sqrt{\delta^2 + 4\omega_1^2}. \quad (11)$$

В качестве примера того, как в оптических спектрах проявляются критические точки перестроенной в поле сильной световой волны зонной структуры, рассмотрим комбинированные плотности состояний

$$J_{nm}(\Omega) = \int dk f_{nm}(\mathbf{k}) \delta(\tilde{\varepsilon}_n(\mathbf{k}) - \varepsilon_m(\mathbf{k}) - \Omega), \quad (12)$$

где  $f_{nm}(\mathbf{k})$  — некоторые несингулярные функции волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Легко видеть (см., например, [2]), что поглощение пробного света с частотой  $\Omega$  на переходе между зоной 3 и зоной 1, связанной с зоной 2 сильным резонансным светом  $\omega$ , имеет вид

$$K(\Omega) = J_{13}(\Omega) + J_{23}(\Omega), \quad (13)$$

где два слагаемых в правой части соответствуют переходам на две компоненты нижнего дублета (1). В частности, зона 3 может представлять собой заполненную валентную зону, а 1 и 2 — пустые зоны проводимости ( $\Omega > \omega$ ). Аналогичным выражением описывается сечение резонансного комбинационного рассеяния, когда частота  $\Omega_1$  возбуждающего света лежит в области перехода между зоной 3 и зоной 2, а частота рассеянного света  $\Omega_2$  в области перехода  $2 \rightarrow 1$ . В этом случае в (12)  $\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ . Положение спектральных особенностей  $J_{nm}(\Omega)$  (т.е. и коэффициента поглощения и сечения резонансного комбинационного рассеяния) определяется критическими точками функций  $\mathcal{E}_{1,2}(\mathbf{k}) = \tilde{\varepsilon}_{1,2}(\mathbf{k}) - \varepsilon_3(\mathbf{k})$ , лежащими на изоэнергетических поверхностях  $\mathcal{E}_{1,2}(\mathbf{k}) = \Omega$  [3]. Задавая  $\varepsilon_3(\mathbf{k})$  в виде  $\varepsilon_3(\mathbf{k}) = \varepsilon_{30} - \nu'' \mathcal{K}$ , мы получим, что критические точки  $\mathcal{E}_{1,2}(\mathbf{k})$  описываются такими же соотношениями, как в случае  $\tilde{\varepsilon}_{1,2}(\mathbf{k})$ , с тем лишь отличием, что  $\nu$  и  $\nu'$  заменяются соответственно на  $\tilde{\nu} = \nu + \nu''$  и  $\tilde{\nu}' = \nu' + \nu''$ , а  $\gamma_i$  — на  $\gamma'_i = \tilde{\nu} / \tilde{\nu}'$ . Отсюда легко получить значения  $\Omega$ , при которых спектры упомянутых процессов обладают сингулярностями, обусловленными критическими точками. Во-первых, как видно из формул (3), (10), всегда имеются особенности при

$$\Omega_{1,2} = \varepsilon_1(0) - \varepsilon_3(0) + \frac{1}{2} \left( \delta \pm (\delta^2 + 4\omega_1^2)^{1/2} \right). \quad (14)$$

Во-вторых, если выполняются условия  $\gamma'_i < 0$  и  $(k_i^{(1,2)})^2 > 0$  (см. (9)), то возникают сингулярности при

$$\Omega_{1,2}^{(i)} = \varepsilon_1(0) - \varepsilon_3(0) + \left( \delta \gamma'_i \mp 2\omega_1 \sqrt{-\gamma'_i} \right) / (\gamma'_i - 1). \quad (15)$$

Подробности расчета и детальный анализ возможных типов спектров поглощения пробного света с частотой  $\Omega$  в условиях двойного резонанса требуют отдельного рассмотрения, которое выходит за рамки данной статьи. Тем не менее для иллюстрации сказанного выше приведем

некоторые спектры поглощения света  $\Omega$ , рассчитанные для двумерных полупроводниковых структур (квантовых ям). В этом случае функции  $f_{13}$  и  $f_{23}$  (см. (12), (13)) имеют вид [2]

$$\left. \begin{matrix} f_{13} \\ f_{23} \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{\delta - \nu - \mathcal{K}}{\sqrt{(\delta - \nu - \mathcal{K})^2 + 4\omega_1^2}} \right) f_0, \quad (16)$$

где  $f_0$  слабо зависит от  $k$  и  $\delta$ . Выберем ситуацию, при которой возможно существование максимального числа критических точек на каждой ветви перенормированного сильным полем электронного спектра. Как было показано выше, это число равно трем, и, следовательно, максимально возможное число сингулярностей в зависимости  $K(\Omega)$  равно шести. Рассмотрим случай, когда эффективные массы в зонах 1,2,3 таковы, что  $\tilde{\nu}_i > 0$ ,  $\tilde{\nu}'_i < 0$ . На рис. 1–5 приведены зависимости  $K(\Delta)$ , где  $\Delta = \Omega - (\mathcal{E}_1(0) - \mathcal{E}_3(0))$  при фиксированных значениях  $\gamma'_1 = -2.68$ ,  $\gamma'_2 = -0.25$  и различных значениях расстройки резонанса  $\delta$ .  $K(\Delta)$  дается в единицах, равных высоте ступеньки на краю невозмущенного фундаментального поглощения, а  $\Delta$  — в единицах  $\omega_1$ . При этом все время удовлетворяется одно из условий ( $\gamma'_i < 0$ ) существования критических точек при  $k_1 \neq 0$  и  $k_2 \neq 0$ . Легко показать, что второе условие  $(k_i^{(1,2)})^2 > 0$  при  $i = 1, 2$  выполняется для данных значений параметров, если  $\delta > 1.506\omega_1$ . Как видно из рис. 1, в этом случае в спектре отчетливо разрешаются шесть особенностей, соответствующих критическим точкам, классификация которых проведена с помощью таблицы. Если  $1.025\omega_1 < \delta < 1.506\omega_1$ , то на ветви  $\mathcal{E}_2(k)$  отсутствует критическая точка при  $k_1 = 0$ ,  $k_2 \neq 0$  и функция  $K(\Delta)$  обладает пятью сингулярностями. Спектр поглощения для  $\delta = 1.48\omega_1$  изображен на рис. 2. Если  $-1.025\omega_1 < \delta < 1.025\omega_1$ , то на ветви  $\mathcal{E}_2(k)$  при  $k_1 = 0$ ,  $k_2 \neq 0$  и на ветви  $\mathcal{E}_1(k)$  при  $k_2 = 0$ ,  $k_1 \neq 0$  критических точек нет. Следовательно,

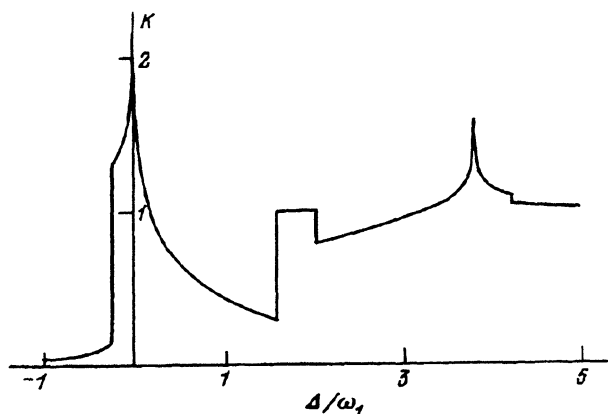


Рис. 1. Спектр поглощения пробного света в присутствии резонансной накачки  $\omega$  при  $\delta = 4\omega_1$ .

Имеется шесть особенностей, соответствующих критическим точкам:  $\Delta = -0.24\omega_1$  — минимум на ветви  $\mathcal{E}_2(k)$  при  $k_1 = k_2 = 0$ ;  $\Delta = -0.002\omega_1$  — седловая точка на  $\mathcal{E}_2(k)$  при  $k_1 = 0$ ,  $k_2 \neq 0$ ;  $\Delta = 1.60\omega_1$  — минимум на  $\mathcal{E}_1(k)$  при  $k_1 = 0$ ,  $k_2 \neq 0$ ;  $\Delta = 2.02\omega_1$  — максимум на  $\mathcal{E}_2(k)$  при  $k_2 = 0$ ,  $k_1 \neq 0$ ;  $\Delta = 3.80\omega_1$  — седловая точка на  $\mathcal{E}_1(k)$  при  $k_2 = 0$ ,  $k_1 \neq 0$ ;  $\Delta = 4.24\omega_1$  — максимум на  $\mathcal{E}_1(k)$  при  $k_1 = k_2 = 0$ .  $\Delta = \Omega - (\mathcal{E}_1(0) - \mathcal{E}_3(0))$ .

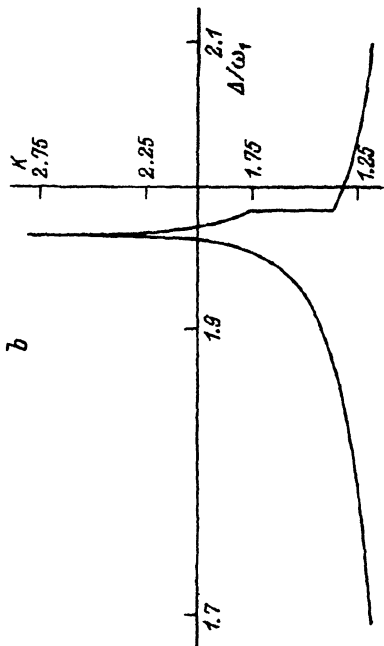
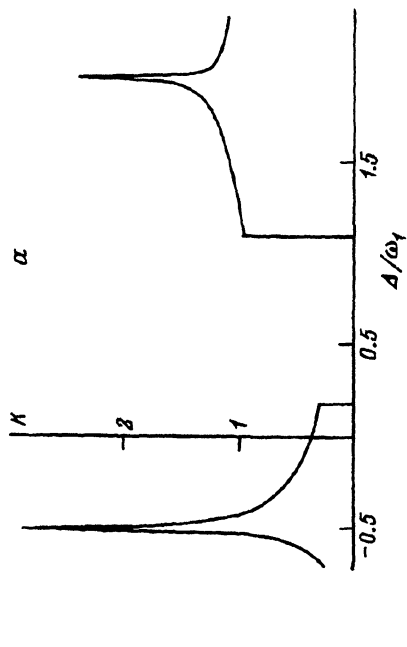


Рис. 2. Спектр поглощения пробного света в присутствии резонансной накачки  $\omega$  при  $\delta = 1.48\omega_1$  (а) и область спектра вблизи критических точек  $\Delta = 1.967\omega_1$  и  $\Delta = 1.984\omega_1$  (б).

а) Имеется пять особенностей, соответствующих критическим точкам:  $\Delta = -0.504\omega_1$  — седловая точка на  $\mathcal{E}_2(\mathbf{k})$  при  $k_1 = k_2 = 0$ ;  $\Delta = 0.187\omega_1$  — максимум на  $\mathcal{E}_2(\mathbf{k})$  при  $k_2 = 0$ ,  $k_1 \neq 0$ ;  $\Delta = 1.09\omega_1$  — минимум на  $\mathcal{E}_1(\mathbf{k})$  при  $k_1 = 0$ ,  $k_2 \neq 0$ ;  $\Delta = 1.967\omega_1$  — седловая точка на  $\mathcal{E}_1(\mathbf{k})$  при  $k_2 = 0$ ,  $k_1 \neq 0$ ;  $\Delta = 1.984\omega_1$  — максимум на  $\mathcal{E}_1(\mathbf{k})$  при  $k_1 = k_2 = 0$ .  $\Delta = \Omega - (\mathcal{E}_1(0) - \mathcal{E}_3(0))$ .

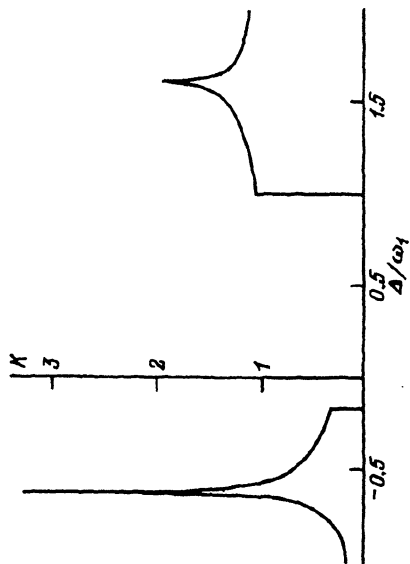


Рис. 3. Спектр поглощения пробного света в присутствии резонансной накачки  $\omega$  при  $\delta = \omega_1$ .

Имеются четыре особенности, соответствующие критическим точкам:  $\Delta = -0.62\omega_1$  — седловая точка на  $\mathcal{E}_2(\mathbf{k})$  при  $k_1 = k_2 = 0$ ;  $\Delta = -0.16\omega_1$  — максимум на  $\mathcal{E}_2(\mathbf{k})$  при  $k_2 = 0$ ,  $k_1 \neq 0$ ;  $\Delta = 1.0\omega_1$  — минимум на  $\mathcal{E}_1(\mathbf{k})$  при  $k_1 = 0$ ,  $k_2 \neq 0$ ;  $\Delta = 1.62\omega_1$  — седловая точка на  $\mathcal{E}_1(\mathbf{k})$  при  $k_1 = k_2 = 0$ .  $\Delta = \Omega - (\mathcal{E}_1(0) - \mathcal{E}_3(0))$ .

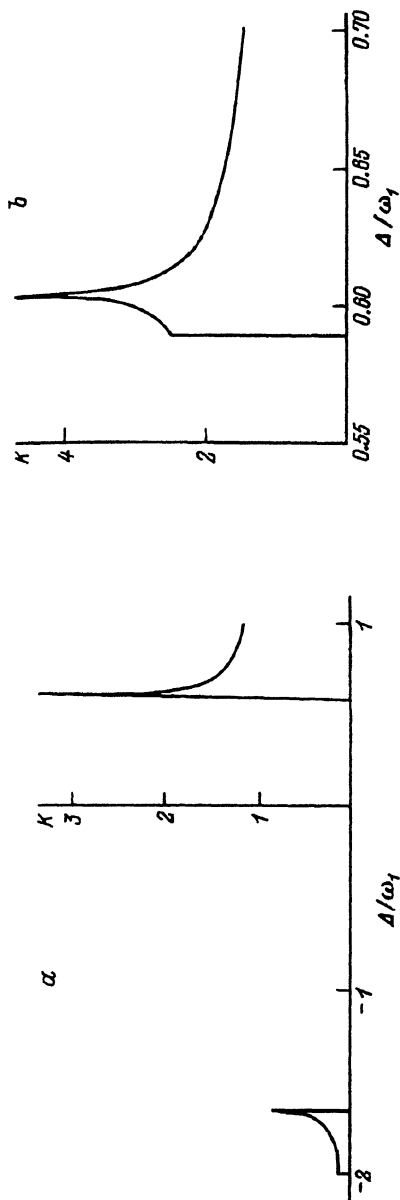


Рис. 4. Спектр поглощения пробного света в присутствии резонансной накачки  $\omega$  при  $\delta = -1.05\omega_1$  (a) и область спектра вблизи критических точек  $\Delta = 0.589\omega_1$  и  $\Delta = 0.604\omega_1$  (b).

а) Имеются три сингулярности, соответствующие критическим точкам:  $\Delta = -1.654\omega_1$  — максимум на  $\mathcal{E}_1(\mathbf{k})$  при  $k_1 = k_2 = 0$ ;  $\Delta = 0.589\omega_1$  — минимум на  $\mathcal{E}_1(\mathbf{k})$  при  $k_1 = 0$ ,  $k_2 \neq 0$ ;  $\Delta = 0.604\omega_1$  — седловая точка на  $\mathcal{E}_1(\mathbf{k})$  при  $k_1 = k_2 = 0$ .  $\Delta = \Omega - (\mathcal{E}_1(0) - \mathcal{E}_3(0))$ .

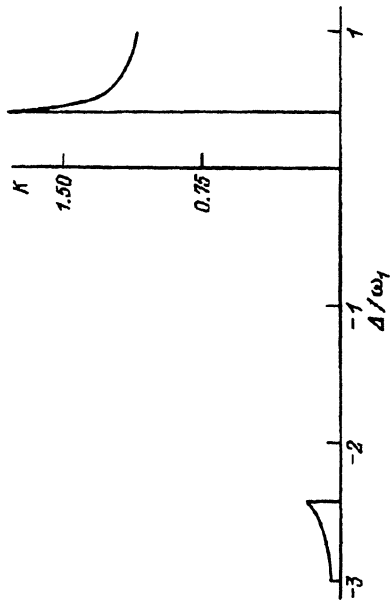


Рис. 5. Спектр поглощения пробного света в присутствии резонансной накачки  $\omega$  при  $\delta = -2\omega_1$ .

Имеются две сингулярности, соответствующие критическим точкам:  $\Delta = -2.41\omega_1$  — максимум на  $\mathcal{E}_2(\mathbf{k})$  при  $k_1 = k_2 = 0$ ;  $\Delta = 0.40\omega_1$  — минимум на  $\mathcal{E}_1(\mathbf{k})$  при  $k_1 = k_2 = 0$ .  $\Delta = \Omega - (\mathcal{E}_1(0) - \mathcal{E}_3(0))$ .

спектр поглощения имеет четыре сингулярности (рис. 3). В случае, когда  $-1.506\omega_1 < \delta < -1.025\omega_1$ , кроме критических точек при  $k = 0$  имеется лишь одна дополнительная критическая точка на ветви  $\mathcal{E}_1(k)$  при  $k_1 = 0$ ,  $k_2 \neq 0$ . В соответствии с этим функция  $K(\Delta)$  обладает тремя особенностями (рис. 4). Наконец, для  $\delta < -1.506\omega$  перестроенный сильным светом электронный спектр имеет критические точки только при  $k = 0$ , и, следовательно,  $K(\Omega)$  обладает двумя сингулярностями (рис. 5). Как и следовало ожидать, критическим точкам типа минимум и максимум соответствуют в спектрах поглощения пробного света изломы в виде ступенек, а седловым критическим точкам — логарифмические пики.

Имеется принципиальное различие между спектром, изображенным на рис. 1, и спектрами на рис. 2–4. В первом случае минимум на ветви  $\mathcal{E}_1$  соответствует меньшим значениям  $\Delta$ , чем максимум на  $\mathcal{E}_2$ . В остальных же случаях мы имеем дело с противоположной ситуацией, когда в перестроенном благодаря взаимодействию с полем сильной волны зонном спектре возникает щель. При этом на фоне полосы фундаментального поглощения появляется область, в которой поглощение пробного света обращается в нуль (разумеется, без учета эффектов релаксации).

Положение сингулярностей в спектре поглощения пробного света  $\Omega$  на переходе между валентной зоной и нижней зоной проводимости в присутствии интенсивной накачки, резонансной смежному переходу между двумя зонами проводимости, может использоваться для определения неизвестных параметров зонной структуры. Если с помощью независимых методов (например, по спектру линейного поглощения, циклотронному резонансу и т.д.) определены величины  $\epsilon_{10} - \epsilon_{30}$ ,  $\tilde{\nu}_i$ , то с помощью соотношений (13), (14) можно получить значения частот Раби  $\omega_1$  (следовательно, и дипольного матричного элемента перехода  $1 \rightarrow 2$ ), величину  $\epsilon_{20} - \epsilon_{30}$ , а также (при отрицательных  $\gamma_i'$ ) значения  $\tilde{\nu}_i'$  (обратные приведенные массы электронов в зоне 2 и дырок в валентной зоне 3).

Для наблюдения эффектов, связанных с перестройкой зонного спектра, необходимы такие интенсивности  $J_\omega$  волны  $\omega$ , чтобы частота Раби  $\omega_1$  превосходила обратное время релаксации импульса носителей  $\tau_r^{-1}$ . Основной вклад в  $\tau_r^{-1}$  вносит рассеяние носителей на оптических фононах, которое в достаточно чистых образцах доминирует над рассеянием на дефектах и над межэлектронным (междырочным) рассеянием, если предположить, что частота сильного света  $\omega$  меньше ширины запрещенной зоны  $\epsilon_{10} - \epsilon_{30}$  и концентрация свободных носителей невелика. Типичные значения  $\tau_r$  при этом составляют  $\sim 10^{-12} \div 10^{-13}$  с. Если, однако, условие резонанса  $\epsilon_2(k) - \epsilon_1(k)$  выполняется вблизи края в «пассивных» для испускания оптических фононов областях зон 1 и 2 (см. например, [4]), то время релаксации определяется рассеянием на акустических фононах. В этом случае при низких температурах  $\tau_r \sim 10^{-10} \div 10^{-11}$  с. Если свет  $\omega$  смешивает две различные зоны проводимости, то типичное значение матричного элемента  $d_{12} \sim 10^{-18}$  ед. CGS. Для получения рабиевских частот  $\omega_1 \sim 10^{11} \div 10^{13}$  с $^{-1}$  потребуются интенсивности света  $J_\omega \sim 10^{-3} \div 10^1$  Вт/μм $^2$ . Если же свет  $\omega$  распространяется в прямо-



зонном материале с квантовыми ямами шириной  $l$ , то [5]

$$\langle cn|\hat{d}_z|cn'\rangle = -\frac{4el}{\pi^2} e_z \left[ 1 - (-1)^{(n+n')} \right] nn' (n^2 - n'^2)^{-2}. \quad (17)$$

Предполагается, что вектор поляризации света  $e_z$  направлен перпендикулярно плоскости квантовой ямы. В этом случае при  $l \sim 100 \text{ \AA}$ ,  $n = 1$ ,  $n' = 2$  значения  $d_{12} \sim 10^{-16}$  ед.СГС. Соответственно для получения рабиевских частот в указанном диапазоне потребуются интенсивности  $J_\omega \sim 10^{-5} \div 10^{-1} \text{ W}/\mu\text{m}^2$ .

Для экспериментального наблюдения рассмотренных в работе эффектов требуются материалы, в которых частота перехода между зонами 1 и 2, связанными интенсивной резонансной накачкой  $\omega$ , меньше частоты перехода из основного состояния кристалла в первое возбужденное под действием пробного света  $\omega$ . Отметим, что такая ситуация реализуется во многих полупроводниках  $A_3B_5$  и  $A_2B_6$  [6]. При этом энергия кванта накачки должна быть порядка  $\varepsilon_{20} - \varepsilon_{10}$ , а энергия кванта пробного света  $\sim \varepsilon_{10} - \varepsilon_{30}$ . В качестве конкретного примера можно привести AlSb и GaP, для которых в центре зоны Бриллюэна ширина запрещенной зоны больше, чем энергетический зазор между двумя первыми зонами проводимости [6,7]. Так, для AlSb следует выбрать  $\hbar\omega \approx 1.8 \text{ eV}$ ,  $\hbar\Omega \approx 2.1 \text{ eV}$ , а для GaP —  $\hbar\omega \approx 2.1 \text{ eV}$ ,  $\hbar\Omega \approx 2.8 \text{ eV}$ . Экспериментальному наблюдению спектральных особенностей поглощения пробного света в поле сильной световой волны в этих материалах благоприятствует то обстоятельство, что при  $k = 0$  валентная зона и верхняя зона проводимости обладают симметрией  $\Gamma_{15}$ , а нижняя зона проводимости — симметрией  $\Gamma_1$ . Таким образом, актуальные оптические переходы дипольно разрешены. Важным моментом является также наличие существенной анизотропии верхней зоны проводимости. В то же время для детального сопоставления возможных экспериментальных данных и полученных выше результатов необходим учет трехкратного вырождения электронных и дырочных состояний симметрии  $\Gamma_{15}$ . Это потребует дальнейшего развития теории.

Аналогичные эффекты можно наблюдать и в том случае, когда излучение накачки  $\omega$  резонансно переходу между спин-орбитально отщепленной валентной зоной и зонами легких и тяжелых дырок. Укажем лишь несколько типичных материалов: CdTe ( $\hbar\omega \approx 0.86 \text{ eV}$ ,  $\hbar\Omega \approx 1.9 \text{ eV}$ ), ZnSe ( $\hbar\omega \approx 0.8 \text{ eV}$ ,  $\hbar\Omega \approx 2.8 \text{ eV}$ ), GaAs ( $\hbar\omega \approx 0.34 \text{ eV}$ ,  $\hbar\Omega \approx 1.5 \text{ eV}$ ) и т.д. Однако при этом переход между валентными зонами дипольно запрещен и частота Раби  $\omega_1$  является функцией волнового вектора  $k$ . Учет этого обстоятельства также потребует дальнейшего развития теории.

Наконец, следует отметить тот факт, что современные технологии позволяют получать квантовые наноструктуры с зонными параметрами, варьируемыми в широких пределах. Именно такие материалы (например, структуры с квантовыми ямами) представляют наибольший интерес в смысле экспериментального наблюдения рассмотренных выше эффектов. Это связано с тем, что спектральные особенности поглощения пробного света в присутствии мощной накачки наиболее ярко проявляются в системах с пониженной размерностью.

### Список литературы

- [1] Галицкий В.М., Елесин В.Ф. Резонансное взаимодействие электромагнитных волн с полупроводниками. М. (1986). 192 с.
- [2] Перлин Е.Ю. ЖЭТФ **105**, 1, 186 (1994).
- [3] Бассани Ф., Пастори Парравичини Дж. Электронные состояния и оптические переходы в твердых телах. М. (1982). 392 с.
- [4] Гантмахер В.Ф., Левинсон И.Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М. (1984). 351 с.
- [5] Pasquarello A., Quatropani A. Phys. Rev. **B38**, 9, 6206 (1988).
- [6] Cohen M.L., Bergstresser T.K. Phys. Rev. **141**, 2, 789 (1966); Bergstresser T.K., Cohen M.L. Phys. Rev. **164**, 3, 1069 (1967).
- [7] Цидильковский И.М. Электроны и дырки в полупроводниках. М. (1972). 640 с.