УДК 535.2,621.3.09
©1995

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВИДЕОСОЛИТОНЫ И БРИЗЕРЫ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКЕ ТИПА KDP

С.В.Сазонов

Тихоокеанский океанологический институт ДО РАН, Владивосток
(Поступила в Редакцию 16 августа 1994 г.)

С использованием приближения молекулярного поля исследованы процессы распространения в сегнетоэлектрике типа KDP электромагнитных видеоимпульсов, когда длительность последних значительно превышает обратную частоту критических колебаний. Найдено, что в парафазе вдали от температуры Кюри T_c параллельно сегнетоэлектрической оси могут распространяться видеосолитоны и бризеры, а в сегнетофазе — видеосолитоны пикосекундной длительности. Данные образования устойчивы относительно поперечных возмущений. Показано, что необходимым условием генерации видеосолитонов и бризеров является существование незаторможенной мягкой моды. В окрестности T_c, где мягкая мода переторможена, наблюдение их невозможно. Флуктуации молекулярного поля сегнетоэлектрика не оказывают существенного влияния на динамику распространения пикосекундных импульсов.

В последние годы вышло несколько экспериментальных и теоретических работ, посвященных взаимодействию лазерных ультракоротких импульсов (УКИ) с веществом [1–14]. Данные импульсы содержат порядка одного периода электромагнитных колебаний, т.е. являются видеоимпульсами. В [6] такие импульсы названы предельно короткими. В экспериментах получены как фемтосекундные [1], так и пикосекундные [2] видеоимпульсы. В работах [4–10,13,14] найдены решения для УКИ в виде однополярных (полуволновых) солитонов и диссипативных структур. При теоретическом исследовании взаимодействия УКИ с различными средами несправедливо применяющееся обычно приближение медленно меняющихся амплитуд и фаз [15]. Кроме того, вообще говоря, теряет силу приближение двухуровневой квантовой среды, так как понятие резонанса в данном случае отсутствует. В [3–5,7–14] использовались двухуровневые модели сред. При этом предполагалось, что остальные квантовые уровни достаточно удалены по энергетической шкале от рассматриваемой пары уровней. В качестве последних авторы работ [4,8] предложили использовать системы колебательных подуровней двухатомной молекулы.

В сегнетоэлектрике типа порядок–беспорядок два уровня, сильно взаимодействующих с внешним электромагнитным полем, выделяются как четное и нечетное состояния протона в двухъямном кристаллическом потенциале, образованном водородными связями [16–18]. В случае

KDP данные состояния различаются по энергии благодаря квантовому туннелированию протона между минимумами отмеченного потенциала. Для сегнетоэлектриков типа KDP типичные значения частотного интервала ω_0 между этими состояниями составляют $10^{12}-10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$ [[17]], что на два-три порядка меньше частот, соответствующих электронным переходам. Поэтому при частотах, значительно меньших частот электронно-оптических переходов, взаимодействие электромагнитного импульса должно осуществляться главным образом с двумя уровнями протонной подсистемы. Оптические же переходы будут значительно ослаблены.

В связи с изложенным представляет интерес изучение взаимодейстия пикосекундных УКИ с сегнетоэлектриком типа KDP, что и является целью настоящей работы.

1. Основные приближения и уравнения

Используем полуклассический подход: сегнетоэлектрик будем описывать квантово-механически, а электромагнитное поле — уравнениями Максвелла. Пространственный размер пикосекундного УКИ $l \sim c\tau_p \sim 10^{-2}\,\mathrm{cm} \gg a$, где c — скорость света, τ_p — длительность импульса, a — характерный пространственный размер двухъямного кристаллического потенциала. Данное обстоятельство позволяет изучать взаимодействие УКИ с сегнетоэлектриком в дипольном приближении. В целях упрощения используем далее приближение молекулярного поля (ПМП) [15,17], согласно которому каждый протон «ощущает» присутствие остальных протонов через некоторое среднее поле, создаваемое ими. Отметим, что ПМП используется главным образом для качественных рассмотрений. Данное приближение позволяет описать равновесный фазовый переход из парафазы в сегнетофазу при температуре $T = T_c$. Вблизи T_c ПМП соответствует феноменологической теории Ландау фазовых переходов второго рода. Последняя теория позволяет правильно описать низкочастотные критические колебания поляризации (мягкую моду) в окрестности фазового перехода [19,20]. Поэтому есть основания полагать, что в области низких частот ($\omega < \omega_+, \omega_-$, где $\omega_+(\omega_-)$ — частота мягкой моды выше (ниже) точки Кюри) ПМП не искажает качественной картины взаимодействия электромагнитного импульса с сегнетоэлектриком. Спектральная ширина видеоимпульса составляет $\Delta\omega \sim \tau_p^{-1}$. Следовательно, условие низкочастотности можно записать в виде $\omega_\pm\tau_p > 1$. Взяв $\omega_\pm \sim 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, найдем, что $\tau_p > 10^{-13}\,\mathrm{s}$. Более строгое обоснование ПМП в применении к нашему случаю будет дано в разделе 4.

Гамильтониан выделенного протона, взаимодействующего с внешним полем и с молекулярным полем идентичных ему протонов, с использованием ПМП записывается в виде [17]

$$H = -\hbar\omega_0 S_x - \hbar J\langle S_z\rangle S_z - \hbar\Omega S_z, \tag{1}$$

где $\hbar$ — постоянная Планка, J — средняя постоянная диполь-дипольной связи внутри протонной подсистемы, определяющая температуру равновесного фазового перехода, $\Omega = dE/\hbar$, d — величина матричного элемента дипольного момента четно–нечетного перехода протона, E — проекция вектора электрического поля $\mathbf{E}$ УКИ на направление протонного туннелирования, $\langle\ldots\rangle$ — операция квантового усреднения, S_x, S_y, S_z — операторы Паули. При этом S_x определяет инверсию в терминах четного и нечетного состояния, а S_z — дипольный момент.

В силу того что геометрические размеры УКИ много больше характерного размера двухъямного потенциала, принадлежащего каждому протону, можно считать величины $\langle S_j\rangle$ $(j = x, y, z)$ непрерывными функциями координат при рассмотрении системы протонов.

Наблюдаемая поляризация в кристаллах типа KDP обусловлена смещением тяжелых ионов K, P, O и направлена перпендикулярно плоскости, в которой происходит туннелирование протонов [16,18]. В этой связи будем считать, что направление распространения импульса параллельно сегнетоэлектрической оси, а вектор $\mathbf{E}$ лежит в плоскости квантового туннелирования протонов.

Записывая для операторов Паули уравнения Гейзенберга

$$i\hbar\frac{\partial S_j}{\partial t} = [S_j, H], \quad j = x, y, z \tag{2}$$

и производя затем их квантовое усреднение, получим систему уравнений движения для $U \equiv \langle S_x\rangle$, $W \equiv \langle S_y\rangle$ и $R \equiv \langle S_z\rangle$. Приравнивая к нулю производные в левых частях (2), найдем соответствующие равновесные значения $U_0, W_0 = 0$ и R_0. Полагая далее $U = U_0 + u$, $W = w$, $R = R_0 + r$, получим систему уравнений для отклонений компонент квантовых средних псевдоспина $S = (S_x, S_y, S_z)$ от равновесных значений

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \omega_- w + (\Omega + Jr)w, \tag{3}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\omega_+^2}{\omega_0}r - \omega_- u - U_0\Omega - (\Omega + Jr)u, \tag{4}$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = -\omega_0 w. \tag{5}$$

Здесь $\omega_- \equiv JR_0$, $\omega_+ \equiv \sqrt{\omega_0(\omega_0 - JU_0)}$ — частоты маягких мод при $T < T_c$ и $T > T_c$ соответственно. Ниже точки Кюри $\omega_+ = 0$, выше $\omega_- = 0$.

Дополним систему (3)–(5) уравнением Максвелла для электрического поля УКИ. В принятых обозначениях имеем

$$\Delta\Omega - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Omega}{\partial t^2} = \frac{4\pi d^2 n}{\hbar c^2}\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}, \tag{6}$$

где Δ — оператор Лапласа, n — концентрация активных протонов.

Система (3)–(6) является замкнутой. Она определяет самосогласованную динамику сегнетоэлектрика и распространяющегося в нем импульса электромагнитного поля.

Линеаризация (3)–(5) приводит к следующим выражениям для динамических восприимчивостей сегнетоэлектрика выше (χ_+) и ниже (χ_-) точки Кюри:

$$\chi_+(w) = \frac{A_+}{\omega_+^2 - \omega^2}, \quad \chi_-(\omega) = \frac{A_-}{\omega_-^2 - \omega^2}, \tag{7}$$

где $A_+ = (\omega_0 d^2 n/\hbar)\,\mathrm{th}(\hbar\omega_0/k_B T)$, $A_- = \omega_0^2 d^2 n/\hbar J$, ω — частота электромагнитного поля, k_B — постоянная Больцмана. Здесь принято во внимание, что [17]

$$U_0 = \begin{cases} \mathrm{th}(\hbar\omega_0/k_B T), & T > T_c, \\ \omega_0/J, & T < T_c. \end{cases} \tag{8}$$

Исследование нелинейной системы (3)–(6) в общем случае представляется весьма сложным. Поэтому, следуя [4,8], рассмотрим случай, когда

$$\omega_\pm \tau_p \gg 1. \tag{9}$$

Неравенство (9) только усиливает условие низкочастотности процесса (см. выше), при котором ПМП не искажает реальной картины взаимодействия УКИ с сегнетоэлектриком. При выполнении (9) динамические параметры электромагнитного импульса изменяются достаточно медленно. Это говорит о том, что сигнал слабо взаимодействует со средой, лишь незначительно возбуждая ее. Поэтому изучаемый процесс можно рассматривать как слабонелинейный.

2. Случай парафазы

Полагая в (3)–(5) $\omega_- = 0$, будем иметь систему уравнений для динамики сегнетоэлектрика при $T > T_c$. Дифференцируя затем (5), после использования (4) найдем

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\omega_+^2 r + \omega_0 U_0 \Omega + \omega_0(\Omega + Jr)u. \tag{10}$$

Согласно (9), левая часть (10) и последнее слагаемое его правой части — суть члены более высокого порядка малости, чем первые два слагаемых в правой части. Разрешая (10) относительно r методом последовательных приближений по малым слагаемым, получим в первом исчезающем по ним порядке

$$r = \frac{\omega_0 U_0}{\omega_+^2}\left(\Omega - \frac{1}{\omega_+^2}\frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2}\right) + \frac{\omega_0^3}{\omega_+^4}\Omega u. \tag{11}$$

Выражение в скобках есть первые два члена разложения линейной восприимчивости (7) по малому параметру $(\omega/\omega_+)^2$. Последнее слагаемое в правой части (11) учитывает зависимость восприимчивости от напряженности поля импульса. Найдем связь между u и Ω. Для этого выразим w из (5) через $\partial r/\partial t$ и подставим полученное выражение в (3) при $\omega_- = 0$. Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\Omega + Jr}{\omega_0}\frac{\partial r}{\partial t}. \tag{12}$$

Подставляя сюда главный член разложения (11) $r \approx \omega_0 U_0 \Omega/\omega_+^2$, после интегрирования будем иметь

$$u = -\frac{\omega_0^2 U_0}{2\omega_+^4}\Omega^2. \tag{13}$$

Выражение (11) с учетом (13) дает нам связь между r и Ω. Подставляя данное выражение в правую часть (9), получим замкнутое нелинейное уравнение относительно Ω

$$\Delta\Omega - \frac{\varepsilon_+}{c^2}\frac{\partial^2\Omega}{\partial t^2} = -\frac{\varepsilon_+ - 1}{c^2\omega_+^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\omega_0^4}{2\omega_+^4}\Omega^3 + \frac{\partial^2\Omega}{\partial t^2}\right), \tag{14}$$

где $\varepsilon_+ = 1 + 4\pi\chi_+(0)$ — статическая линейная диэлектрическая восприимчивость в парафазе. Выражение для $\chi_+(0)$ получается из (10) при $\omega = 0$.

Заметим, что в (14) отсутствует квадратичная нелинейность по полю. Данное обстоятельство согласуется с тем фактом, что в парафазе кристалл обладает центром инверсии вдоль оси туннелирования активных протонов. Поэтому в разложении $r(\Omega)$ при $T > T_c$ присутствуют лишь нечетные степени Ω.

Правая часть (14) содержит нелинейный и дисперсионный члены и является поэтому величиной более высокого порядка малости по отношению к левой части. В связи с этим используем приближение однонаправленного распространения вдоль сегнетоэлектрической оси, параллельной оси z, подобно тому, как это проделано в [4,8,9–12,14]. В результате найдем

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial z} - \alpha_+\Omega^2\frac{\partial\Omega}{\partial\tau} - \beta_+\frac{\partial^3\Omega}{\partial\tau^3}\right) = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_+}}\Delta_\perp\Omega, \tag{15}$$

где $\tau = t - \sqrt{\varepsilon_+}z/c$, $\Delta_\perp \equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ — поперечный лапласиан,

$$\alpha_+ = \frac{3(\varepsilon_+ - 1)\omega_0^4}{4c\sqrt{\varepsilon_+}\omega_+^6}, \quad \beta_+ = \frac{\varepsilon_+ - 1}{2c\sqrt{\varepsilon_+}\omega_+^2}. \tag{16}$$

В одномерном случае, когда динамические параметры импульса зависят только от z и t, из (15) после интегрирования по τ находим модифицированное уравнение Кортевега–де Фриза

$$\frac{\partial\Omega}{\partial z} - \alpha_+\Omega^2\frac{\partial\Omega}{\partial\tau} - \beta_+\frac{\partial^3\Omega}{\partial\tau^3} = 0. \tag{17}$$

Уравнение (17) принадлежит к классу систем, интегрируемых методом обратной задачи рассеяния (МОЗР). Его односолитонное решение имеет вид

$$\Omega = \pm\Omega_+ \operatorname{sech}\frac{t - z/v_+}{\tau_p}, \tag{18}$$

где

$$\frac{1}{v_+} = \frac{\sqrt{\varepsilon_+}}{c} - \frac{\beta_+}{\tau_p^2}, \quad \Omega_+ = \frac{1}{\tau_p}\sqrt{\frac{6\beta_+}{\alpha_+}} = \frac{2}{\tau_p}\left(\frac{\omega_+}{\omega_0}\right)^2. \tag{19}$$

Солитон (18) является однополярным видеосолитоном [10]. В отличие от солитона огибающей видеосолитон не содержит внутри себя высокочастотных колебаний. Решение (18), (19) имеет один свободный параметр, в качестве которого выбрана длительность видеосолитона.

Из (19) следует, что скорость данного видеосолитона превышает фазовую скорость $c/\sqrt{\varepsilon_+}$ низкочастотной ($\omega \ll \omega_+$) плоской волны. Наличие центра инверсии вдоль оси квантового туннелирования в парафазе приводит к возможности образования электромагнитных видеосолитонов противоположных полярностей (знаки «+» и «−» в (18)). При некоторых условиях эти видеосолитоны могут образовывать связанные солитон-антисолитонные состояния. Соответствующее решение уравнения (17), называемое бризером [21], имеет вид

$$\Omega = \Omega_0 \frac{\operatorname{ch}\psi\cos\varphi - q\operatorname{sh}\psi\sin\varphi}{\operatorname{ch}^2\psi + q^2\sin^2\varphi}, \tag{20}$$

где

$$q = (\omega\tau_p)^{-1}, \quad \psi = (t - z/v)/\tau_p, \quad \varphi = \varkappa z + \omega(t - z/v),$$

$$1/v = \sqrt{\varepsilon_+}/c + \beta_+\omega^2(3 - q^2), \quad \varkappa = 2\beta_+\omega^3(1 + q^2), \quad \Omega_0 = 2\Omega_+. \tag{21}$$

При $q \sim 1$ бризер содержит порядка одного периода электромагнитных осцилляций и может быть представлен как связанное состояние пары типа солитон-антисолитон. По мере распространения бризера вдоль оси z форма его периодически изменяется. В системе отсчета, движущейся со скоростью v «центра масс» бризера, профиль напряженности электрического поля испытывает пульсации с характерной частотой

$$\varkappa v \approx (2\beta_+ c/\sqrt{\varepsilon_+})\omega^3(1 + q^2) = (\varepsilon_+ - 1)(1 + q^2)\omega^3/\varepsilon_+\omega_+^2 \ll \omega \ll \omega_+.$$

Однако размер области локализации бризера остается неизменным и равным $v\tau_p$. Если же $q \ll 1$, бризер (20) переходит в солитон огибающей, совпадающий по форме с действительной частью солитона нелинейного уранения Шредингера. При этом скорость солитона огибающей, согласно (21), меньше фазовой скорости $c/\sqrt{\varepsilon_+}$ низкочастотной плоской волны. Чем больше величина q, тем сигнал по своей форме ближе к видеоимпульсу, и наоборот. По этой причине данную величину можно назвать видеопараметром. Из (21) следует, что $v > c/\sqrt{\varepsilon_+}$ при $q > \sqrt{3}$ и $v < c/\sqrt{\varepsilon_+}$ при $q < \sqrt{3}$.

Учитывая (8), а также то обстоятельство, что $J = \omega_0 \operatorname{cth}(\hbar\omega_0/k_B T_c)$ [17], выражения для амплитуд видеосолитона, бризера и для частоты мягкой моды можно записать в виде

$$\Omega_0 = 2\Omega_+ = \frac{4}{\tau_p}\left(1 - \operatorname{cth}\frac{\hbar\omega_0}{k_B T_c}\operatorname{th}\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}\right), \tag{22}$$

$$\omega_+ = \omega_0\left(1 - \operatorname{cth}\frac{\hbar\omega_0}{k_B T_c}\operatorname{th}\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}\right)^{1/2}. \tag{23}$$

Из (22) следует, что при $T \to T_c$ амплитуда видеосолитона (бризера) стремится к нулю. По этому поводу, однако, следует сделать важное замечание. В материальных уравнениях (3)–(5) не учтены процессы релаксации. Такое приближение справедливо, пока

$$\omega_{\pm} \gg \tau_p^{-1} \gg \gamma, \tag{24}$$

где γ — релаксационный параметр, приводящий к затормаживанию мягкой моды [17,20]. Для сегнетоэлектриков типа KDP параметр $\gamma \sim \sim 10^{11}\,\mathrm{s}^{-1}$ и практически не зависит от температуры [17]. Взяв, кроме того, $\omega_0 \sim 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, $T_c \sim 10^2\,\mathrm{K}$, найдем, что при $T - T_c \sim 1\,\mathrm{K}$ неравенству (24) удовлетворить невозможно. Поэтому рассмотренные здесь солитоны и бризеры пикосекундной длительности можно возбуждать при $T - T_c \sim T_c \sim 10^2\,\mathrm{K}$. Полагая также $d \sim 10^{-18}$ CGSE units, из (22) находим, что амплитуда напряженности видеосолитона (бризера) $E \sim \hbar/d\tau_p \sim 10^5\,\mathrm{V/cm}$, что соответствует интенсивности $T \sim 10^7\,\mathrm{w/cm^2}$.

3. Случай сегнетофазы

Для исследования случая $T < T_c$ в (3)–(5) необходимо положить $\omega_+ = 0$. Тогда данную систему можно переписать в виде

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -i(\omega_- + \Omega + Jr)g - i\frac{\omega_0}{J}\Omega, \tag{25}$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = -\omega_0 \operatorname{Im} g, \tag{26}$$

где $g = u + iw$.

Учитывая (9), из (25) находим следующее разложение для g по динамическому параметру $(\omega_-\tau_p)^{-1}$

$$g = -\frac{\omega_0}{J}\sum_{p=0}^{\infty}\left(\frac{i}{\omega_- + \Omega + Jr}\right)^p \frac{\partial^p}{\partial t^p}\left(\frac{\Omega}{\omega_- + \Omega + Jr}\right). \tag{27}$$

После подстановки (27) в (26), ограничиваясь первыми четырьмя членами разложения и низшей степенью нелинейности, получим

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{\omega_0^2}{J\omega_-^2}\frac{\partial \Omega}{\partial t} - \frac{\omega_0^2}{J\omega_-^3}(\Omega + Jr)\frac{\partial \Omega}{\partial t} - \frac{\omega_0^2}{J\omega_-^3}\frac{\partial}{\partial t}\Big[\Omega(\Omega + Jr)\Big] - \frac{\omega_0^2}{J\omega_-^4}\frac{\partial^3 \Omega}{\partial t^3}. \tag{28}$$

Сохраняя в (28) лишь первый член разложения, находим, что $r \approx (\omega_0^2/J\omega_-^2)\Omega$. Подставляя это выражение вместо r в следующие члены разложения (28), после интегрирования будем иметь

$$r = \frac{\omega_0^2}{J\omega_-^2}\Omega - \frac{3\omega_0^2}{2J\omega_-^3}\left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_-^2}\right)\Omega^2 - \frac{\omega_0^2}{J\omega_-^4}\frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2}. \tag{29}$$

Ниже температуры Кюри в сегнетоэлектрике исчезает центр инверсии вдоль оси туннелирования протонов (симметрия спонтанно нарушена), так как все протоны находятся либо в правом, либо в левом минимуме двухъямного потенциала. Поэтому в разложении (29) присутствует квадратичный по электрическому полю член. Подставляя (29) в (6), найдем

$$\Delta\Omega - \frac{\varepsilon_-}{c^2}\frac{\partial^2\Omega}{\partial t^2} = \frac{\varepsilon_- - 1}{c^2\omega_-}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\frac{3}{2}\left(1+\frac{\omega_0^2}{\omega_-^2}\right)\Omega^2 + \frac{1}{\omega_-}\frac{\partial^2\Omega}{\partial t^2}\right], \tag{30}$$

где $\varepsilon_- = 1 + 4\pi\chi_-(0)$.

В пространственно одномерном случае (30) переходит в уравнение Буссинеска [21], интегрируемое при помощи МОЗР. Переходя, как и в разделе 2, к приближению однонаправленного распространения, получим из (30)

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial z} - \alpha_-\Omega\frac{\partial\Omega}{\partial\tau} - \beta_-\frac{\partial^3\Omega}{\partial\tau^3}\right) = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_-}}\Delta_\perp\Omega, \tag{31}$$

где $\tau = t - \sqrt{\varepsilon_-}z/c$,

$$\alpha_- = \frac{3}{2}\left(1+\frac{\omega_0^2}{\omega_-^2}\right)\frac{\varepsilon_- - 1}{c\sqrt{\varepsilon_-}\omega_-}, \quad \beta_- = \frac{\varepsilon_- - 1}{2c\sqrt{\varepsilon_-}\omega_-^2}. \tag{32}$$

В двумерном случае (31) совпадает с хорошо известным и интегрируемым при помощи МОЗР уравнением Кадомцева–Петвиашвили. Данное уравнение обладает как экспоненциально локализованными вдоль какого-либо направления N-солитонными решениями (косыми солитонами), так и локализованными во всех направлениях алгебраическими солитонами (лампами) [22]. При $\Delta_\perp = 0$ (31) переходит в уравнение Кортевега–де Фриза

$$\frac{\partial\Omega}{\partial z} - \alpha_-\Omega\frac{\partial\Omega}{\partial\tau} - \beta_-\frac{\partial^3\Omega}{\partial\tau^3} = 0. \tag{33}$$

Односолитонное решение (33) имеет вид

$$\Omega = \Omega_-\mathrm{sech}^2\frac{t - z/v_-}{2\tau_p}, \tag{34}$$

где

$$\frac{1}{v_-} = \frac{\sqrt{\varepsilon_-}}{c} - \frac{\beta_-}{\tau_p^2}, \quad \Omega_- = \frac{\omega_-}{(\omega_0^2+\omega_-^2)\tau_p^2}. \tag{35}$$

Как и в парафазе, здесь скорость распространения видеосолитона превышает фазовую скорость $c/\sqrt{\varepsilon_-}$ низкочастотной плоской волны. Отметим, что направление вектора электрического поля видеосолитона (34) совпадает с направлением спонтанной поляризации.

В окрестности температуры Кюри формирование солитонов типа (34) невозможно, как и в случае $T \gtrsim T_c$, по причине сильной заторможенности мягкой моды. Однако при $T \ll T_c$ $R_0 \approx \sqrt{1-(\omega_0/J)^2}$ [17] и частота критических колебаний $\omega_- \sim J$. Тогда из (35) находим, что $E \sim \hbar/(dJ\tau_p^2)$. Подставляя сюда $d \sim 10^{-18}$ CGSE units, $J \sim 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\tau_p \sim 10^{-12}$ s, получим $E \sim 10^3$ V/cm. Вблизи абсолютного нуля значения E, при которых могут возбуждаться солитоны, должны быть еще меньше, так как при $T \to 0$ параметр релаксации γ быстро уменьшается. В результате длительность солитона может стать больше, чем 10^{-12} s. Как следствие должна уменьшиться амплитуда.

4. Оценка влияния флуктуации молекулярного поля

ПМП, как отмечалось выше, эквивалентно разложению Ландау для плотности свободной энергии F по степеням параметра порядка. В качества последнего удобно выбрать безразмерную переменную R, пропорциональную поляризации. Тогда разложение для F примет вид

$$F = A(T - T_c)R^2 + BR^4 - ndER + \delta(\nabla R)^2. \tag{36}$$

Здесь δ — флуктуационный параметр Гинзбурга [18], не возникающий в теории, использующей ПМП. Параметры A и B при $\hbar\omega_0/k_BT_c \ll 1$ имеют вид [20]

$$A = \frac{1}{2}nk_B, \quad B = \frac{n}{12}k_BT_c. \tag{37}$$

Среднеквадратичная флуктуация R следующим образом выражается через δ [18]

$$\overline{\Delta R^2} = \frac{k_BT}{8\pi\delta}\sqrt{\frac{2A|T - T_c|}{\delta}}. \tag{38}$$

Значение δ оценивается из равенства по порядку величины верхней границы корреляционной энергии (последнее слагаемое в (36)) объемной энергии кристалла при $T = 0$ (первое слагаемое в правой части (36)) [18]. Отсюда находим, что $\delta \sim AT_cl^2$ [18], где l — характерный пространственный размер неоднородности поляризации. В нашем случае в качестве l выступает размер солитона $u_\pm\tau_p \approx c\tau_p/\sqrt{\varepsilon_\pm}$. Для корректности использованного здесь ПМП необходимо выполнение неравенства $\overline{\Delta R^2} \ll r_\pm^2$. Данное неравенство означает малость флуктуаций энергии молекулярного поля в сранении с энергией электродипольного взаимодействия. Используя вышесказанное, а также (37), (38), (11), (19), (29) и (35), найдем условия справедливости ПМП в применении к рассмотренной здесь динамической задаче

$$\tau_p \gg \eta_+ \equiv \left(\frac{\omega_0\varepsilon_+^3}{16\pi U_0c^3n}\right)^{1/2}, \quad T > T_c, \tag{39}$$

$$\tau_p \gg \eta_- \equiv \frac{J^4\varepsilon_-^3}{4\pi c^3\omega_0^2 n}, \quad T < T_c. \tag{40}$$

При получении (39), (40) считалось, что $|T - T_c| \sim T_c$, так как в непосредственной окрестности T_c солитоны не могут образовываться по причине заторможенности мягкой моды. Разложение Ландау справедливо, вообще говоря, вблизи температуры фазового перехода T_c. Однако для сегнетоэлектриков оно работает в очень широком температурном интервале [18]. Кроме того, на оценочных расчетах данное обстоятельство не может сказаться существенным образом. Полагая в (39), (40) $\varepsilon_t \sim 10$, $\omega_0 \sim 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, $J \sim 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$, $U_0 \sim 0.1$, $n \sim 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$, найдем, что $\eta_+ \sim 10^{-19}$ s, $\eta_- \sim 10^{-21}$ s. Для рассмотренных здесь пикосекундных импульсов условия (39), (40) выполняются с хорошим запасом. Заметим, что эти неравенства получены при условии (9). Если же (9) не выполняется, вид условия $\Delta R^2 \ll r_{\pm}^2$ должен значительно отличаться от неравенств (39), (40) из-за отсутствия в этом случае квазилокальной временной связи между r и Ω. Поэтому для импульсов фемтосекундной длительности нельзя пользоваться неравенствами (39), (40). Таким образом, выполнение условия (9) автоматически предполагает, что флуктуации энергии молекулярного поля много меньше энергии взаимодействия электрического поля импульса с дипольным моментом четно-нечетного перехода протона между туннельными состояниями водородной связи.

Малость флуктуаций поляризации в сравнении с ее равновесным значением при $T < T_c$ выражается критерием Леванюка–Гинзбурга [18,23]

$$\frac{T_c - T}{T_c} \gg \frac{k_B^2 T_c B^2}{\delta^3 A}. \tag{41}$$

Подставляя сюда значение δ, использованное при получении (39), (40), а также принимая во внимание (37), найдем, что последнее неравенство при $T_c - T \sim T_c$ эквивалентно условию

$$\tau_p \gg \eta \equiv \frac{\sqrt{\varepsilon_-}}{c} n^{-1/3}. \tag{42}$$

Полагая здесь $\varepsilon_- \sim 10$, $n \sim 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$, получим $\eta \sim 10^{-17}\,\mathrm{s}$.

Таким образом, использование ПМП при условии (9) не искажает качественной картины распространения пикосекундных электромагнитных импульсов в сегнетоэлектрике.

5. Заключительные замечания

Для возможности экспериментального наблюдения в сегнетоэлектрике типа KDP электромагнитных видеосолитонов и бризеров важным является вопрос об устойчивости последних относительно неодномерных возмущений (например, относительно самофокусировки). Заменой в (15) и (31) τ на $-\tau$ приводим эти уравнения к виду, представленному в [24]. Тогда условие устойчивости изученных здесь солитонов и бризеров сводится к неравенству $c/\sqrt{\varepsilon_\pm} > 0$ [24], которое выполняется автоматически. Таким образом, электромагнитные видеосолитоны и бризеры в сегнетоэлектрике не должны испытывать самофокусировки. Данное утверждение подкрепляется следующими физическими соображениями. В центре поперечного сечения импульса его интенсивность всегда больше, чем на периферии. Из (11), (13) и (29) следует, что нелинейный показатель преломления как при $T > T_c$, так и при $T < T_c$ уменьшается с ростом интенсивности сигнала. Следовательно, область с большей интенсивностью (центр поперечного сечения) распространяется быстрее, нежели периферийные области, где интенсивность мала. Данная картина исключает явление самофокусировки.

Необходимым условием возможности возбуждения электромагнитных видеосолитонов и бризеров в сегнетоэлектриках является наличие в них незаторможенной мягкой моды. При приближении к точке фазового перехода второго рода частота мягкой моды стремится к нулю, в то время как релаксационный параметр γ практически не изменяется. В непосредственной окрестности температуры Кюри в сегнетоэлектриках типа KDP мягкие моды, как правило, переторможены [20]. Поэтому здесь не представляется возможным наблюдение электромагнитных солитонов. Гораздо чаще незаторможенная мягкая мода в окрестности точки Кюри наблюдается в сегнетоэлектриках типа смещения [17,20]. Поэтому в этих сегнетоэлектриках условия более благоприятны для возбуждения в них солитонов и бризеров. Результаты соответствующих исследований предполагается опубликовать отдельно.

Численные эксперименты, проведенные авторами работы [8], показали, что уединенные видеоимпульсы, взаимодействующие с двухуровневой средой, обладают солитонными свойствами уже при $\omega_0\tau_p \simeq 3$, где ω_0 — частота активного квантового перехода. В связи с этим есть основания предполагать справедливость подобного вывода и в рассмотренной здесь задаче. Тогда левая часть неравенства (24) может быть несколько смягчена и представлена в виде $\omega_\pm \gtrsim 3\tau_p^{-1}$. В этом случае уединенные видеоимпульсы должны обладать свойством упругого взаимодействия с себе подобными.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-02-15090).

Список литературы

[1] Auston D.H., Cheung K.P., Valdmanis J.A., Kleinman D.A. Phys. Rev. lett. **53**, *16*, 1555 (1984).
[2] Darrow J.T., Hu B.B., Zhang X.C., Auston D.H. Opt. Lett. **15**, 323 (1990).
[3] Беленов Э.М., Крюков П.Г., Назаркин А.В., Ораевский А.Н., Усков А.В. Письма в ЖЭТФ **47**, *9*, 442 (1988).
[4] Беленов Э.М., Назаркин А.В. Письма в ЖЭТФ **51**, *5*, 252 (1990).
[5] Сазонов С.В. Письма в ЖЭТФ **53**, *8*, 400 (1991).
[6] Азаренков А.Н., Альтшулер Г.Б., Козлов С.А. Опт. и спектр. **71**, *2*, 334 (1991).
[7] Маймистов А.И., Елютин С.О. Опт. и спектр. **70**, *1*, 101 (1991).
[8] Беленов Э.М., Назаркин А.В., Ущаповский В.А. ЖЭТФ **100**, *3(9)*, 762 (1991).
[9] Ведерко А.В., Дубровская О.Б., Марченко В.Ф., Сухоруков А.П. Вестн. МГУ. Сер. 3, Физика, астрономия **33**, *3*, 4 (1992).
[10] Дубровская О.Б., Сухоруков А.П. Изв. РАН. Сер. физ. **56**, *12*, 184 (1992).
[11] Сазонов С.В., Трифонов Е.В. ЖЭТФ **103**, *5*, 1527 (1993).
[12] Sazonov S.V., Trifonov E.V. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **27**, *1*, L7 (1994).
[13] Sazonov S.V., Yakupova L.S. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **27**, *2*, 369 (1994).
[14] Маймистов А.И. Опт. и спектр. **76**, *4*, 636 (1994).
[15] Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М. (1978), Гл. 2.
[16] Струков Б.А., Леванюк А.П. Физические основы сегнетоэлектрических явлений. М. (1983), Гл. 9.
[17] Вакс В.Г. Введение в микроскопическую теорию сегнетоэлектриков. М. (1973).
[18] Сонин А.С., Струков Б.А. Введение в сегнетоэлектричество. М. (1970).
[19] Блинц Р., Жекш Б. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. М. (1975).
[20] Брус А., Каули Р. Структурные фазовые переходы. М. (1984).
[21] Косевич А.М., Ковалев А.С. Введение в нелинейную физическую механику. Киев (1989).
[22] Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. М. (1987).
[23] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. М. (1976), Т. 5.
[24] Львов В.С. Нелинейные спиновые волны. М. (1987).