

©1995

ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПЕРЕСКОКОВОЙ ПРОВОДИМОСТИ ДВУМЕРНЫХ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМ

В.В.Брыксин, П.Кляйнерт*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург
* Paul-Drude-Institut fuer Festkoerperelektronik, институт твердотельной электроники им. Пауля Друде, Берлин, ФРГ.
(Поступила в Редакцию 16 сентября 1994 г.)

С помощью метода эффективной среды произведен анализ частотной зависимости электропроводности двумерных систем в перескоковом режиме. Показано, что основной отличительной особенностью двумерных систем является линейное падение котангенса угла диэлектрических потерь с ростом логарифма частоты в области малых частот, когда действительная часть электропроводности не слишком сильно еще превышает свое статическое значение. Численные расчеты показали, что режим мультиплетных перескоков, для которых характерен логарифмический рост котангенса угла потерь, в двумерных системах практически отсутствует.

Одной из наиболее характерных особенностей электронного транспорта в неупорядоченных системах является сильная частотная дисперсия электропроводности [1]. Теоретические исследования этой проблемы в основном относились к случаю трехмерных систем (см., например, [1-3]). В настоящей работе рассматриваются особенности частотной зависимости прыжковой проводимости двумерных неупорядоченных систем. Исследование будем производить с помощью метода эффективной среды, разработанного в [4] для модели R -протекания (прыжков по ближайшим соседям, когда вероятность перескока зависит от расстояния между узлами). В [5] предложена модификация метода эффективной среды, описывающая R - ϵ -протекание — перескоки в условиях наличия разброса уровней энергии на узлах, приводящие для статической проводимости к закону Мотта.

Основная идея метода эффективной среды заключается в замене неупорядоченной системы некоторой правильной решеткой связей с эффективной вероятностью прыжка W , которая зависит от частоты поля ω . Электропроводность σ при этом определяется соотношением

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 N}{kT} f(1-f)L^2 W(\omega), \quad (1)$$

где N — концентрация узлов в системе, а f — вероятность заполнения узла электроном, так что произведение fN дает концентрацию носителей тока. Длина эффективного прыжка L в двумерном случае определяется соотношением $L^2 = 4/\pi N$ [4] и составляет величину порядка

среднего расстояния между узлами. Эффективная вероятность перескока $W(\omega)$, согласно [4], определяется из уравнения самосогласования (в режиме R -протекания)

$$(1 + \chi) \frac{\gamma_d N}{2} \int_0^\infty dr r^{d-1} \frac{\exp(-r^d \gamma_d N / 2d)}{\nu_{ph} \exp(-2\alpha r) + \chi W} = 1, \quad (2)$$

где γ_d — численный коэффициент, который в интересующем нас двумерном случае ($d = 2$) равен $\gamma_2 = \pi$. Вероятность прыжка между парой узлов, расположенных на расстоянии r , имеет вид $\nu_{ph} \exp(-2\alpha r)$, где α^{-1} — длина локализации.

Величина χ зависит от безразмерного параметра $x = i\omega/W$ и в случае двумерных систем определяется соотношением

$$\chi + 1 = 2 \left[1 - \frac{x}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dk_x dk_y}{x + 2 - \cos k_x - \cos k_y} \right]^{-1} = 2 \left[1 - \frac{2}{\pi} \frac{x}{4 + x} K \left(\frac{4}{4 + x} \right) \right]^{-1}. \quad (3)$$

Здесь $K(x)$ — эллиптический интеграл первого рода.

Заметим, что основные формулы теории эффективной среды (1)–(3) получены в [4] посредством довольно произвольной процедуры построения регулярной решетки связей эквивалентной упорядоченной эффективной среды (конкретно для двумерной системы это квадратная решетка). Такое дополнительное построение можно логически оправдать при рассмотрении неупорядоченных сред, которые обладают ближним порядком. Однако для систем со случайным расположением узлов введение правильной решетки связей может показаться слишком искусственной процедурой. В [6] предложен иной способ формулировки метода эффективной среды, основанный на диаграммной технике и не предполагающий процедуры построения вспомогательной решетки связей. Сравнение этих двух подходов к методу эффективной среды показало, что их результаты не отличаются качественно, а приводят лишь к различным численным коэффициентам.

В двумерном случае уравнение самосогласования (2) удобно привести к виду

$$w(1 + \chi) \int_0^1 \frac{dy}{\exp(-\kappa \sqrt{-\ln y}) + \chi w} = 1, \quad (4)$$

где введены безразмерные величины: эффективная вероятность $w = \bar{W}/\nu_{ph}$ и отношение среднего расстояния между узлами к длине локализации $\kappa = 4\alpha N^{-1/2}/\sqrt{\pi}$.

Основной характерной чертой двумерных систем является наличие логарифмической особенности параметра χ при обращении частоты ω в нуль. Согласно (3), при $\omega/W \ll 1$

$$\chi \approx 1 + \frac{i\omega}{2\pi W} \ln \left(\frac{32W}{i\omega} \right). \quad (5)$$

В этой области частот уравнение самосогласования (4) принимает сравнительно простой вид

$$W = W_c \exp \left[\frac{\kappa}{16\sqrt{\ln 2}} \frac{\omega}{W} \left(1 + \frac{2i}{\pi} \ln \left(\frac{32W}{\omega} \right) \right) \right], \quad (6)$$

где вероятность критического прыжка W_c определена соотношением

$$W_c = \nu_{ph} \exp \left(-\frac{4\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}} \alpha N^{-1/2} \right). \quad (7)$$

Микроскопический параметр W_c играет центральную роль в теории протекания и является критической вероятностью возникновения бесконечного кластера. Из (6), в частности, следует, что при $\omega = 0$ эффективная вероятность $W = W_c$, т.е. критическая вероятность определяет статическую электропроводность, так что

$$\sigma(0) = \frac{e^2 N}{kT} f(1-f) L^2 W_c. \quad (8)$$

Если ввести безразмерную электропроводность $\tilde{\sigma} = \sigma(\omega)/\sigma(0)$ и безразмерную частоту $\tilde{\omega} = \omega \kappa / (W_c 8\pi \sqrt{\ln 2})$, то соотношение (6) можно представить в виде трансцендентного уравнения для частотной зависимости проводимости в двумерных системах

$$\tilde{\sigma} \ln \tilde{\sigma} = i\tilde{\omega} \ln \left(\frac{16\alpha N^{-1/2}}{\pi\sqrt{\pi \ln 2}} \frac{\tilde{\sigma}}{i\tilde{\omega}} \right). \quad (9)$$

В низкочастотном пределе, когда $\kappa\omega/W \ll 1$, что соответствует слабому отклонению проводимости от своего статического предела, т.е. $|\tilde{\sigma} - 1| \ll 1$, из (9) получаем предельные соотношения

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \tilde{\sigma} &= 1 + \frac{2}{\pi} \tilde{\omega}, \\ \operatorname{Im} \tilde{\sigma} &= \tilde{\omega} \ln \left(\frac{16\alpha N^{-1/2}}{\tilde{\omega} \pi \sqrt{\pi \ln 2}} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Из этих соотношений следует, что в низкочастотном пределе в двумерных системах котангенс угла диэлектрических потерь зависит от частоты логарифмически

$$\operatorname{ctg} \delta = \frac{\operatorname{Im} \sigma(\omega)}{\operatorname{Re}(\sigma(\omega) - \sigma(0))} = \frac{2}{\pi} \ln \left(\frac{32W_c}{\omega} \right) \quad (11)$$

с наклоном, равным $2/\pi$ и не зависящим от величины параметра беспорядка $\alpha N^{-1/2}$. Этот закон и является основной специфической особенностью частотной зависимости электропроводности в двумерных системах при прыжковом механизме переноса.

На рис. 1 и 2 приведены результаты численных расчетов частотной зависимости действительной и мнимой частей электропроводности при различных значениях параметра беспорядка κ , рассчитанные

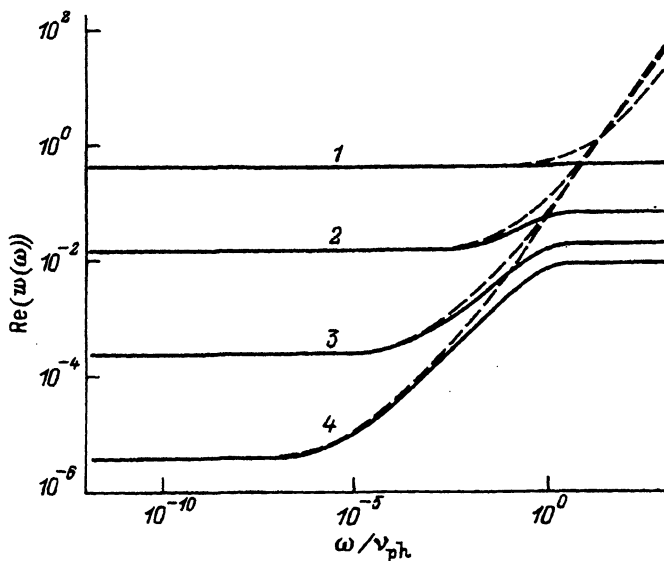


Рис. 1. Частотная зависимость действительной части эффективной вероятности перескока при различных значениях параметра κ .

κ : 1 — 1, 2 — 5, 3 — 10, 4 — 15. Штриховые линии соответствуют приближенному соотношению (9).

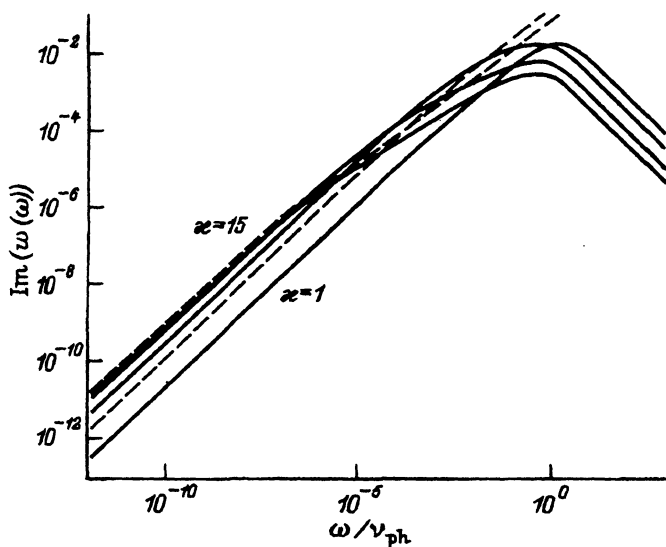


Рис. 2. Частотная зависимость мнимой части эффективной вероятности перескока при различных значениях параметра $\kappa = 1, 5, 10, 15$ (сплошные линии).

Штриховые линии соответствуют приближенному соотношению (9).

с помощью точного уравнения самосогласования (4). Здесь же для сравнения штриховой линией нанесены частотные зависимости этих величин, полученные из упрощенного соотношения (9), справедливо-го только в низкочастотной области. Из этих рисунков видно, что уравнение (9) с ростом параметра κ справедливо во все более широком интервале частот. Принципиальное различие уравнений (4) и (9) заключается в том, что приближенное соотношение (9) не описывает перехода зависимости $\text{Re } \sigma(\omega)$ на высокочастотное плато (и одновременного убывания $\text{Im } \sigma(\omega) \propto \omega^{-1}$ в этой области частот). Это означает, что соотношение (9) неприменимо в высокочастотной области, когда можно использовать двухузельную модель перескоков [1]. Именно в рамках двухузельной модели зависимость $\ln \text{Re } \sigma(\omega)$ от $\ln \omega$ имеет выпуклый характер и выходит на высокочастотное плато. Заметим, однако, что переход на высокочастотное плато происходит при столь высоких частотах, что не наблюдается на эксперименте.

На рис. 3 приведены результаты численных расчетов зависимости $\text{ctg } \delta$ от $\ln \omega$, произведенные как на основе точного соотношения (4), так и приближенного (11). Из этого рисунка видно, что наблюдается убывание $\text{ctg } \delta$ как функции $\ln \omega$ по линейному закону. По мере роста частоты спад частотной зависимости котангенса угла потерь сменяется ростом (при достаточно больших значениях κ), который, как показывает анализ уравнения (9), происходит по закону, близкому к $2 \ln \omega / \pi$, характерному для трехмерных систем в области мультиплетных перескоков [1]. Однако трехмерные системы не имеют логарифмической особенности в области малых частот, в них при $\omega \rightarrow 0$ электропроводность ведет себя как $\sigma(\omega) = \sigma(0)(1 + ia\omega + b\omega^{3/2})$ [6,8]. Поэтому в трехмерных системах в низкочастотной области наблюдается зависимость $\text{ctg } \delta \propto \omega^{-1/2}$, что отличает их от двумерных систем, описываемых полученным выше

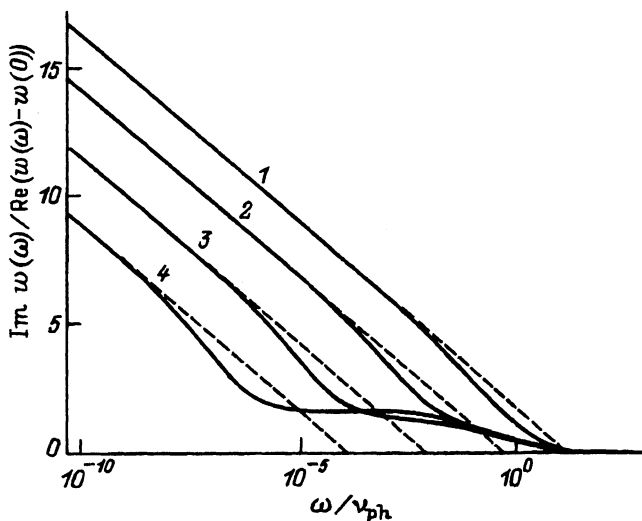


Рис. 3. Частотная зависимость котангенса угла диэлектрических потерь при различных значениях параметра κ . κ : 1 — 1, 2 — 5, 3 — 10, 4 — 15. Штрихами нанесены прямые, соответствующие приближению (11).

соотношением (11). Логарифмический рост котангенса угла потерь с частотой в трехмерных системах (аморфные окислы Ta_2O_5) наблюдался на эксперименте. В двумерных системах такой рост, как видно из рис. 3, едва ли наблюдаем, разве что в системах с очень большими значениями κ . Поэтому с экспериментальной точки зрения важным является анализ частотной зависимости котангенса угла потерь в области очень малых частот, где $\text{Re } \sigma(\omega) - \sigma(0) \leq \sigma(0)$. Это потребует тщательного измерения частотной зависимости как $\text{Re } \sigma$, так и $\text{Im } \sigma$ в области малых ω , которые до сих пор, по-видимому, не производились. Экспериментальные данные по частотной зависимости проводимости в тонких аморфных пленках [9–11] обычно интерпретируются либо в рамках двухузельной модели [12], либо с помощью полуфеноменологического соотношения $\sigma(\omega) = \sigma(0) + A\omega^s$ с $s < 1$ [13]. Хотя качественно частотная зависимость $\text{Re } \sigma$, измеренная на аморфных окислах кремния, легированных бором и фосфором, толщиной $0.7 \mu\text{m}$ [12], хорошо согласуется с теоретическим результатом на рис. 1, такое сравнение не позволяет выявить отсутствие или наличие специфики двумерной системы. Больше того, невозможно сказать, является ли эта система двумерной. С теоретической точки зрения кроссовер от трехмерной системы к двумерной происходит при толщине пленки порядка корреляционной длины бесконечного кластера в статическом пределе [1] либо конечных кластеров в мультиплетном режиме перескоков при $\omega \neq 0$ [14].

В заключение заметим, что произведенный недавно детальный анализ самосогласованного соотношения для частотной зависимости электропроводности типа (9) [3,15] (для трехмерных систем) показал его универсальность для различного типа неупорядоченных систем. Однако в трехмерных системах, где отсутствует логарифмическая частотная особенность, соотношение типа (9) сильно упрощается и имеет вид $\tilde{\sigma} \ln \tilde{\sigma} = i\tilde{\omega}$.

Список литературы

- [1] Boettger H., Bryksin V.V. Hopping conduction in solids. Berlin (1985).
- [2] Dyre J.C. J. Non-Cryst. Sol. **135**, 2, 219 (1991).
- [3] Macdonald J.R. Phys. Rev. **B 49**, 14, 9428 (1994).
- [4] Брыксин В.В. ФТТ **22**, 8, 2441 (1980).
- [5] Movaghar B., Pohlmann B., Sauer G.W. Phys. Stat. Sol. (b) **97**, 2, 533 (1980).
- [6] Брыксин В.В. ФТТ **26**, 5, 1362 (1984).
- [7] Брыксин В.В., Дьяконов М.Н., Муждаба В.М., Ханин С.Д. ФТТ-5, 1516 (1981).
- [8] Haus J.W., Kehr K.W. Phys. Rep. **150**, 4, 263 (1987).
- [9] Lunkenheimer P., Loidl A., Ottermann C.R., Bange K. Phys. Rev. **B 44**, 11, 5927 (1991).
- [10] Aleshin A.N., Guk E.G., Kobryanskii V.M., Marickin V.A., Myasnikova L.P. Phil. Mag. **B 65**, 4, 789 (1992).
- [11] Grasso V., Giorgianni U., Neri F., Trusso S. Thin Solid Films. **209**, 1, 97 (1992).
- [12] Pollak M., Geballe T.M. Phys. Rev. **122**, 6, 1742 (1961).
- [13] Summerfield S., Butcher P.N. J. Phys. C **15**, 34, 7003 (1982).
- [14] Boettger H., Bryksin V.V., Yashin G.Yu. J. Phys. C **12**, 19, 3951 (1979).
- [15] Dyre J.C. Phys. Rev. **B 47**, 14, 9128 (1993).