1995 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 37, № 7
1995 SOLID STATE PHYSICS Vol. 37, N 7

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДОМЕННЫХ ГРАНИЦ В ФЕРРИМАГНЕТИКАХ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.С.Герасимчук, А.Л.Сукстанский

Донецкий физико-технический институт Академии наук Украины
340114, Донецк, Украина
(Поступила в Редакцию 17 ноября 1994 г.)

Рассмотрена динамика 180° доменной границы в двухподрешеточном ферримагнетике с неэквивалентными магнитными подрешетками во внешнем осциллирующем магнитном поле. Получены уравнения для скорости границы в полях различной поляризации, обобщающие известные ранее выражения, характерные для одноподрешеточного ферромагнетика и двухподрешеточного скомпенсированного антиферромагнетика.

Исследованию динамики нелинейных волн намагниченности в первую очередь доменных границ (ДГ) в различных типах магнитоупорядоченных кристаллов посвящено огромное число теоретических и экспериментальных работ. При этом основное внимание уделяется изучению двух типов магнетиков: одноподрешеточным ферромагнетикам и двухподрешеточным скомпенсированным антиферромагнетикам и слабым ферромагнетикам (см., например, [1–5]). В частности, достаточно подробно изучены основные типы движения ДГ: поступательное движение в постоянном внешнем магнитном поле, колебательный режим движения и дрейф ДГ в осциллирующем внешнем поле.

Существует еще один важный класс магнетиков — ферримагнетики, (или ферриты), к которым относятся магнетики с несколькими неэквивалентными магнитными подрешетками. Практически все неметаллические магнетики со спонтанным магнитным моментом чисто обменного происхождения являются ферритами.

Сильное обменное взаимодействие между подрешетками обусловливает возможность теоретического рассмотрения феррита как некоторого эффективного ферромагнетика, что обычно и используется при интерпретации экспериментов по динамике крупномасштабных магнитных неоднородностей (ДГ, ЦМД и т.д.). При этом предполагается, что модуль вектора результирующей намагниченности $M_s = |\mathbf{M}_s| = |\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \ldots|$ является фиксированной величиной (здесь $\mathbf{M}_i$ — векторы намагниченности подрешеток). Однако, как показано в [16], подобное представление имеет ограниченные рамки применимости: в тех случаях, когда, например, в двухподрешеточном феррите модули векторов намагниченности подрешеток отличаются незначительно ($|M_1 - M_2| \ll M_{1,2}$), представление феррита как эффективного ферромагнетика становится неадекватным. В частности, оно заведомо неприемлемо вблизи точки компенсации феррита, при подходе к которой $M_1 \to M_2$ и $M_3 \to 0$.

Наиболее адекватная теория динамических свойств двухподрешеточных ферритов была предложена в [6]. При этом был получен критерий применимости модели эффективного ферромагнетика

$$\nu = \frac{|M_1 - M_2|}{M_{1,2}} \gg \left(\frac{\beta}{\delta}\right)^{1/2} \sim 10^{-2} - 10^{-1}, \qquad (1)$$

где β и δ — константы анизотропии и однородного межподрешеточного взаимодействия соответственно. Если критерий (1) выполнен, то модель эффективного ферромагнетика является вполне адекватной. В противоположном случае, когда величина ν достаточно мала, динамические свойства магнетика близки к свойствам антиферромагнетиков и существенно отличаются от свойств ферромагнитных кристаллов.

В [6] было также изучено движение ДГ в ферритах в постоянном внешнем магнитном поле. В настоящей работе рассмотрен иной, колебательный, режим движения ДГ в ферритах в переменном внешнем магнитном поле. Аналогичная задача для слабых ферромагнетиков рассматривалась в [7], а в [8] отмечена возможность вынужденного движения ДГ под действием внешнего переменного магнитного поля в антиферромагнетиках.

Согласно [6], макроскопическая динамика двухподрешеточного феррита может быть описана на основе эффективной функции Лагранжа L, записанной в терминах единичного вектора антиферромагнетизма l, $l^2 = 1$. Если этот единичный вектор параметризовать двумя угловыми переменными θ и φ, такими что

$$l_z + il_x = \sin\theta \exp(i\varphi), \quad l_y = \cos\theta, \qquad (2)$$

то эффективная функция Лагранжа для феррита с ромбической магнитной анизотропией, обобщающая [6] на случай наличия внешнего магнитного поля, может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} L\{\theta,\varphi\} = M_0^2 \Bigg\{ & \frac{\alpha}{2c^2}\left(\dot\theta^2 + \sin^2\theta\dot\varphi^2\right) - \frac{\alpha}{2}\left[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2\right] - \\ & - \frac{\beta_1}{2}\sin^2\theta\sin^2\varphi - \frac{\beta_2}{2}\cos^2\theta + \frac{\nu}{gM_0}\dot\varphi(1-\cos\theta) + \\ & + 2\nu\Big[h_x\sin\theta\sin\varphi + h_y\cos\theta + h_z\sin\theta\cos\varphi\Big] + \\ & + \frac{4}{\delta g M_0}\Big[h_x\left(\dot\varphi\sin\theta\cos\theta\sin\varphi - \dot\theta\cos\varphi\right) + h_z\left(\dot\varphi\sin\theta\cos\theta\cos\varphi + \dot\theta\sin\varphi\right) - \\ & - h_y\left(\dot\varphi\sin^2\theta\right)\Big] - \frac{2}{\delta}\Big(h_x\sin\theta\sin\varphi + h_y\cos\theta + h_z\sin\theta\cos\varphi\Big)^2\Bigg\}, \end{aligned} \qquad (3)$$

где $M_0^2 = \frac{1}{2}\left(M_1^2 + M_2^2\right)$, g — гиромагнитное отношение, α — константа неоднородного обменного взаимодействия, $c = gM_0(\alpha\delta)^{1/2}/2$ — характерная скорость, $h = H/M_0$, $H = H(t)$ — внешнее магнитное поле, β_1, β_2 — константы анизотропии, а точка обозначает дифференцирование по времени.

Динамическое торможение ДГ, обусловленное различными релаксационными процессами, учитывается с помощью диссипативной функции Q.

$$Q = \frac{\lambda M_0}{2g}\dot{l}^2 = \frac{\lambda M_0}{2g}\left(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta\dot{\varphi}^2\right), \tag{4}$$

где λ — релаксационная константа.

Уравнения движения для угловых переменных θ и φ с учетом релаксационных слагаемых имеют вид

$$\alpha\left(\Delta\theta - \frac{1}{c^2}\ddot{\theta}\right) + \sin\theta\cos\theta\left[\alpha\left(\frac{1}{c^2}\dot{\varphi}^2 - (\nabla\varphi)^2\right) - \beta_1\sin^2\varphi + \beta_2\right] +$$

$$+ \frac{\nu}{gM_0}\dot{\varphi}\sin\theta + 2\nu\Big(h_x\cos\theta\sin\varphi - h_y\sin\theta + h_z\cos\theta\cos\varphi\Big) - \frac{4}{\delta}\Big(h_y\cos\theta +$$

$$+h_x\sin\theta\sin\varphi + h_z\sin\theta\cos\varphi\Big)\Big(h_x\cos\theta\sin\varphi - h_y\sin\theta + h_z\cos\theta\cos\varphi\Big) + \frac{4}{\delta g M_0}\times$$

$$\times\left[\dot{h}_x\cos\varphi - \dot{h}_z\sin\varphi - 2\dot{\varphi}\sin^2\theta(h_x\sin\varphi + h_z\cos\varphi) - h_y\dot{\varphi}\sin 2\theta\right] = \frac{\lambda}{gM_0}\dot{\theta}, \tag{5}$$

$$\alpha\nabla\Big(\sin^2\theta(\nabla\varphi)\Big) - \frac{\alpha}{c^2}\Big(\sin^2\theta\dot{\varphi}\Big)^{\cdot} - \beta_1\sin^2\theta\sin\varphi\cos\varphi - \frac{\nu}{gM_0}\dot{\theta}\sin\theta +$$

$$+ 2\nu\Big(h_x\sin\theta\cos\varphi - h_z\sin\theta\sin\varphi\Big) + \frac{4}{\delta g M_0}\left[-\frac{1}{2}\sin 2\theta\Big(\dot{h}_x\sin\varphi + \dot{h}_z\cos\varphi\Big) +\right.$$

$$\left. + 2\dot{\theta}\sin^2\theta\Big(h_x\sin\varphi + h_z\cos\varphi\Big) + \dot{h}_y\sin^2\theta + h_y\dot{\theta}\sin 2\theta\right] - \frac{4}{\delta}\Big(h_y\cos\theta +$$

$$+ h_x\sin\theta\sin\varphi + h_z\sin\theta\cos\varphi\Big)\Big(h_x\cos\varphi - h_z\sin\varphi\Big)\sin\theta = \frac{\lambda}{gM_0}\dot{\varphi}\sin^2\theta. \tag{6}$$

Как отмечалось в [6], уравнения динамики феррита (5), (6) обобщают соответствующие уравнения для одноподрешеточного ферромагнетика и для двухподрешеточного антиферромагнетика. В случае $M_1 = M_2$, т.е. $M_s = 0$, система (5), (6) сводится к уравнениям, описывающим динамику антиферромагнетиков [3,9]. Если же пренебречь неколлинеарностью подрешеток (формально в пределе $\delta \to \infty$ или $c^2 \to \infty$), уравнения (5), (6) трансформируются в хорошо известные уравнения Ландау–Лифшица для одноподрешеточного ферромагнетика с намагниченностью $M = M_0 l$. Таким образом, изучая различные решения уравнений (5), (6), можно говорить об «антиферромагнитном» ($\nu \to 0$) и о «ферромагнитном» ($\delta \to \infty$) пределах.

Если $\beta_1, \beta_2 > 0$, то в отсутствие внешнего магнитного поля вектор l в основном однородном состоянии коллинеарен оси X. При этом в магнетике могут существовать два типа 180° ДГ: в одном из них вектор l вращается в плоскости XZ, а в другом — в плоскости XY. Если $\beta_2 > \beta_1 > 0$, то устойчивой является ДГ, в которой вектор l вращается в плоскости XZ [6]. Этой ДГ отвечает $\theta = \theta_0 = \pi/2$, а угловая переменная $\varphi = \varphi_0(y)$ удовлетворяет уравнению

$$\alpha\varphi_0'' - \beta_1 \sin\varphi_0 \cos\varphi_0 = 0. \tag{7}$$

Мы предполагаем, что распределение намагниченности в ДГ неоднородно вдоль оси Y; штрих обозначает дифференцирование по этой координате. Статическая 180° ДГ, в которой функция $\varphi_0(y)$ удовлетворяет граничным условиям $\varphi_0(-\infty) = 0$, $\varphi_0(+\infty) = \pi$, $\varphi_0'(\pm\infty) = 0$, описывается соотношениями

$$\varphi_0' = \frac{1}{y_0}\sin\varphi_0 = \frac{1}{y_0}\operatorname{sech}\left(\frac{y}{y_0}\right), \quad \cos\varphi_0(y) = -\operatorname{th}\left(\frac{y}{y_0}\right), \tag{8}$$

где $y_0 = (\alpha/\beta_1)^{1/2}$ — толщина границы.

Перейдем теперь к рассмотрению решения уравнений движения во внешнем магнитном поле.

В постоянном поле определенной ориентации (в нашем случае вдоль оси Z) ДГ движется с постоянной скоростью, которая определяется балансом магнитного давления, действующего на ДГ, и динамического торможения. В осциллирующем поле граница колеблется с частотой поля, она также может дрейфовать с некоторой определенной скоростью (см., например, [10]), однако анализ дрейфа ДГ выходит за рамки настоящей работы. Кроме того, поле искажает форму ДГ.

Для анализа динамики ДГ введем коллективную переменную $Y(t)$, имеющую смысл координаты ДГ в момент времени t, и будем искать решение уравнений (5), (6) в виде

$$\theta = \pi/2 + \vartheta(\xi, t), \quad \varphi = \varphi_0(\xi) + \psi(\xi, t), \tag{9}$$

где $\xi = y - Y(t)$. Функция $\varphi_0(\xi)$ описывает движение неискаженной ДГ (структура $\varphi_0(\xi)$ такая же, как и функция $\varphi_0(y)$ в статическом решении (8)), а мгновенная скорость ДГ $V(t)$ определяется производной $V(t) = \dot{Y}(t)$.

Предполагая, что амплитуда внешнего поля достаточно мала, функции $\vartheta(\xi, t)$ и $\psi(\xi, t)$, описывающие искажение формы ДГ, а также скорость $V(t)$ будем искать в виде рядов по степеням амплитуды поля, учитывая, что нас интересует только вынужденное движение ДГ

$$\begin{gathered}\vartheta(\xi, t) = \vartheta_1(\xi, t) + \vartheta_2(\xi, t) + \dots, \\ \psi(\xi, t) = \psi_1(\xi, t) + \psi_2(\xi, t) + \dots, \\ V = V_1 + V_2 + \dots .\end{gathered} \tag{10}$$

где индексы $n = 1, 2, \dots$ обозначают порядок малости величины по отношению к амплитуде поля, ϑ_n, ψ_n, $V_n \sim h^n$.

Подставим разложения (10) в уравнения (5), (6) и разделим члены различного порядка малости. Очевидно, что в нулевом приближении мы получим уравнение (7), описывающее покоящуюся ДГ.

Уравнения первого приближения можно записать в виде

$$\left(\hat{L}+\sigma+\frac{1}{\omega_1^2}\frac{d^2}{dt^2}+\frac{\omega_r}{\omega_1^2}\frac{d}{dt}\right)\vartheta_1-\frac{\omega_\nu}{\omega_1^2}\frac{d\psi_1}{dt}=-\frac{\omega_\nu}{\omega_1^2}\frac{V_1}{y_0}\sin\varphi_0+$$

$$+\frac{gM_0}{\omega_1^2}\left(\dot{h}_x\cos\varphi_0-\dot{h}_z\sin\varphi_0\right)-\frac{2\nu}{\beta_1}h_y, \tag{11}$$

$$\left(\hat{L}+\frac{1}{\omega_1^2}\frac{d^2}{dt^2}+\frac{\omega_r}{\omega_1^2}\frac{d}{dt}\right)\psi_1+\frac{\omega_\nu}{\omega_1^2}\frac{d\vartheta_1}{dt}=\frac{\dot{V}_1+V_1\omega_r}{y_0\omega_1^2}\sin\varphi_0+$$

$$+\frac{gM_0}{\omega_1^2}\dot{h}_y+\frac{2\nu}{\beta_1}\left(h_x\cos\varphi_0-h_z\sin\varphi_0\right), \tag{12}$$

где $\omega_1=c/y_0=gM_0(\beta_1\delta)^{1/2}/2$ — частота активации нижней ветви спиновых волн (в магнетике без ДГ), $\omega_r=\lambda\delta gM_0/4$ — характерная релаксационная частота, $\omega_\nu=\nu\delta gM_0/4$, $\sigma=(\beta_2-\beta_1)/\beta_1$.

Оператор $\hat{L}$ имеет вид оператора Шредингера с безотражательным потенциалом

$$\hat{L}=-y_0^2\frac{d^2}{d\xi^2}+1-\frac{2}{\operatorname{ch}^2(\xi/y_0)}. \tag{13}$$

Спектр и волновые функции оператора $\hat{L}$ (13) хорошо известны. Он обладает одним дискретным уровнем $\lambda_0=0$, соответствующим локализованной волновой функции

$$f_0(\xi)=\frac{1}{(2y_0)^{1/2}\operatorname{ch}(\xi/y_0)}, \tag{14}$$

а также непрерывным спектром $\lambda_k=1+k^2y_0^2$, которому отвечают собственные функции

$$f_k(\xi)=\frac{1}{b_kL^{1/2}}\left(\operatorname{th}\frac{\xi}{y_0}-iky_0\right)e^{ik\xi}, \tag{15}$$

где $b_k=\left(1+k^2y_0^2\right)^{1/2}$, L — длина кристалла.

Совокупность функций $\{f_0,f_k\}$ образует полный ортонормированный набор, и поэтому естественно искать решение уравнений первого приближения (11), (12) в виде разложения по этому набору

$$\vartheta_1(\xi,t)=\operatorname{Re}\left\{\left[\sum_k c_kf_k(\xi)+c_0f_0(\xi)\right]e^{i\omega t}\right\}, \tag{16}$$

$$\psi_1(\xi,t)=\operatorname{Re}\left\{\left[\sum_k d_kf_k(\xi)+d_0f_0(\xi)\right]e^{i\omega t}\right\}. \tag{17}$$

Здесь следует сделать одно важное замечание. Уравнения первого приближения (11), (12) описывают возбуждение линейных спиновых волн на фоне ДГ. При этом последнее слагаемое в разложении $\psi_1(\xi, t)$ описывает движение ДГ как целого. Однако соответствующая степень свободы уже учтена с помощью коллективной координаты $Y(t)$ в определении переменной ξ. Поэтому голдстоуновская мода в разложении (17) должна быть опущена, т.е. мы должны положить $d_0 = 0$ (см. детальное обсуждение этого вопроса в монографии [11]).

Коэффициенты c_k, c_0 и d_k в разложениях (16), (17) находятся стандартным образом путем умножения правых частей уравнений (11), (12) на f_k^* и f_0^* и интегрирования по переменной ξ.

Для монохроматического поля частоты ω $h = h_0 \cos\omega t$ из уравнений (11), (12) получаем

$$\vartheta_1(\xi, t) = 2\,\mathrm{Re}\Big\{a_1(t)\sin\varphi_0(\xi) + a_2(t)\cos\varphi_0(\xi) + a_3(t)G_1(\xi)\Big\},$$

$$\psi_1(\xi, t) = 2\,\mathrm{Re}\Big\{a_4(t)\cos\varphi_0(\xi) + a_5(t)G_2(\xi)\Big\}. \tag{18}$$

Здесь введены обозначения

$$a_1(t) = \frac{i\omega g M_0}{\omega_1^2} r_1 h_z(t) - \frac{\pi\nu}{2\beta_1} r_3 h_y(t), \quad a_2(t) = \frac{i\omega g M_0}{\omega_1^2} r_2 h_x(t),$$

$$a_3(t) = -\frac{\nu}{\beta_1} h_y(t), \quad a_4(t) = \frac{\nu}{\beta_1} r_4 h_x(t), \quad a_5(t) = \frac{i\omega g M_0}{\omega_1^2} h_y(t),$$

$$r_1 = \frac{Q - 2\varkappa}{2[Q(\sigma - Q) + \varkappa Q_1]}, \quad r_2 = \frac{1 - Q + 2\varkappa}{2[(1-Q)(1+\sigma-Q) - \varkappa Q_1]},$$

$$r_3 = \frac{2Q - Q_1}{2[Q(\sigma - Q) + \varkappa Q_1]}, \quad r_4 = \frac{2(1+\sigma-Q) + Q_1}{2[(1-Q)(1+\sigma-Q) - \varkappa Q_1]},$$

$$G_1(\xi) = \frac{y_0}{2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{[\mathrm{th}(\xi/y_0)\sin k\xi - k y_0 \cos k\xi](\lambda_k - Q + Q_1/2)}{\lambda_k[(\lambda_k - Q)(\lambda_k + \sigma - Q) - \varkappa Q_1]\,\mathrm{sh}\left(\frac{\pi k y_0}{2}\right)},$$

$$G_2(\xi) = \frac{y_0}{4}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{[\mathrm{th}(\xi/y_0)\sin k\xi - k y_0 \cos k\xi](\lambda_k + \sigma - Q + 2\varkappa)}{\lambda_k[(\lambda_k - Q)(\lambda_k + \sigma - Q) - \varkappa Q_1]\,\mathrm{sh}\left(\frac{\pi k y_0}{2}\right)},$$

где

$$Q = Q_1 = iQ_2, \quad Q_1 = (\omega/\omega_1)^2, \quad Q_2 = (\omega\omega_r/\omega_1^2), \quad \varkappa = \frac{\delta\nu^2}{4\beta_1}.$$

Из соотношений (18) следует, что компоненты внешнего поля h_x и h_z возбуждают только объемные колебания с $k = 0$, в то время как наличие компоненты h_y дает возможность объемных спиновых волн с $k \neq 0$.

В свою очередь условие отсутствия голдстоуновской моды в разложении (17) приводит к требованию ортогональности правой части уравнения (12) к функции f_0, что и определяет искомое уравнение для скорости ДГ $V_1(t)$ в линейном по полю приближении

$$(\sigma - Q + \varkappa)\dot{V}_1 + \omega_r(\sigma - Q)V_1 = \frac{\nu y_0 h_z(t)}{\beta_1}\left[2(\sigma - Q)\omega_1^2 + \omega^2\right] - \\ - \frac{\pi y_0 g M_0 \dot{h}_y(t)}{2}\left(\sigma - Q + 2\varkappa\right). \quad (19)$$

Легко видеть, что уравнение (19) обобщает соответствующие выражения для одноподрешеточного ферромагнетика и двухподрешеточного антиферромагнетика. Действительно, в ферромагнитном пределе (19) сводится к виду

$$\dot{V}_1 + \lambda\sigma\omega_0 V_1 = \frac{2\sigma y_0}{\beta_1}h_z(t) - \frac{\pi y_0 \omega_0}{\beta_1}\dot{h}_y(t), \quad \omega_0 = \beta_1 g M_0, \quad (20)$$

что с точностью до обозначений совпадает с соответствующим результатом работ [1,2]. В антиферромагнитном пределе из уравнения (19) получаем

$$\dot{V}_1 + \omega_r V_1 = -\frac{\pi y_0 g M_0}{2}\dot{h}_y(y), \quad (21)$$

что совпадает с аналогичным уравнением, полученным в [8] (см. также [10], в пренебрежении взаимодействием Дзялошинского).

Решение уравнения (19) может быть представлено в виде

$$V_1(t) = 2\omega y_0 \operatorname{Im}\left\{\frac{\nu}{\beta_1}h_z(t)r_5 - \frac{\pi}{2}a_5(t)r_6\right\}, \quad (22)$$

где

$$r_5 = \frac{2(\sigma - Q) + Q_1}{2[Q(\sigma - Q) + \varkappa Q_1]}, \quad r_6 = \frac{\sigma - Q + 2\varkappa}{2[Q(\sigma - Q) + \varkappa Q_1]}.$$

В ферромагнитном пределе скорость колебаний ДГ может быть записана в виде

$$V_1(t) = \frac{y_0\omega_0}{\beta_1}\left\{\left(\frac{\pi\omega h_{oy}}{\omega^2 + (\lambda\sigma\omega_0)^2}\right)\left[\lambda\omega_0\sigma\sin\omega t - \omega\cos\omega t\right] + \right. \\ \left. + \left(\frac{2h_{0z}}{\omega^2 + (\lambda\sigma\omega_0)^2}\right)\left[\lambda\left(\omega^2 + \sigma^2\omega_0^2\right)\cos\omega t + \omega\omega_0\sin\omega t\right]\right\}. \quad (23)$$

В антиферромагнитном пределе из выражения (22) получаем

$$V_1(t) = \frac{\pi y_0 g M_0 \omega}{2(\omega^2 + \omega_r^2)}h_{0y}(\omega_r\sin\omega t - \omega\cos\omega t). \quad (24)$$

Отметим, что при $\nu \neq 0$ колебания ДГ возбуждаются составляющими внешнего поля h_y и h_z, но в точке компенсации ($\nu = 0$) колебания обусловлены только составляющей h_y.

Работа частично финансирована грантом № 2.3/670 ГКНТ Украины.

Список литературы

[1] Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М. (1982).
[2] Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М. (1977).
[3] Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. Киев (1988).
[4] Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А., Сукстанский А.Л. ЖЭТФ **78**, 15 (1980).
[5] Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А., Четкин М.В. УФН **146**, 417 (1985).
[6] Иванов Б.А., Сукстанский Ф.Л. ЖЭТФ **84**, 370 (1983).
[7] Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А. Письма в ЖЭТФ **37**, 35 (1983).
[8] Барьяхтар В.Г., Иванов Б.А. ФНТ **12**, 551 (1987).
[9] Барьяхтар И.В., Иванов Б.А. ФНТ **5**, 759 (1979).
[10] Герасимчук В.С., Сукстанский А.Л. ЖЭТФ **103**, 151 (1993).
[11] Раджаранан Р. Солитоны и инстанстоны в квантовой теории поля. М. (1985).