УДК 537.312.62

ТЕРМОДИНАМИКА СВЕРХПРОВОДНИКА С ОСОБЫМИ ТОЧКАМИ НА ПОВЕРХНОСТИ ФЕРМИ

Н.В.Щедрина, М.И.Щедрин

Институт инженеров водного транспорта,
603600, Нижний Новгород, Россия
(Поступила в Редакцию 19 октября 1994 г.)

Рассмотрен вопрос о влиянии особых точек в энергетическом спектре носителей заряда, приводящих к сингулярностям в плотности состояний, на термодинамические параметры сверхпроводника. Получены выражения для температуры перехода, щели, скачка теплоемкости и критического термодинамического магнитного поля в окрестности точки перехода. Их поведение отличается от классических зависимостей теории БКШ. Наличие сингулярностей обеспечивает существование высоких температур перехода: порядка величины энергетического интервала, где имеет место взаимодействие носителей заряда. Обнаружено изменение температурного поведения ряда коэффициентов при переходе от логарифмической к степенной сингулярности в плотности состояний. В рамках рассматриваемой модели обсуждаются экспериментальные данные по скачку теплоемкости в ВТСП. Высказано предположение, что указанная в работе инверсия температурной зависимости может служить критерием для определения характера сингулярности на поверхности Ферми, а также размерности задачи.

Специфической чертой традиционной теории БКШ является асимптотический характер оценок большинства основных интегралов в фазовом пространстве [1–3]. Это есть прямое следствие гладкости поверхности Ферми (ПФ), когда плотность состояний (ПС) исходных, затравочных носителей заряда распределена достаточно равномерно, и поэтому большинство параметров, характеризующих сверхпроводящее состояние, определяется в основном шириной области порядка ω_0, где имеет место притяжение. Такая ситуация типична, например, для изотропного квадратичного энергетического спектра носителей заряда. Однако из эксперимента хорошо известно, что в большинстве своем сверхпроводники (СП) обладают анизотропными ПФ [2–4]; это еще в более значительной степени относится к высокотемпературным СП (ВТСП). При этом особый интерес представляют такие СП, у которых в отдельных областях на ПФ наблюдается резкое увеличение ПС. Подобное положение может иметь место в окрестности так называемых точек ван-Хова–Лифшица [3], где конфигурация ПФ имеет топологическую аномалию (примером может служить седловая точка). Наличие таких точек оказывает существенное воздействие на физические свойства многих кристаллов и является предметом пристального внимания [5–10]. Для различных классов ВТСП известно уже достаточно много работ, посвященных расчету ПФ. Все они так или иначе подтверждают наличие топологических особенностей [11–14]. По-видимому, реальную ПФ довольно трудно описать каким-либо единым аналитическим выражением, можно лишь предложить достаточно простые приближения в окрестности самих сингулярных точек. Отметим, что для расчета собственно термодинамических свойств фактически важна только ПС, а не сам вид энергетического спектра, порождающего сингулярную ПС.

В математическом плане существование особенностей в ПС делает неприменимыми многие стандартные приближения, используемые в теории БКШ [1–3] (в частности, теперь не оправдано вынесение ПС за знак интеграла). Наличие сингулярностей в ПС дает возможность получить основной вклад в характерные интегралы теории сверхпроводимости не за счет асимптотических оценок, в которых ω_0 оказывается большим параметром (во всяком случае по отношению к температуре перехода T_c), а за счет большой ПС в достаточно узком энергетическом интервале, так что великости ω_0 при этом не требуется. Это обстоятельство очень существенно, поскольку означает, что такие безразмерные параметры, как например ω_0/T_0 и ω_0/Δ_0, могут быть порядка единицы (Δ_0 — величина СП-щели при $T=0$). В настоящей работе получены новые решения основного уравнения самосогласования, определяющего наличие СП-фазы. Эти решения возникают именно из-за существования особых точек на ПФ, приводящих к сингулярности в ПС $N(\xi)$. В качестве примеров рассмотрены ситуации, когда сингулярность в $N(\xi)$ вблизи особой точки имеет логарифмическую либо корневую (или вообще степенную) особенность. В первом случае энергетический спектр вблизи особой точки на ПФ имеет двумерный ($2D$) характер, во втором — одномерный ($1D$). Получены выражения для T_c, $\Delta(T)$, скачка теплоемкости в точке перехода ΔC, термодинамического критического поля $H_c(T)$. В рамках рассматриваемой модели обсуждаются некоторые имеющиеся в литературе экспериментальные результаты.

1. Будем исходить из основного уравнения самосогласования, определяющего наличие СП-фазы [1,2],

$$2gT\sum_{\omega_\nu>0}\int\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\frac{1}{\omega_s^2+\Delta^2+\xi^2}=2gT\sum_{\omega_s>0}\int\frac{N(\xi)d\xi}{\xi^2+\Delta^2+\omega_s^2}=1,$$

$$\xi(\mathbf{k})=\varepsilon_k-\mu,\quad \omega_s=(2s+1)\pi T. \tag{1}$$

Как и в теории БКШ, рассматривается простейший случай с постоянной константой g и в предположении независимости щели от $\mathbf{k}$. Тогда в (1) можно явно ввести ПС $N(\xi)=\int d\mathbf{k}/(2\pi)^3\delta(\xi-\varepsilon_k)$. Уравнение (1) в общем случае определяет температурную зависимость щели $\Delta(T)$ во всем температурном интервале ее существования. Точка перехода T_c определяется тем же соотношением при $\Delta=0$. К этому уравнению необходимо сделать дополнения, а именно задать область, где затравочная константа взаимодействия $g\neq 0$, а также способ введения этой области в (1). Следует отметить, что этот вопрос уже обсуждался в литературе. В частности, в известной монографии [2] (гл. 21) указывается на то, что ограничение области суммирования в (1) является, «строго говоря, более правильным, чем ограничение ξ». В рамках приближений традиционной теории БКШ с изотропным квадратичным спектром электронов переброс операции ограничения с интеграла по ξ на сумму вообще не отражается на результате. Это следует из равенства $2gTN_0\sum(\pi/\omega_s) = N_0\ln(2\gamma_0\omega_0/\pi T)$, где суммирование по частотам производится в пределах от πT до ω_0, $\ln\gamma_0 = C$ — постоянная Эйлера, $N_0 = mk_F/2\pi^2$ — ПС на ПФ. Здесь используется асимптотическая формула [15]

$$\sum_{s=1}^{n}(2s-1)^{-1} \to (1/2)\ln(2\gamma_0 n).$$

В [7,8] была сделана попытка учета логарифмической сингулярности в ПС при расчете T_c с использованием обрезания интеграла по ξ. Результаты определенно указывают на сильное воздействие этой сингулярности на рост T_c. Однако при таком подходе этот вопрос требует дальнейшего исследования, поскольку при расчете (1) возникают дважды логарифмические поправки по параметру ω_0/ξ. Обрезание суммы дает определенное преимущество в том смысле, что сразу видно соотношение между параметрами πT и ω_0. Поскольку основной физический смысл, лежащий в основе уравнения (1), — существование СП-состояния, а это в принципе может иметь место для любого способа ограничения, то выбор этой операции, возможно, должен диктоваться экспериментом, а не навязываться методом расчета. Полученные здесь результаты относятся к случаю обрезания суммы.

Таким образом, в (1) предполагается, что пределы интегрирования по ξ определяются той областью, где $N(\xi)$ отлична от нуля (фактически по всей зоне проводимости шириной W), а сумма ограничена сверху величиной ω_0. Не предполагается конкретного механизма спаривания, однако далее используются для оценок значения характерных дебаевских частот для ВТСП. Сразу видно, что для несингулярных ПФ, когда с хорошей точностью $N = \mathrm{const}$, конечная сумма в (1) при $\Delta = 0$ вообще не зависит от температуры и решения для T_c нет. Как отмечалось выше, решение в таком случае должно пониматься только в асимптотическом смысле, когда число членов ряда стремится к бесконечности. Поэтому здесь явно проявляется важное значение сингулярности $N(\xi)$, в результате чего даже конечная сумма в (1) может привести к возникновению нового решения. При $\pi T > \omega_0$ нет ни одного слагаемого; это означает, что в рассматриваемой модели максимально возможная температура перехода ограничена условием $T_c \leqslant \omega_0/\pi$. При условии $\pi T \leqslant \omega_0 < 3\pi T$ (или $\omega_0/3 < \pi T \leqslant \omega_0$) имеем одно слагаемое, определяющее наиболее высокотемпературное решение,

$$2gT\int\frac{N(\xi)d\xi}{\xi^2+\Delta^2(T)+\pi^2T^2} = 1. \tag{2}$$

Хотя ω_0 не входит явно в (2), указанное выше неравенство накладывает определенное ограничение как на g, так и на те величины, от которых зависит $N(\xi)$ и которые характеризуют спектр. Это неравенство является условием самосогласования, так чтобы полученное решение было непротиворечиво. При $3\pi T \leqslant \omega_0 < 5\pi T$ имеем два слагаемых и т.д. Предельный случай области низких температур требует включения асимптотически большого числа слагаемых. Для конкретных $N(\xi)$ условия существования соответствующих решений указаны далее. По-видимому, наибольший интерес представляет именно высокотемпературное решение (2), рассмотрение других случаев аналогично.

2. Если интересоваться непосредственной окрестностью T_c, то в (1) можно провести разложение в ряд по Δ

$$2gT\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m\sum_{\omega_\nu}A_{m\nu}(T)\Delta(T)^{2m}=1, \tag{3}$$

где введены характерные интегралы

$$A_{m\nu}(T)=\int\frac{N(\xi)d\xi}{(\xi^2+\omega_\nu^2)^{m+1}}. \tag{4}$$

Точка фазового перехода определяется соотношением

$$2gT_c\sum_{\omega_\nu}A_{0\nu}(T_c)=1. \tag{5}$$

Для высокотемпературного решения из (3) следует

$$T_cA_0(T_c)-TA_0(T)=T\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^mA_m(T)\Delta(T)^{2m}. \tag{6}$$

Здесь A_n обозначено значение (4) при $\omega_1=\pi T$. В нижнем порядке по Δ получаем для окрестности $T<T_c$

$$\Delta^2(T)=\frac{TA_0(T)-T_cA_0(T_c)}{TA_1(T)}. \tag{7}$$

Таким образом, во всяком случае пока особенность $N(\xi)$ такова, что указанные интегралы типа (4) сходятся, в непосредственной окрестности T_c зависимость $\Delta(T)$ будет оставаться корневой (изменяться может интервал области, где это справедливо). Аналогично можно представить общие выражения и для решения с двумя слагаемыми в (1), когда $\omega_s=\pi T,\ 3\pi T$. Далее известным образом [1-3] могут быть получены поправки в свободную энергию F, в выражение для скачка теплоемкости ΔC при $T=T_c$ и значение термодинамического критического поля H_c. Из термодинамического тождества $dF/dg=\langle dH/dg\rangle$ имеем

$$\delta F=F_s-F_n=\int_0^{\Delta}\frac{\partial\left(\frac{1}{g}\right)}{\partial\Delta_1}\Delta_1^2d\Delta_1=$$

$$=-4T\int_0^{\Delta}\Delta_1^3d\Delta_1\int\frac{N(\xi)d\xi}{(\xi^2+\Delta_1^2+\pi^2T^2)^2}\approx-TA_1(T)\Delta^4(T). \tag{8}$$

Эта формула выписана для решения (2). Для (7) разность свободных энергий сверхпроводящей и нормальной фаз (на единицу объема) равна

$$F_s=F_n-\frac{[TA_0(T)-T_cA_0(T_c)]^2}{TA_1(T)}. \tag{9}$$

Поскольку $C = -Td^2F/dT^2$, то вклад в скачок теплоемкости вносит только двухкратное дифференцирование разности в числителе

$$\Delta C = \frac{2}{A_1(T)}\left[\frac{\partial(TA_0(T))}{\partial T}\right]^2_{T=T_c}. \tag{10}$$

Температурное поведение критического поля в окрестности T_c определяется соотношением $H_c(T)^2/8\pi = F_n - F_s$.

3. Используем теперь полученные общие соотношения для конкретных $N(\xi)$. Вначале рассмотрим логарифмическую особенность. Что касается достаточно простого аналитического выражения для энергетического спектра носителей заряда, приводящего к такой особенности, то хорошо известным является $2D$-спектр с косинусной дисперсией [7–10,13]. Известны также и более сложные варианты [16]. В непосредственной окрестности сингулярной точки может быть использован спектр с псевдоквадратичной дисперсией $\varepsilon(k_xk_y) \sim k_x^2 - k_y^2$ (компоненты волнового вектора $\mathbf{k}$ отсчитываются от особой точки). Отметим только, что хотя во всех этих случаях имеет место логарифмическая особенность в $N(\xi)$, однако некоторые числовые множители могут оказаться разными. Это не имеет принципиального значения для самого расчета, но может оказаться на конкретных численных оценках. Разумно, по-видимому, полагать, что используемое аналитическое выражение ε_k лишь приближенно отражает его реальное поведение в окрестности особой точки, и определенные коррективы можно вносить, опираясь на сравнение с экспериментом.

Для чисто косинусной дисперсии имеем [9,10]

$$N(\xi) = \left(\frac{1}{\pi v_0}\right)\int\limits_0^\infty \cos(\xi t)J_0^2(Bt)dt = \left(\frac{1}{\pi v_0 B}\right)\mathcal{K}\left(\sqrt{1-\left(\frac{\xi}{2B}\right)^2}\right). \tag{11}$$

Здесь v_0 — объем элементарной ячейки кристалла, B — интеграл перекрытия волновых функций носителей на соседних узлах в базисной плоскости, $J_0(x)$ — функция Бесселя, $\mathcal{K}(x)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. Будем рассматривать оптимальную ситуацию с заполнением половины зоны, $\mu = 0$. ПС (11) отлична от нуля только внутри зоны шириной $W = 4B$, поэтому пределы интегрирования в (4) формально бесконечны. B является наибольшим параметром в модели, $B \gg \omega_0$, T, и для оценок можно использовать асимптотическое значение (11) вблизи особенности, $N(\xi) \approx (\pi^2 v_0 B)^{-1} \times \ln|8B/\xi|$. Пределы интегрирования в (4) могут быть оставлены бесконечными, поскольку вследствие быстрой сходимости интегралов ошибка мала при большом B

$$A_0T = \left(\frac{2}{\pi^2 v_0 T}\right)\frac{\mathcal{K}\left(\frac{2B}{\sqrt{4B^2+(\pi T)^2}}\right)}{\sqrt{4B^2+(\pi T)^2}} \approx \left(\frac{1}{\pi^2 v_0 B}\right)\frac{\ln\left(\frac{8B}{\pi T}\right)}{T}, \tag{12}$$

$$A_1(T) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{N(\xi)d\xi}{(\xi^2+\pi^2T^2)^2} \approx \left(\frac{1}{\pi^2 v_0 B}\right)\frac{\ln\left(\frac{8Be}{\pi T}\right)}{(2\pi^2T^3)}. \tag{13}$$

Из (5) высокотемпературное решение для T_c имеет вид $2gT_cA_0(T_c) = 1$, откуда

$$T_c = (8/\pi)B\exp(-1/\lambda), \tag{14}$$

где безразмерная константа связи в этой модели $\lambda = 2g(\pi^2 v_0 B)^{-1}$. Величина $N_c = 2(\pi^2 v_0 B)^{-1}$ имеет смысл усредненной ПС по всей зоне. Подчеркнем, что эта λ существенно отличается от соответствующей λ' в модели БКШ ($\lambda' = g(mk_F/2\pi^2)$). Указанное выше условие на λ в данном случае имеет вид $\ln^{-1}(24B/\omega_0) < \lambda \leqslant \ln^{-1}(8B/\omega_0)$. Полагая $W = 2\,\text{eV} = 23\,200$ K и $\omega_0 = 300$ K, получаем, что для интервала $30 < T_c \leqslant 100$ K λ должна находиться в пределах $0.13 < \lambda < 0.2$. Приведем для сравнения решение, получающееся при учете двух слагаемых в (5), $T_c' = (8/\pi)3^{1/4}B\exp(-3/4\lambda)$. При тех же значениях параметров W и ω_0 оно уже справедливо для интервала $20 < T_c' < 30$ K, и $0.11 < \lambda < 0.13$.

Из (7), (11) получаем выражения для $\Delta(T)$ и ΔC

$$\Delta^2(T) = \frac{2\pi^2 T^2}{\ln\left(\frac{8Be}{\pi T}\right)}\ln\left(\frac{T_c}{T}\right), \tag{15}$$

$$\Delta C = \left(\frac{1}{\pi^2 v_0 B}\right)\frac{4\pi^2 T_c}{\ln\left(\frac{8Be}{\pi T_c}\right)}. \tag{16}$$

Сравним (15), (16) с известными результатами теории БКШ [1-3]

$$\Delta^2(T) = \frac{8\pi^2 T^2}{7\zeta(8)}\ln\left(\frac{T_c}{T}\right), \quad \Delta C = \frac{8\pi^2}{7\zeta(8)}N_0 T_c,$$

$$H_c(T) = 4\pi\sqrt{\frac{2N_0}{7\zeta(3)}}(T_c - T), \tag{17}$$

где $\zeta(x)$ — функция Римана. Основное отличие (кроме зависимости от других параметров) состоит в том, что в рассматриваемом случае появляется другая температурная зависимость коэффициентов. Для самой величины $\Delta(T)$ имеем из (15)

$$\Delta(T) \approx \sqrt{\frac{2\pi^2}{\ln\left(\frac{8Be}{\pi T_c}\right)}}T_c\sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}, \tag{18}$$

а для БКШ

$$\Delta T \approx \sqrt{\frac{8\pi^2}{7\zeta(3)}}T_c\sqrt{1 - \frac{T}{T_c}} \approx 3.06T_c\sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}. \tag{19}$$

В (18) числовой множитель может быть различным для разных образцов. Так, при $B = 0.25$ eV и $T_c = 100$ K он равен 1.9. Отметим также, что в (17) в ΔC входит ПС на ПФ, в нашем случае эта величина расходится на ПФ, но $(\pi^2 v_0 B)^{-1}$ имеет смысл средней ПС по всей зоне проводимости. Аналогично из (9), (12) и (13) следует для H_c

$$H_c(T) = \frac{4\sqrt{\pi}\,T}{\sqrt{v_0 B \ln(8Be/\pi T)}} \ln\left(\frac{T_c}{T}\right) \approx \frac{4\sqrt{\pi}(T_c - T)}{\sqrt{v_0 B \ln(8Be/\pi T)}}. \tag{20}$$

Формула (20) также содержит дополнительный температурно-зависимый множитель по сравнению с (17).

4. На той части ПФ, где имеет место $1D$-движение носителей заряда, возможно возникновение корневой сингулярности на краях соответствующей зоны, $N(\xi) = (2\pi v_0)^{-1}(B^2 - \xi^2)^{-1/2}$. Чтобы носители заряда были вырожденными, необходимо перекрытие с какой-либо другой заполненной зоной (возможность такой ситуации обсуждалась, например, в [17]). Вблизи одного из краев зоны справедливо $N(\xi) = (2^{1/2} N_c/\pi)(B/\xi)^{1/2}$, здесь $N_c = (1/4v_0 B)$. Представляет интерес также обобщение этой корневой зависимости на случай произвольной степенной [18]

$$N(\xi) = N_s(W/|\xi|)^s, \tag{21}$$

где s — показатель сингулярности, $0 < s < 1$, а W и N_s имеют смысл соответственно ширины зоны и средней ПС (или же при таком обобщении их следует рассматривать в качестве экспериментальных параметров). Теперь интегралы (4) будут иметь вид

$$A_0(T) = \frac{2W^s N_s}{(\pi T)^{s+1}} \int\limits_0^\infty \frac{dx}{x^s(1+x^2)} = \frac{\pi W^s N_s}{(\pi T)^{s+1}\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)}, \tag{22}$$

$$A_1(T) = \frac{\pi(s+1)W^s N_s}{2(\pi T)^{s+3}\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)}. \tag{23}$$

Тогда высокотемпературное решение для T_c вместо (14) дает следующую зависимость:

$$T_c = \left(\frac{W}{\pi}\right)\left[\frac{2N_s g}{\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)}\right]^{1/s}. \tag{24}$$

В частности, для $1D$-зоны $W = 2B$, $N_{1/2} = 2^{1/2}(4\pi v_0 B)^{-1}$ и $T_c' = g^2(\pi^3 v_0 B^2)^{-1} = (\pi/4)B\lambda^2$, а ограничение на константу связи принимает вид $(2 \cdot 2^{1/2}/\pi)(\omega_0/3W)^{1/2} < \lambda \leqslant (2 \cdot 2^{1/2}/\pi)(\omega_0/W)^{1/2}$. При тех же значениях параметров, которые использовались при оценке области применимости (14), имеем $0.06 < \lambda \leqslant 0.1$, т.е. те же значения T_c, что и в $2D$-модели, здесь достигаются при меньших константах взаимодействия.

Соответственно вместо (15), (16), (20) будем иметь

$$\Delta^2(T) = \left(\frac{2\pi^2}{1+s}\right) T^2 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^s\right] \approx 2\pi^2 \left(\frac{s}{1+s}\right) T^2 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right),$$

$$\Delta(T) \approx \sqrt{\frac{2\pi^2 s}{1+s}} T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}, \tag{25}$$

$$\Delta C = \frac{4\pi^{2-s} W^s N_s s^2}{(1+s)\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)} T_c^{1-s}, \tag{26}$$

$$H_c(T) = \sqrt{\frac{2\pi^{2-s}}{\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)}} \sqrt{W^s N_s} \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^s\right] T^{1-s/2} \approx$$

$$\approx \sqrt{\frac{2\pi^{2-s} N_s}{\cos(\pi s/2)} s} \left(\frac{W}{T_c}\right)^{s/2} (T_c - T). \tag{27}$$

Сравним полученные результаты с предыдущим случаем логарифмической особенности и с теорией БКШ. Поведение щели в непосредственной окрестности T_c аналогично (19). Числовой множитель зависит только от показателя сингулярности s и при $s = 1/2$ равен $(2\pi^2/3)^{1/2} \approx 2.58$. Соответствующий множитель в (18) оказывается температурно-зависимым и увеличивается с ростом T_c.

Более интересными оказываются результаты для отношений $\Delta C/T_c$ и $H_c(T)/\Delta T (\Delta T = T_c - T)$. Из сравнения формул (16), (20) и (26), (27) виден различный характер их температурных зависимостей. При всех значениях s в рассматриваемом интервале формулы (26) и (27) дают убывание приведенных отношений с увеличением T_c, $\Delta C/T_c \sim 1/T_c^s$, а $H_c/\Delta T \sim 1/T^{s/2}$. Напротив, формулы (16) и (20) указывают на их рост с увеличением T_c, $\Delta C/T_c \sim \ln^{-1}(8Be/\pi T_c)$ и $H_c/\Delta T \sim \ln^{-1/2}(8Be/\pi T_c)$. Таким образом, специфической особенностью рассматриваемой модели является изменение характера температурного поведения указанных отношений при переходе от логарифмической сингулярности к степенной. Подчеркнем при этом, что логарифмическая сингулярность в этом смысле оказывается выделенной, поскольку замена ее на степенную, даже с малым показателем s, приводит к инверсии температурной зависимости. В БКШ эти отношения должны быть постоянными.

5. Вопрос о поведении скачка теплоемкости в точке перехода как функции температуры перехода T_c обсуждался в [18] (см. также ссылки там) для $YBa_2Cu_3O_{7-y}$. Экспериментальные результаты определенно указывают на отклонение в поведении $\Delta C(T_c)$ у ВТСП от предсказаний классической теории БКШ. В практическом плане наличие температурной инверсии в рассматриваемой модели в принципе могло бы оказаться полезным при решении вопроса как о возможном характере сингулярности особых точек на ПФ, так и о размерности самой задачи. Что касается последней проблемы, то хорошо известным методом является экспериментальное определение вида температурных аномалий вкладов в парапроводимость [2,19,20]. Определение температурной зависимости скачка теплоёмкости и критического поля может служить дополнительным критерием.

Приведенная в [18] экспериментальная кривая зависимости $\Delta C/T_c$ от T_c указывает на возрастание этого решения с увеличением T_c. Это качественно согласуется с формулой (16). Однако количественно экспериментальная зависимость оказывается более сильной. Так, при изменении T_c от 50 до 90 K наблюдается рост в среднем в 4 раза, тогда как, согласно (16), только в 1.2 раза (при $B = 0.25$ eV). Однако следует отметить, что указанная кривая построена по экспериментальным данным различных авторов, полученным на различных образцах, и наблюдается определенный разброс значений. По данным некоторых авторов указанный рост несколько ниже (до 2.5 раз). Обратим еще раз внимание на то обстоятельство, что результат (16) получен для чисто косинусной аппроксимации всего реального энергетического спектра, и именно для него в аргументе логарифма числовой множитель равен $8e/\pi$. Для других возможных аппроксимаций окрестности особой точки (например, псевдоквадратичной) числовое значение этого множителя определяется размером области в импульсном пространстве, существенно затронутой сингулярностью (область, где скорость Ферми аномально мала). Так, для того чтобы $\Delta C/T_c$ возрастало в указанном выше интервале температур в 2 раза, требуется уменьшение числового множителя до $6.2 \cdot 10^{-3}$. Следует также отметить, что при вариации содержания кислорода, примесей, а также при наличии различных структурных изменений, связанных с методикой синтеза самих соединений, меняется не только T_c, но и ряд других параметров кристалла, в частности объем элементарной ячейки кристалла v_0 и интеграл перекрытия B [21], которые входят в (16). Поэтому в подобного рода экспериментах была бы желательна идентификация этих величин в образцах.

Список литературы

[1] Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статической физике. М. (1962). 443 с.
[2] Абрикосов А.А. Основы теории металлов. М. (1987). 502 с.
[3] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. М. (1978). Ч. 2. 448 с.
[4] Москаленко В.А., Полистрант М.Е., Вакалюк В.М. УФН **159**, *4*, 621 (1989).
[5] Кацнельсон М.И., Песчанский Г.В., Трефилов А.В. ФТТ **32**, *2*, 470 (1990).
[6] Вакс В.Г., Трефилов А.В. ФТТ **32**, *8*, 2363 (1990).
[7] Суслов И.М. ФТТ **32**, *10*, 2971 (1990).
[8] Генкин Г.М., Шедрина Н.В., Шедрин М.И. ФТТ **32**, *12*, 3531 (1990).
[9] Шедрина Н.В., Шедрин М.И. ФТТ **32**, *8*, 2431 (1990).
[10] Шедрина Н.В., Шедрин М.И. СФХТ **4**, *2*, 215 (1991).
[11] Mattheiss L.F. Phys. Rev. Lett. **58**, *10*, 1028 (1987).
[12] Антонов В.Н., Антонов Вл.Н., Барьяхтар В.Т. и др. ЖЭТФ **96**, *2*, 732 (1989).
[13] Mattis D.C. Phys. Rev. **B36**, *1*, 745 (1987).
[14] Jorgensen J., Schuttler H.B., Hink D.E. et al. Phys. Rev. Lett. **58**, *10*, 1024 (1987).
[15] Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М. (1963). 1100 с.
[16] Harrison W.A. Phys. Rev. **B38**, *1*, 270 (1988).
[17] Combescot R., Labbe J. Phys. Rev. **B38**, *1*, 262 (1988).
[18] Tsuei C.C., Chi C.C., Newns D.M. et al. Phys. Rev. Lett. **69**, *14*, 2134 (1992).
[19] Ausloos M., Laurent Ch. Phys. Rev. **B37**, *1*, 611 (1988).
[20] Шедрина Н.В., Шедрин М.И. СФХТ **5**, *9*, 1614 (1993).
[21] Srinivasan R., Girirajan K.S., Ganesan V. et al. Phys. Rev. **B38**, *1*, 889 (1988).