

ВРЕМЕННЫЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ  
ЯДЕРНЫХ СПИНОВ ПРИ БОЛЬШИХ ПОЛЯРИЗАЦИЯХ

Э.Б. Фельдман, А.К. Хитрин

Институт химической физики Российской академии наук,  
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия  
(Поступило в Редакцию 20 декабря 1994 г.)

Системы ядерных спинов при низких спиновых температурах интересны как своим необычным поведением [1], так и тем, что именно в них достигнуты рекордно низкие температуры — менее 1 нК [2]. Мы рассмотрим случай диэлектриков, где практически единственным межъядерным взаимодействием является диполь-дипольное

$$H = -\omega_0 \sum_i S_i^z + \sum_{i < j} b_{ij} (3S_i^z S_j^z - S_i S_j). \quad (1)$$

Здесь  $\omega_0 = \gamma H_0$  — частота ларморовской прецессии во внешнем поле  $H_0$ ,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $b_{ij}$  — константы диполь-дипольного взаимодействия. При больших поляризациях ядерных спинов естественным методом описания является переход к спин-волновому представлению [3,4], когда (1) заменяется гамильтонианом слабо неидеального бозе-газа магновнов

$$H = \sum_k \varepsilon_k a_k^+ a_k + \frac{1}{4N} \sum_{kpq} \Gamma_{kp}^q a_{k-q}^+ a_{p+q}^+ a_k a_p, \quad (2)$$

где  $a_k^+$ ,  $a_k$  — операторы рождения и уничтожения магновнов с волновым вектором  $k$ ,  $N$  — число спинов (узлов решетки), а спектр  $\varepsilon_k$  и амплитуды рассеяния  $\Gamma_{kp}^q$  выражаются через фурье-компоненты  $b_k$  констант диполь-дипольного взаимодействия

$$\varepsilon_k = \omega_0 - b_0 - \frac{1}{2} b_k, \quad \Gamma_{kp}^q = b_{p+q} + b_{q-k} + 2b_q + 2b_{p+q-k}. \quad (3)$$

Отклонение поляризации от единицы пропорционально плотности магновнов  $p = 1 - 2n/N$ ,  $n = \sum_k n_k = \sum_k \langle a_k^+ a_k \rangle$ , а числа заполнения в равновесии даются распределением Планка

$$n_k = \left\{ \exp[\beta(\varepsilon_k - \mu)] - 1 \right\}^{-1}. \quad (4)$$

Здесь спиновая температура  $\beta$  и химический потенциал  $\mu$  играют роль двух независимых термодинамических параметров (ту же, что зеemannовская и дипольная температуры) в обычном представлении.

Измеряемые динамические характеристики системы могут быть легко выражены через различные временные корреляционные функции,

вычисления которых и представляет собой основную проблему решаемую динамикой спиновой динамики. Ввиду сложности задачи чаще всего приходится ограничиваться лишь более или менее правдоподобными предположениями о поведении таких корреляторов [5]. Упрощение, возникающее за счет перехода к спин-волновому представлению, позволяет непосредственно вычислять корреляционные функции. Легче всего это сделать для не слишком длинных времен  $t < \delta^{-1}$ , где  $\delta \sim \omega_{loc}(1-p)$  — обратное время жизни магнов, определяемое процессами столкновений, а  $\omega_{loc} \sim |\varepsilon_k - \omega_0|$  — характерная частота диполь-дипольных взаимодействий. В этом случае можно пренебречь взаимодействием магнов и все интересующие нас величины выразить через спектр  $\varepsilon_k$  идеального газа магнов.

В качестве примера ниже мы вычислим автокорреляционную функцию  $z$ -компоненты спина в узле (такой коррелятор возникает, в частности, в задаче о скорости кросс-релаксации и форме линии ЯМР примесных ядер)

$$g(t) = \frac{1}{2} \left\langle S_i^z(t) S_i^z(0) + S_i^z(0) S_i^z(t) \right\rangle \approx \frac{1}{2} \left\langle \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{N} \sum_{ki} a_k^+(t) a_i(t) \right) \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{1}{2} - \sum_{mn} a_m^+ a_n \right) \right\rangle + c.c. \approx \frac{p^2}{4} + \frac{1}{N^2} \sum_{km} n_k (n_m + 1) \cos[(\varepsilon_k - \varepsilon_m)t]. \quad (5)$$

Временная зависимость операторов определяется гамильтонианами (1), (2).

а) Высокие спиновые температуры. С помощью динамической поляризации ядер [1] можно привести спиновую систему в состояние с поляризацией, близкой к единице. При этом спиновая температура остается высокой по сравнению с диполь-дипольным взаимодействием  $\beta\omega_{loc} \ll 1$  (рассматриваемый случай соответствует низкой зеемановской и высокой дипольной температурам). Тогда числа заполнения в (5) одинаковы  $n_k = n/N$ , и корреляционную функцию (с точностью до членов порядка  $n/N$  включительно) можно представить в виде

$$g(t) = \frac{1}{4} - \frac{n}{N} + \frac{n}{N} C(t) C^*(t), \quad C(t) = \frac{1}{N} \sum_k e^{i\varepsilon_k t}. \quad (6)$$

Это выражение содержит суммирование по магнотному спектру (3). Спектр имеет сложный анизотропный вид и может быть получен численным счетом. Качественно его можно рассматривать как сумму двух слагаемых: вклада от ближайших соседей, который для простой кубической решетки и  $H_0 \parallel [001]$  имеет вид

$$\varepsilon_k = A \left\{ 2 \cos(k_2 a) - \cos(k_x a) - \cos(k_y a) \right\}, \quad (7)$$

где  $A = \gamma^2 \hbar / 2a^3$ ,  $a$  — период решетки и вклада с больших расстояний, приводящего к сингулярности при  $k \rightarrow 0$  [1]. Для указанной ориентации приближение ближайших соседей (7) является довольно хорошим [4]. В

этом случае суммирование в (6) может быть выполнено аналитически и коррелятор принимает вид

$$g(t) = \frac{1}{4} - \frac{n}{N} + \frac{n}{N} J_0^2(2At) J_0^4(At), \quad (8)$$

где  $J_0(x)$  — функция Бесселя. При  $t \gg A^{-1}$  эта корреляционная функция осциллирует с частотами, кратными  $A$ , а амплитуда осцилляций затухает как  $(\pi At)^{-3}$ .

б) Низкие спиновые температуры. Состояния с низкой спиновой температурой  $\beta\omega_{\text{loc}} \gg 1$  могут быть получены, если провести частичное размагничивание системы с большой начальной поляризацией. При этом поляризация может оставаться большой. В этом случае коррелятор принимает вид

$$g(t) = \frac{1}{4} - \frac{n}{N} + \frac{1}{2} \left\{ C(t)B(t) + C^*(t)B^*(t) \right\}, \quad (9)$$

где  $C(t)$  дается выражением (6), а

$$B(t) = \frac{1}{N} \sum_k n_k e^{-i\epsilon_k t}. \quad (10)$$

В случае низких температур заняты лишь состояния вблизи дна зоны, и для вычисления  $B(t)$  мы можем воспользоваться разложением спектра вблизи минимума [4]. Эта часть коррелятора имеет более простой вид в частотном представлении. Переходя в (10) от суммирования к интегрированию и учитывая (4), найдем что фурье-образ  $B(t)$  имеет вид

$$F_B(\omega) \sim \begin{cases} (\omega - \omega_m)^\alpha / \left[ \exp(\beta(\omega - \omega_m - \mu)) - 1 \right], & \omega > \omega_m, \\ 0, & \omega < \omega_m, \end{cases} \quad (11)$$

где для ориентации  $H_0 \parallel [001]$  (регулярный минимум на границе зоны Бриллюэна)  $\alpha = 1/2$ ,  $\omega_m = \omega_0 - 4.844 A$ , для ориентации  $H_0 \parallel [111]$  (сингулярный минимум при  $k \rightarrow 0$ )  $\alpha = 3/2$ ,  $\omega_m = \omega_0 - \frac{4}{3}\pi A$ , а химический потенциал  $\mu \leq 0$  отсчитывается от дна зоны  $\omega_m$ .

При временах  $t \gg \delta^{-1}$  как в случае низких, так и в случае высоких температур следует ожидать диффузионного затухания зависящей от времени части корреляционной функции  $(g(t) - g(\infty)) \sim t^{-3/2}$ .

Работа выполнена при поддержке Международного научного фонда (грант N NJ5000).

#### Список литературы

- [1] Абрагам А., Гольдман М. Ядерный магнетизм: порядок и беспорядок. М. (1984). Т. 2. 360 с.
- [2] Nakonen P.J., Vuorinen R.T., Martikainen J.E. Phys. Rev. Lett. **70**, 18, 2818 (1993).
- [3] Фельдман Э.Б., Хитрин А.К. ЖЭТФ **98**, 9, 967 (1990).
- [4] Фельдман Э.Б., Хитрин А.К. ЖЭТФ **105**, 11, 1515 (1994).
- [5] Goldman M., Cox S.F.J., Bouffard V. J.Phys. **70**, 16, 2940 (1974).