КВАНТОВЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ ЦИКЛОТРОННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В НЕКОМПЕНСИРОВАННЫХ МЕТАЛЛАХ

С.Н.Савельева, В.Г.Скобов, А.С.Чернов

Физико-технический институт им.А.Ф.Иоффе Российской академии наук,
194021, Санкт-Петербург, Россия
Международный институт физики,
125040, Москва, Россия
(Поступила в Редакцию 15 марта 1995 г.)

Построена квантовая теория циклотронного поглощения СВЧ-волн в некомпенсированных металлах. Показано, что квантование носителей, обусловливающих циклотронное затухание допплеронов, приводит к гигантским квантовым осцилляциям этого затухания как функции магнитного поля и к соответствующим осцилляциям импеданса металла. Показано, что наблюдение этого эффекта в принципе позволяет измерять не только экстремальные площади сечения поверхности Ферми, но и площади промежуточных сечений.

1. В [1,2] показано, что квантование поперечной энергии электронов приводит к гигантским квантовым осцилляциям циклотронного затухания дырочного допплерона в кадмии. Возможность этого эффекта обусловлена тем, что характерные смещения электронов линзы за циклотронный период в несколько раз больше максимального смещения дырок «монстра», благодаря чему распространение дырочного допплерона происходит в условиях существования циклотронного поглощения, обусловленного электронами, смещение которых равно длине волны этого допплерона. Такая ситуация может иметь место не только в кадмии, имеющем равные концентрации электронов и дырок, но и в некомпенсированных металлах: меди, серебре, алюминии, индии и, возможно, других. Свойства допплеронов в этих металлах [3] существенно отличаются от свойств допплеронов в компенсированных металлах. Наблюдение допплеронов в некомпенсированных металлах возможно в тех случаях, когда зависимость смещения основной группы носителей от продольного импульса имеет минимум. В такой ситуации вклад этой группы носителей в нелокальную проводимость имеет резонансную особенность корневого типа. Знак соответствующего члена в проводимости противоположен знаку резонансного члена в случае, когда допплер-сдвинутый циклотронный резонанс (ДСЦР) обусловлен носителями, имеющими максимальное смещение. Изменение знака резонансного члена приводит к тому, что поле допплерона в некомпенсированном металле вращается в направлении, противоположном направлению вращения резонансных носителей, т.е. поляризация допплерона противоположна поляризации геликона. Вторым следствием изменения знака резонансного члена является то обстоятельство,

что область существования допплерона не имеет нижнего порога по магнитному полю (заметим, что для допплеронов в компенсированных металлах характерно наличие такого порога). Третьим характерным свойством допплеронов, обусловленных резонансом носителей с минимальным смещением за циклотронный период, является существование циклотронного затухания. Последнее обусловлено носителями другой группы, смещение которых равно длине волны допплерона. Квантование энергии этих носителей в магнитном поле приводит к тому, что их смещения могут принимать лишь дискретные значения, что существенно изменяет характер циклотронного поглощения. Рассмотрению этого эффекта и посвящена настоящая работа.

2. Рассмотрим распространение электромагнитной волны частоты ω в кристалле меди в геометрии, когда ее волновой вектор $\mathbf{k}$ и постоянное магнитное поле $\mathbf{H}$ направлены вдоль оси [110] (ось z). В этом случае электронная часть нелокальной проводимости имеет вид [3]

$$\sigma^e_\pm(\mathbf{k}, \omega, \mathbf{H}) = \sigma^e_{xx} \pm i\sigma^e_{yx} = i\frac{n_e ec}{HI_\pm}s(q), \tag{1}$$

$$s(q) = 1 - \frac{q^2}{\sqrt{q^2-1}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{q^2-1}}, \tag{2}$$

где

$$q = \pm\frac{kcp_0}{eHI_\pm}, \quad I_\pm = \pm 1 + \frac{\omega + i\nu_e}{\omega_{ce}}, \quad \omega_{ce} = \frac{eH}{m_e c}, \tag{3}$$

$-e$ — заряд электрона; n_e — концентрация электронов; m_e — их циклотронная масса; c — скорость света; $p_0 = 0.6\,\hbar\text{Å}^{-1}$ — параметр размерности импульса, определяющий минимальное смещение электронов за циклотронный период $u = 2\pi cp_0/eH$; ν_e — частота столкновений электронов с рассеивателями.

Нас будет интересовать случай сильного магнитного поля, когда циклотронная частота ω_{ce} много больше частоты волны ω и частоты столкновений ν_e. Поэтому в дальнейшем мы будем считать $I_\pm = \pm 1$.

В геометрии $\mathbf{H} \parallel [110]$ в окрестности центрального сечения поверхности Ферми меди имеется слой дырочных орбит типа «собачьей кости», причем концентрация дырок на порядок меньше концентрации электронов. В отсутствие квантования среди дырок имеются носители с любыми смещениями, вследствие чего их вклад в нелокальную проводимость при больших q является практически таким же, как и при аномальном скин-эффекте

$$\sigma_0 \simeq \frac{\alpha n_e e^2}{p_0|k|} = \alpha\frac{n_e ec}{H|q|}, \tag{4}$$

где α — численный коэффициент порядка 0.1. В области малых q дырочная проводимость является недиссипативной.

В рассматриваемой геометрии в меди имеется также слой открытых орбит, концентрация которых $n_0 \simeq 0.04 n_e$. Вклад этих носителей в проводимость хорошо описывается выражением типа (4). Носители с открытыми орбитами обусловливают сильное затухание геликона, существующего в поляризации «минус» в области $q < 1$. В настоящей работе мы не будем рассматривать геликон; на допплерон же открытые орбиты не оказывают существенного влияния, и мы не будем их учитывать.

3. Дисперсионное уравнение для волны с поляризацией «плюс»

$$k^2c^2 = 4\pi i\omega\left(\sigma_+^e + \sigma_0\right)$$

с учетом (1)–(4) можно записать в виде

$$q^2 = \xi\left[\frac{q^2}{\sqrt{q^2-1}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{q^2-1}} - 1 + \frac{i\alpha}{|q|}\right], \tag{5}$$

$$\xi = 4\pi\omega n_e p_0^2 c/eH^3. \tag{6}$$

Это уравнение имеет почти вещественное решение, соответствующее распространяющейся моде — допплерону. В области сильных магнитных полей, где $\xi \ll 1$, спектр и затухание допплерона определяются выражениями

$$q_D = q_D' + iq_D'',$$
$$q_D' \simeq 1 + \pi^2\xi^2/2, \quad q_D'' \simeq \pi^2\alpha\xi^3/4. \tag{7}$$

Из выражения для q_D' видно, что длина волны допплерона близка к минимальному смещению электронов за циклотронный период, а из выражения для q_D'' следует, что затухание допплерона, обусловленное циклотронным поглощением дырками, быстро падает с ростом H (как H^{-8}).

В области более слабых полей, где $\xi \gg 1$, решение уравнения (5) лежит в области больших значений q. В этой области первое слагаемое в квадратных скобках приближенно равно $1 + q^{-2}$, и решение имеет вид

$$q_D' \simeq \xi^{1/4}, \quad q_D'' \simeq \frac{\alpha}{4}\xi^{1/2}. \tag{8}$$

Выражения (8) справедливы в области полей, где

$$1 \ll \xi \ll \frac{1}{\alpha^4} \simeq 10^4. \tag{9}$$

Здесь длина волны допплерона пропорциональна $H^{-1/4}$, а его затухание — $1/\sqrt{H}$. В этом интервале полей циклотронное поглощение волны дырками играет намного более существенную роль, чем в интервале полей, где $\xi \ll 1$. Далее мы будем рассматривать только область полей (9).

4. Перейдем теперь к рассмотрению влияния квантования энергии дырок в магнитном поле на циклотронное затухание допплерона. Как показано в [1,2], в квантовом случае, когда расстояние между уровнями Ландау дырок много больше тепловой энергии kT, формулу (4) для проводимости, связанной с циклотронным поглощением, следует заменить выражением

$$\sigma(k,H) = \frac{2e^2\hbar\omega_c}{(2\pi\hbar)^3}\sum_{n=0}^{\infty}\int dp_z \frac{df(\varepsilon_{np_z})}{d\varepsilon_F}\frac{2\pi\hbar\omega_c\left(n+\frac{1}{2}\right)\nu}{\nu^2 + [\omega_c - kv_z(p_z)]^2}, \tag{10}$$

где

$$\varepsilon_{np_z} = \hbar\omega_c\left(n+\frac{1}{2}\right)+\frac{p_z^2}{2m_\parallel}, \quad \omega_c=\frac{eH}{mc}, \quad n=0,1,2,\ldots,$$

$$f(\varepsilon)=\left(e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/T}+1\right)^{-1}, \tag{11}$$

m и $m_\parallel$ — циклотронная и продольная массы дырок соответственно, ε_F — их энергия Ферми, T — температура в энергетических единицах; спинового расщепления уровней мы не учитываем. Выражение (10) записано в предположении, что $\hbar\omega \ll T$.

В квантовом случае $\hbar\omega_c \gg T$ входящая в подынтегральное выражение в (10) функция

$$F(p_z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{df(\varepsilon_{np_z})}{d\varepsilon_F} \tag{12}$$

представляет собой совокупность узких и высоких максимумов, разделенных глубокими минимумами. Максимумы находятся при значениях

$$p_z=p_n\equiv\left[2m_\parallel\left(\varepsilon_F-\hbar\omega_c\left(n+\frac{1}{2}\right)\right)\right]^{1/2}, \quad n=0,1,2,\ldots N_F, \tag{13}$$

где N_F определяется неравенствами

$$\hbar\omega_c\left(N_F+\frac{1}{2}\right)<\varepsilon_F<\hbar\omega_c\left(N_F+\frac{3}{2}\right).$$

Расстояние между последовательными максимумами есть

$$\Delta p_n \equiv p_n - p_{n+1} \simeq m_\parallel\hbar\omega_c/p_n. \tag{14}$$

Функция $F(p_z)$ в подынтегральном выражении в (10) умножается на функцию

$$D(p_z)=\frac{\nu}{\nu^2+(\omega_c-kv_z)^2}, \tag{15}$$

которая имеет максимум при

$$p_z=P\equiv\frac{m_\parallel\omega_c}{k}=\frac{m_\parallel p_0}{mq}. \tag{16}$$

Ширина этого максимума равна

$$\Delta P = P\nu/\omega_c \ll P. \tag{17}$$

Именно дырки с $p_z=P$ обусловливают циклотронное поглощение волны в классическом случае. В квантовом же случае произведение функций F и D, а следовательно, и величина циклотронного поглощения сильно зависят от соотношения между ΔP и расстоянием между ближайшими к P значениями p_n, которое определяется формулой (14) при $p_n=P$. Нас интересует случай, когда ширина максимума функции D

много меньше расстояния между соседними максимумами функции F. Легко убедиться, что условие $\Delta P \ll m_{\|}\hbar\omega_c/P$ сводится к неравенству

$$\frac{m_{\|}p_0^2}{m^2}\frac{\nu}{\hbar\omega_c^2} \ll q^2 = \xi^{1/2}. \tag{18}$$

Оценим величину, стоящую в левой части (18). Для монокристалла меди с $\nu \simeq 5\cdot 10^8\,\mathrm{s}^{-1}$, что соответствует длине пробега дырок 3 mm, эта величина приблизительно равна единице при $H = 100\,\mathrm{kOe}$. Поэтому для выполнения неравенства (18) необходимо, чтобы параметр ξ был большим по сравнению с единицей, что можно обеспечить, взяв достаточно высокую частоту ω. Полагая плотность электронов $n_e = 6\cdot 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$, находим, что при упомянутом значении H параметр ξ оказывается порядка единицы при частоте поля 1 GHz. Таким образом, неравенство (18) будет выполняться при частотах выше 10 GHz.

При выполнении условия $\Delta P \ll \Delta p_n$ величина интеграла в (10) очень сильно зависит от того, совпадает ли P с одним из дискретных значений p_n или попадает между ними. Если P совпадает с одним из p_n, то подынтегральная функция и, следовательно, величина интеграла, определяющего циклотронное поглощение, оказываются максимальными. Если же P попадает в середину интервала между двумя соседними значениями p_n, то произведение функций F и D является минимальным. Значения p_n зависят от магнитного поля. Поэтому при его изменении различные максимумы функции F поочередно проходят через максимум функции D. В результате циклотронное поглощение оказывается совокупностью периодических по $1/H$ высоких и узких пиков, разделенных глубокими пологими минимумами.

Квантовые осцилляции циклотронного поглощения удобно характеризовать функцией

$$Q(q,H) = \sigma(k,H)/\sigma_0(k), \tag{19}$$

где $\sigma_0(k)$ — выражение для дырочной проводимости в классическом пределе $\hbar\omega_c \ll T$. Анализ (10) показывает, что при не очень низких температурах, когда выполняются неравенства

$$\hbar\omega_c/(Aq^2) \ll T \ll \hbar\omega_c, \tag{20}$$

где

$$A(q) = \frac{\hbar\omega_c^2 m^2}{\pi\nu m_{\|}p_0^2}, \tag{21}$$

форма квантовых осцилляций циклотронного поглощения определяется температурой, причем значение функции Q в максимумах осцилляций

$$Q_M \simeq \hbar\omega_c/4T. \tag{22}$$

В области же предельно низких температур, где

$$T \ll \hbar\omega_c/(Aq^2) \ll \hbar\omega_c, \tag{23}$$

размытие квантовых пиков циклотронного поглощения обусловлено рассеянием дырок. Здесь

$$Q_M(q) \simeq Aq^2 \gg 1, \tag{24}$$

а значение Q в минимумах осцилляций

$$Q_{\min}(q) \simeq 8/(\pi^2 Aq^2) \ll 1. \tag{25}$$

Таким образом, квантование уровней энергии дырок в магнитном поле приводит к гигантским квантовым осцилляциям циклотронного поглощения, что проявляется в появлении дополнительного множителя Q в выражении (8) q''_D

$$q''_D = \frac{\alpha}{4}\xi^{1/2}Q(\xi^{1/4}). \tag{26}$$

Отметим, что сильное уменьшение циклотронного поглощения в минимумах гигантских осцилляций приводит к расширению области, в которой может наблюдаться допплерон, в значительно меньшие магнитные поля, чем это следует из неравенства (9).

Следует также отметить, что между рассмотренными выше квантовыми осцилляциями циклотронного затухания и гигантскими осцилляциями поглощения ультразвука [4] или магнитного затухания Ландау [5] имеется существенное различие. Период квантовых осцилляций поглощения звука и магнитного затухания Ландау определяется орбитами носителей, на которых среднее значение их продольной скорости $\bar{v}_z = \omega/k$. Поскольку фазовая скорость волны в металле много меньше скорости Ферми носителей, то фактически это орбиты с экстремальной площадью. Циклотронное же поглощение определяется носителями с $\bar{v}_z = \omega_c/k$, и в случае $\omega_c \gg \omega$ эта скорость может быть соизмеримой с фермиевской. Поэтому наблюдение квантовых осцилляций циклотронного затухания допплерона в принципе позволяет измерять площади промежуточных сечений поверхности Ферми. Эффекты, наблюдение которых позволяло бы измерять площади таких сечений, до сих пор не были известны.

5. При диффузном отражении носителей поверхностный импеданс полубесконечного металла в области $\xi \gg 1$ определяется выражением

$$Z_+ = \frac{4\omega p_0}{ceH}\frac{1}{L}, \tag{27}$$

$$L = -\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dq \ln\left\{1 - \frac{\xi}{q^2}\left[\frac{1}{q^2} + \frac{i\alpha}{\sqrt{q^2}}Q(q,H)\right]\right\}. \tag{28}$$

При значениях магнитного поля, при которых мнимое слагаемое в квадратных скобках много меньше вещественного, интеграл (28) легко вычисляется, и мы получаем

$$L = (1+i)\xi^{1/4} + \frac{i}{2}\alpha\sqrt{\xi}Q(\xi^{1/4}). \tag{29}$$

Таким образом, квантование состояний дырок приводит к осцилляциям импеданса, амплитуда которых соизмерима с его плавной частью.

6. Помимо благородных металлов существуют и другие некомпенсированные металлы, в которых циклотронное поглощение вносит существенный вклад в затухание допплеронов. В частности, к таким металлам относятся индий и алюминий. В этих металлах в геометрии $\mathbf{H} \parallel [100]$ имеется большая группа дырок с минимальным смещением за циклотронный период, и ДСЦР этих дырок обусловливает существование допплерона с поляризацией, противоположной поляризации геликона. Однако здесь ситуация является более сложной. В отличие от благородных металлов форма орбит резонансных носителей в индии и алюминии сильно отличается от круговой. Поэтому помимо фундаментального ДСЦР и связанного с ним допплерона в этих металлах существуют кратные резонансы и соответствующие кратные допплероны. Эти кратные допплероны можно описать с помощью нелокальной проводимости вида

$$\sigma^h_\pm(k,H) = +i\frac{n_1 ec}{H}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\frac{A_j}{4j\mp 1}s\left(\frac{q}{4j\mp 1}\right), \tag{30}$$

где s дается формулой (2); A_j — коэффициенты, определяемые отличием орбит резонансных дырок от круговых [6]; n_1 — концентрация группы дырок, имеющих минимальное смещение; вид комбинации $4j\mp 1$, определяющей номер резонанса, отражает тот факт, что орбиты дырок имеют симметрию четвертого порядка.

Поляризация каждого допплерона зависит от номера соответствующего резонанса. Так, допплероны, связанные с первым, пятым и девятым резонансами, имеют поляризацию «минус», а допплероны, связанные с третьим и седьмым резонансами, — поляризацию «плюс». Спектр каждого допплерона в окрестности его резонанса можно найти, если в дисперсионном уравнении оставить только соответствующий резонансный член. Например, спектр допплерона, соответствующего третьему резонансу ($j = 1$, поляризация плюс), определяется уравнением

$$q^2 = -\frac{\xi A_1}{3}s\left(\frac{q}{3}\right) + i\frac{\alpha\xi}{|q|}Q(q). \tag{31}$$

В области полей, где величина $\xi A_1/27$ мала по сравнению с единицей, решение уравнения (31) дает значение q, близкое к трем. При этом

$$s\left(\frac{q}{3}\right) \approx -\frac{\pi}{2\sqrt{(q/3)^2-1}} \tag{32}$$

и мы получаем

$$q' = 3 + \frac{3}{2}\left(\frac{\pi\xi A_1}{54}\right)^2, \tag{33}$$

$$q'' = \frac{3\pi^2}{4}A_1^2\left(\frac{\xi}{27}\right)^3\alpha Q(3). \tag{34}$$

Эти выражения аналогичны формулам (7) для волнового вектора и затухания фундаментального допплерона в меди. Дисперсионная кривая допплерона, связанного с третьей гармоникой ДСЦР, простирается и в область меньших магнитных полей, где значение q' заметно отклоняется от трех в сторону бóльших значений, а затухание q'' сильно возрастает. Однако для нахождения спектра и затухания допплерона в этой области в дисперсионном уравнении необходимо сохранить члены с $j = 0$ и 1, и уравнение приходится решать численно.

В заключение сделаем два замечания. Значение параметра p_0, определяющего минимальное смещение дырок в алюминии, примерно на 70% больше, чем в меди, а концентрации резонансных носителей близки по величине. Поэтому при том же значении H условие $\xi = 1$ в алюминии будет соответствовать в три раза меньшей частоте ω, чем в меди.

В алюминии имеется группа электронов с малыми эффективными массами. Кроме того, носители вблизи верхушки дырочной поверхности Ферми, по-видимому, также имеют малую циклотронную массу. Поэтому условие сильного квантования поперечной энергии носителей, ответственных за циклотронное затухание волны, может быть реализовано в меньших магнитных полях.

Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке Международного научного фонда (грант N3F000).

Список литературы

[1] Chernov A.S., Skobov V.G. Phys. Lett. **A 199**, *3–4*, 245 (1995).
[2] Скобов В.Г., Чернов А.С. ЖЭТФ **108**. В печати (1995).
[3] Chernov A.S., Skobov V.G. Phys. Rep. **244**, 1 (1994).
[4] Гуревич В.Л., Скобов В.Г., Фирсов Ю.А. ЖЭТФ **40**, *3*, 786 (1961).
[5] Kaner E.A., Skobov V.G. Adv. Phys. **69**, 605 (1968).
[6] Константинов О.В., Скобов В.Г., Лаврова В.В. ЖЭТФ **63**, *7*, 224 (1972).