

УДК 538.1:548

©1995

ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ НА ФОРМИРОВАНИЕ НЕСОИЗМЕРИМЫХ МАГНИТНЫХ СТРУКТУР Cr_2BeO_4

O.B.Ковалев

Харьковский физико-технический институт,

310108, Харьков, Украина

(Поступила в Редакцию 18 января 1995 г.

В окончательной редакции 24 апреля 1995 г.)

Предложен и продемонстрирован на примере микроскопический метод учета анизотропии.

1. В теоретических исследованиях магнитных структур в простых случаях (одноосный кристалл, ферромагнетизм) магнитная анизотропия достаточно хорошо описывается феноменологически слагаемыми вида $M_\alpha M_\beta$. Однако, например, при фазовых переходах в ромбических кристаллах, переходах в несоизмеримые или антиферромагнитные структуры такой подход оказывается неприемлемым, необходим микроскопический подход. Здесь на примере кристалла Cr_2BeO_4 (две системы эквивалентных позиций, несоизмеримость) коэффициенты при анизотропных инвариантных комбинациях (ИК) строятся из коэффициентов при парном взаимодействии магнитных моментов (ММ) атомов в соответствии с методикой работ [1,2] и выясняется роль анизотропных ИК в образовании магнитной структуры. В предыдущей работе [3] рассматривалась магнитная структура в обменном приближении. Далее номера формул из [2,3] снабжены дополнительными цифрами 2 и 3 соответственно.

2. Отметим неизбежную некорректность применяемой методики. Во-первых, речь идет только об ИК второго порядка. Коэффициенты при ИК более высокого порядка (обменных и необменных) вычислению не поддаются, хотя сами ИК можно записать из соображений симметрии. Во-вторых, несмотря на то что мы стараемся использовать первые принципы, нам не удается избежать привязки к определенной модели и введения параметров. Действительно, пусть μ_1 и μ_2 — ММ двух атомов, \mathbf{R}_{12} — соединяющий их вектор. Во втором порядке энергия их магнитного взаимодействия определяется двумя слагаемыми $I_1 = \alpha_{12}\mu_1\mu_2$ и $I_2 = \beta_{12}(\mu_1\mathbf{R}_{12})(\mu_2\mathbf{R}_{12})$, ибо только они инвариантны относительно полной ортогональной группы и операции обращения времени. Коэффициенты при ИК строятся из коэффициентов α и β , различных для разных пар атомов. Лишь для диполь-дипольного взаимодействия известна зависимость α и β от расстояния. Она неизвестна

для обменного и спин-орбитального взаимодействий. Например, мы не знаем, как следует разбить коэффициент α на сумму трех, относящихся к указанным взаимодействиям, а между тем такие разбиения различны для разных пар атомов. Мы пренебрегаем также влиянием немагнитных атомов.

Здесь выбрана следующая модель. Считается, что в [3] изотропное взаимодействие является чисто обменным, и таковы фигурирующие там параметры. Анизотропия вводится включением диполь-дипольного взаимодействия

$$\phi(1/2) = R_1^{-3} \left[\mu_1 \mu_2 - 3(\mu_1 \mathbf{R}_{12})(\mu_2 \mathbf{R}_{12}) R_{12}^{-2} \right]. \quad (1)$$

Отношение его величины к величине обменного считается параметром, которому будут приданы различные значения с целью выяснить, в какой мере от этого отношения зависят характеристики спирали.

Отметим два момента.

а) Благодаря указанной параметризации учитывается, по существу, и спин-орбитальное взаимодействие, так как оно отличается от (1) лишь другой зависимостью от расстояния и некоторым числовым коэффициентом.

б) Можно было бы ограничиться вторым слагаемым в (1), отнеся первое к обменному взаимодействию. Мы, однако, ниже учтываем и первое, поскольку его вклад в общую изотропную энергию по сравнению с чисто обменной частью относительно велик для удаленных атомов и мал для близких. Это сводится к более сильной перенормировке коэффициентов s и e , используемых в [3], и, следовательно, к более заметной деформации области параметров, в которой реализуется спираль.

3. Анизотропную часть энергии вычисляем по формулам (21,2)–(27,2). Чтобы облегчить сравнение обменных и необменных слагаемых, нужно в формулах (22,2), (23,2) и (27,2) перейти от координат $m(Fji)$ к координатам $\mu(\alpha F'j'i')$. Поясним ситуацию.

Базисные векторы (БВ) $\mathbf{e}_\alpha \varphi(F'j'i')$, по предположению, взаимно ортогональны, они осуществляют, вообще говоря, приводимое копредставление $D^{F'j'} \times V_m$ группы $G + KG$, где $D^{F'j'}$ — неприводимое копредставление (НКП), содержащееся в перестановочном копредставлении P . Магнитные координаты $\mu(\alpha F'j'i')$ не являются симметризованными.

БВ $\psi(Fji)$ осуществляют НКП D^{Fj} , содержащееся в копредставлении $D_m = P \times V_m$ (т.е. магнитные координаты $m(Fji)$ являются симметризованными). Из (6,2) следует связь

$$m(Fji) = \sum S(\alpha F'j'i'/Fji)^* \mu(\alpha F'j'i'). \quad (2)$$

Порядок матрицы S равен размерности копредставления D_m , она может оказаться достаточно сложной и, главное, определяется неоднозначно, если числа вхождения некоторых НКП в D_m или тем более в P больше единицы. В общем случае БВ $\psi(Fji)$ могут быть выбраны независимо от БВ $\varphi(F'j'i')$. Если связь между этими системами БВ не представляет интереса, то БВ $\psi(Fji)$ проще всего строить по правилу, описанному в [4,5].

Максимально простой и удобный в нашей задаче вид матрицы S получаем следующим образом. БВ и координаты находим отдельно для каждой системы позиций. Отдельно для каждого НКП $D^{F'j'}$ из P строим симметризованные базисы $\varphi(F'j'i')$ и далее векторы $e_\alpha \varphi(F'j'i')$. Пространство векторов $e_\alpha \varphi(F'j'i')$ разбиваем на неприводимые с БВ $\psi(Fji)$, где D^{Fj} — это только те НКП, которые содержатся в произведении $D^{F'j'} \times V_m$. При этом матрица S приобретает квазидиагональный вид, каждый ее блок относится к определенному двойному индексу $F'j'$ (строки) и соответствующему набору Fj НКП из $D^{F'j'} \times V_m$ (столбцы). Фигурирующие в [2] однородные ИК i_{jj} и коэффициенты при них характеризуются не только индексом Fj , но и индексом $F'j'$. Дальнейшее упрощение матрицы S невозможно.

Обратимся непосредственно к кристаллу Cr_2BeO_4 и вектору $k = k_7 = (k, 0, 0)$. В этом случае (как, впрочем, в большинстве задач по несоизмеримым магнитным структурам) имеет место равенство $j' = 1$. Индекс F' принимает значения 1, 2, 3, 4. Поскольку все малые НКП одномерны, индексы i и i' опускаем. Положим для определенности $F' = 3$. Орты e_x, e_y и e_z преобразуются по НКП d_0^2, d_0^1 и d_0^4 группы $C_{2v} + Kg_{25}C_{2v}$ соответственно (ТЗО в [5]). Векторы $e_x \varphi(3), e_y \varphi(3)$ и $e_z \varphi(3)$ — по НКП d^4, d^1 и d^2 соответственно. Блок матрицы S , характеризуемый индексом $F' = 3$, оказывается трехмерной единичной матрицей при только что выбранной последовательности строк и столбцов. Этот результат одинаково относится к обеим системам позиций. Итак, при $F' = 3$ имеем три однородные ИК, связанные с одной системой позиций, и столько же со второй.

При соответствующей нумерации строк и столбцов можно записать остальные блоки матрицы S в виде единичных матриц, а именно:

$$\text{строки } \alpha F' = x1, y1, z1, \text{ столбцы } F = 2, 3, 4;$$

$$\text{строки } \alpha F' = x2, y2, z2, \text{ столбцы } F = 1, 4, 3;$$

$$\text{строки } \alpha F' = x4, y4, z4, \text{ столбцы } F = 3, 2, 1.$$

Отметим, что в одном блоке значения F различны.

ИК и коэффициенты при них вычисляем по формулам (22,2), (23,2) и (27,2). Пользуемся видом матрицы S и введенными в [3] обозначениями $\mu(\alpha, F', j' = 1, i' = 1) = \mu(\alpha F' 1), \mu(\alpha, F', j' = 2, i' = 1) = \mu(\alpha F' 2)$. Индекс $j' = 1$ относим к первой системе позиций, индекс $j' = 2$ — ко второй. Для некоторого одного значения F' результат таков. К обменной энергии добавляется энергия $H_d(F') = \sum H(\alpha F')$, где

$$H(\alpha F') = A(\alpha F')_{11}\mu(\alpha F' 1)^*\mu(\alpha F' 1) + A(\alpha F')_{22}\mu(\alpha F' 2)^*\mu(\alpha F' 2) + \\ + A(\alpha F')_{12}[\mu(\alpha F' 1)^*\mu(\alpha F' 2) + \mu(\alpha F' 1)\mu(\alpha F' 2)^*], \quad (3)$$

$$A(\alpha F')_{mn} = \frac{1}{2} \sum D(\alpha p / \alpha p') R_3(p/m)^* R_3(p'/n), \quad (4)$$

$$D(\alpha p / \alpha p') = \varepsilon(p)^* \varepsilon(p') \sum_{\mathbf{a}} \Phi(\alpha p \mathbf{a} / \alpha p' 0) \exp(-i \mathbf{k} \mathbf{a}). \quad (5)$$

В (4) суммирование производится по p и p' следующим образом: если $m = n = 1$, то $p, p' = 1, 2, 3, 4$; если $m = n = 2$, то $p, p' = 5, 6, 7, 8$; если $m = 1, n = 2$, то $p = 1, 2, 3, 4$ и $p' = 5, 6, 7, 8$. Величины D и R_3 относятся к выбранному F' и различны для разных F' . Согласно (1),

$$\Phi(\alpha p/a p' 0) = R^{-3}(1 - 3n_\alpha^2), \quad (6)$$

где \mathbf{R} — вектор, соединяющий позиции (p, \mathbf{a}) и $(p', 0)$, $n_\alpha = R_\alpha/R$. Из приведенных выражений видно, что коэффициенты $A(\alpha F')_{mn}$ вычисляются по таким же формулам, что и коэффициенты $A(F')_{mn}$ в обменном приближении в [3], нужно лишь заменить обменные константы величинами (6). Обусловленная симметрией связь одинакова для величин (5) и $D(p/p')$ из [3]. Поэтому можно сразу записать коэффициенты $A(\alpha F')_{mn}$, просто заменив в формулах (2,3)–(5,3) константы $\Phi(p/a/p' 0)$ на величины (6). Это ведет к добавкам $\Delta_a - \Delta_e$ к параметрам $a - e$, введенным в [3]. Добавки различны для разных α и F' .

К полученным результатам можно прийти без вычислений, основываясь на том, что в рассматриваемом кристалле возможны лишь ИК, записанные в (3). Вычисления приведены ради пояснения общей методики (выбор БВ, определение матрицы S).

4. Будем иметь в виду некоторый определенный индекс F' . Энергия является суммой трех эрмитовых квадратичных форм (3). Каждая форма содержит две комплексные координаты $\mu(\alpha F' 1)$ и $\mu(\alpha F' 2)$. В обменном приближении коэффициенты A во всех трех формах одинаковы, и поэтому одинаковы их собственные значения. Мы говорим об одной паре собственных значений λ_1 и λ_2 , которые можно условно назвать обменными.

При учете анизотропии благодаря добавкам к коэффициентам A (или параметрам $a - e$) значения коэффициентов квадратичных форм различны для разных α . Соответственно вместо меньшего обменного значения λ_2 мы получим три значения $\lambda_{2x}, \lambda_{2y}, \lambda_{2z}$. Анизотропия расщепляет энергетические уровни. Если анизотропная энергия сравнима с обменной, то минимумы значений $\lambda_{2\alpha}$ могут сильно сместиться по отношению к минимуму значения λ_2 и даже вообще исчезнуть. Этот вариант здесь не рассматривается, но его следует иметь в виду. Мы остановимся на случае, когда анизотропная энергия по сравнению с обменной достаточно мала и упомянутые эффекты не имеют места. При этом анизотропия по меньшей мере ориентирует несоизмеримость. Если известно, что несоизмеримость коллинеарна и что, например, $\lambda_{2x} < \lambda_{2y}, \lambda_{2z}$ в районе минимумов, то ММ атомом выстраиваются вдоль оси X . Если известно, что несоизмеримость спиральна и что, например, $\lambda_{2x}, \lambda_{2y} < \lambda_{2z}$, то ММ атомов поворачиваются в плоскости XY .

То, в какой последовательности идут величины $\lambda_{2\alpha}$, зависит от F' , а также от значения параметра k . Нас, конечно, интересуют те его значения, которые близки к точке k_m , в которой минимально λ_2 . Точка k_m должна определяться в обменном приближении с привлечением ИК высокого порядка. Известно, что разным температурам в некоторых кристаллах могут соответствовать разные векторы k_m , характеризующие магнитную несоизмеримость. Если, как в нашем примере, БВ $e_\alpha \varphi(F')$ преобразуются по неактивным НКП и поэтому кривые $\lambda_{2\alpha}(k)$ могут пересекаться, то возможен такой эффект: при изменении шага спирали изменяется ориентация плоскости поворотов ММ атомов.

5. Для каждого из четырех вариантов $F' = 1, 2, 3, 4$ и каждого значения $\alpha = x, y, z$ по формуле (6) мы вычислили добавки $\Delta a - \Delta e$, измеряя расстояния в ангстремах. Тем самым мы получили лишь знаки добавок и отношения между ними. Числовые значения истинных добавок, которые следует далее использовать, обусловливаются предположением об отношении анизотропной энергии к обменной. Мы сделали, например, так: все полученные «ангстремные» добавки разделили на 2000 и, в частности, для $F' = 3$ и $\alpha = x$ получили $\Delta d = \kappa = 0.0013$. Поскольку в [3] используются относительные единицы, в которых $d = 1$, то число $\kappa = 0.0013$ выступает в роли параметра, характеризующего отношение анизотропной энергии к обменной. Более точно: κ есть отношение суммы энергий взаимодействий между атомом в позиции (1,0) и атомами в позициях (5,0), (5, a_2), (5, a_3), (5, - a_3), (8,0), (8, a_2), (8, - a_3), (8, $a_2 - a_3$) к сумме обменных взаимодействий между атомом в той же позиции (1,0) и атомами в тех позициях, которые принимались во внимание в [3]. При этом, очевидно, путем деления «ангстремных» добавок на 2000 мы приходим к истинным, «безразмерным» добавкам в предположении, что $\kappa = 0.0013$.

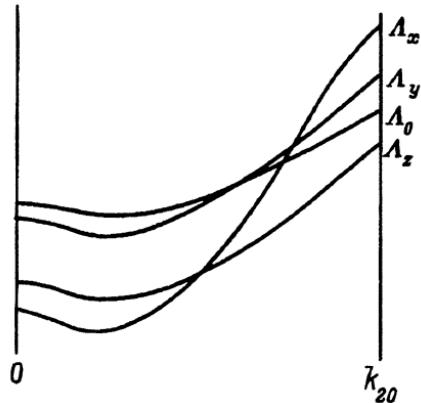
Подробное исследование требует рассмотрения разных значений отношения κ , но для нашей задачи — установить последовательность значений $\lambda_{2\alpha}$ в районе минимума значения λ_2 , — по-видимому, достаточно взять одно. Во всяком случае, как показывает проверка, увеличение и уменьшение в четыре раза значения κ не меняют последовательность $\lambda_{2\alpha}$. При увеличении κ в четыре раза у некоторых $\lambda_{2\alpha}$ пропадает минимум.

При вычислении добавок мы принимали во внимание большее число соседних атомов, чем это делали в [3], а именно всякий раз останавливались, когда следующие соседи вносили незначительный вклад. Так делать допустимо, поскольку в (6) в знаменатель входит третья степень расстояния.

В таблице для $F' = 3$ и $\kappa = 0.0013$ приведены истинные значения добавок, умноженные на 1000. Вычислены кривые $\Lambda_0 = 2(\lambda_{2\alpha} - a)$ и $\Lambda_\alpha = 2(\lambda_{2\alpha} - a)$ и изображены на рисунке (неточно, но с сохранением качественных особенностей). Видно следующее: 1) включение дипольных добавок несколько сдвигает точки минимумов; 2) в области минимумов имеют место неравенства $\Lambda_x < \Lambda_z < \Lambda_y$ (отсюда следует, что ММ атомов поворачиваются в плоскости XZ , т.е. имеет место циклоидальная спираль, наблюдающаяся на эксперименте в Cr_2BeO_4); 3) некоторые кривые пересекаются, так что, например, близко к границе первой зоны Бриллюэна имеет место последовательность $\Lambda_z < \Lambda_y < \Lambda_x$. Однако для правильного заключения об ориентации спирали в этой области нужно получить последовательность Λ_α при условии, что Λ_0 имеет минимум в этой приграничной области.

Анизотропные добавки к параметрам $a-e$

$F' = 3$	Δa_1	Δa_2	Δb_1	Δb_2	Δc_1	Δc_2	Δd	Δc
$\alpha = x$	0.3	0.4	-91	35.7	-10.6	-10.6	1.3	0.4
$\alpha = y$	28.4	28.3	70.1	-55.3	12.2	12.1	16.3	0
$\alpha = z$	28.7	-28.3	20.6	19.4	-1.7	-1.6	-17.8	0.4



Расщепление уровня Λ_0 обменной энергии при $F' = 3$.

Аналогичные вычисления были сделаны и для $F' = 1, 2, 4$. При $F' = 4$ в области минимумов $\Lambda_y < \Lambda_z < \Lambda_x$ (обычная спираль, когда ось поворотов ММ атомов параллельна вектору k). В первой зоне Бриллюэна $\Lambda_x < \Lambda_y < \Lambda_z$ для $F' = 1$ и $\Lambda_x < \Lambda_y < \Lambda_z$ для $F' = 2$.

6. Для более полного исследования ситуации в Cr_2BeO_4 вернемся к обменному приближению и обсудим отношение величин ММ атомов в первой и второй системах позиций. Пусть M_1 и M_2 — какие-либо компоненты векторов $\mathbf{M}(31)$ и $\mathbf{M}(32)$ в (1,3), например x -компоненты, $H(3)_x = A_{jj'} M_j^* M_{j'}$ — связанная с ними часть обменной энергии $H(3)$. Форму (1,3) мы приводим к сумме квадратов с помощью некоторой матрицы B и вместе с тем получаем, что $H(3)_x = \lambda_j M_j^* M_{j'}$, где $M'_j = B_{jj'} M_j$, λ_j — собственные значения, $\lambda_2 < \lambda_1$. Значение λ_2 минимизируется.

В магнитной фазе $M'_1 = 0$, $M'_2 \neq 0$, причем M'_2 как-то определяется при минимизации термодинамического потенциала. Ясно, что x -компонента магнитной плотности принимает вид

$$\mathbf{M}(\mathbf{r})_x = \sum \mu(\alpha F' j' i') \varphi(F' j' i') = M'_2 [B_{12}^* \varphi(311) + B_{22}^* \varphi(321)],$$

а отношение величин ММ атомов первой системы к таковым второй оказывается равным

$$\eta = \left| \frac{B_{12}}{B_{22}} \right| = \frac{A_{12}}{\lambda_2 - A_{11}} = \frac{2\rho(\sin \varphi + \cos \varphi) \sin \chi_m}{1 + 2\rho^2 \sin \varphi (\sin \varphi - \cos \varphi) \cos 2\chi_m},$$

где использованы обозначения из [3]. В случае $\rho^2 = 2$, $\varphi = 40^\circ$ получаем, что $\chi_m \approx 10^\circ$, $\eta = 0.53$. Экспериментальные данные таковы: $\chi_m \approx 12^\circ$, $\eta = 0.56$. Проведенные рассуждения приближенны, так что совпадение случайно. Однако не случайно то, что $\eta \neq 0$ и $\eta \neq 1$.

7. Опишем полученные теоретически структуры. Из эксперимента берем во внимание тот факт, что в Cr_2BeO_4 реализуется спираль с $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$: Анизотропия, как было выше показано, вынуждает нас остановиться на индексе $F' = 3$ и принять, что ММ атомов поворачиваются в плоскости XZ . Из общего рассмотрения в [6] следует, что несоизмеримая структура описывается векторами $\mathbf{R}_1 + i\mathbf{J}_1$ и $\mathbf{R}_2 + i\mathbf{J}_2$,

где \mathbf{R} и \mathbf{J} — вещественные векторы. Спираль, в частности, осуществляется при выполнении условий

$$\mathbf{R}_1 \parallel \mathbf{R}_2, \quad \mathbf{J}_1 \parallel \mathbf{J}_2, \quad \mathbf{R}_1 \perp \mathbf{J}_1, \quad \mathbf{R}_2 \perp \mathbf{J}_2.$$

В [6] векторы \mathbf{R} и \mathbf{J} не ориентируются каким-либо специальным образом относительно кристалла, соответственно не ориентируется спираль. Ориентация векторов \mathbf{R} и \mathbf{J} обуславливает ориентацию спирали. Наблюдающуюся в Sr_2BeO_4 ориентацию мы получим, если возьмем, например, такой случай:

$$\mathbf{R}_1 + i\mathbf{J}_1 = (ib_1, 0, a_1), \quad \mathbf{R}_2 + i\mathbf{J}_2 = (ib_2, 0, a_2).$$

С другой стороны, при приведении к сумме квадратов формы (3) остается свободным фазовый множитель, общий для $\mu(\alpha F'1)$ и $\mu(\alpha F'2)$, этот множитель можно выбрать разным для различных α (точнее, он определяется при учете ИК высокого порядка, но мы этого не делаем, а считаем его свободным; предполагаем, что фазы близки к нулю или $|\delta_1 - \delta_2| \ll \chi_m$). В связи с этим и с учетом того, что лишь в чисто обменном приближении выполняются соотношения $a_1 = b_1$ и $a_2 = b_2$, мы должны положить ($F' = 3$; $j = 1, 2$) компоненты векторов $\mathbf{M}(31)$ и $\mathbf{M}(32)$ равными

$$\mu(x31) = ib_1 \exp i\delta_1, \quad \mu(z31) = a_1 \exp i\delta_2,$$

$$\mu(x32) = ib_2 \exp i\delta_1, \quad \mu(z32) = a_2 \exp i\delta_2.$$

Далее компоненты ММ атомов вычисляются по формуле (16,2), которая в данном случае приобретает вид

$$\mu(\alpha pn) \sim \operatorname{Re} \varepsilon(p) R_3(p/3j) \mu(\alpha 3j) \exp 4in\chi, \quad (7)$$

где n нумерует ячейки вдоль оси X . Окончательно получим

$$\mu(x3n) = -\mu(x1n) = b_1 \sin(4n\chi + \delta_1), \quad \mu(x2n) = -\mu(x4n) = b_1 \sin(4n\chi + 2\chi + \delta_1),$$

$$\mu(z1n) = -\mu(z3n) = a_1 \cos(4n\chi + \delta_2), \quad \mu(z4n) = -\mu(z2n) = a_1 \cos(4n\chi + 2\chi + \delta_2),$$

$$\mu(x8n) = -\mu(x5n) = b_2 \cos(4n\chi + \chi + \delta_1), \quad \mu(x6n) = -\mu(x7n) = b_2 \cos(4n\chi + 3\chi + \delta_1),$$

$$\mu(z8n) = -\mu(z5n) = a_2 \sin(4n\chi + \chi + \delta_2), \quad \mu(z6n) = -\mu(z7n) = a_2 \sin(4n\chi + 3\chi + \delta_2).$$

В каждой подсистеме позиций, характеризуемой определенным номером p , реализуется эллиптическая циклоидальная спираль, которую можно назвать ферромагнитной, поскольку ММ атомов становится параллельными при $\chi = 0$. Сложную спираль, реализующуюся на одной системе эквивалентных позиций, по аналогичной причине можно назвать антиферромагнитной. Если положить $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, $\delta_1 = \delta_2$, мы придем к структуре, полностью совпадающей с экспериментально установленной в [7].

В случае $F' = 4$, который в принципе может иметь место в кристаллах рассматриваемого типа, следует положить

$$\mu(y41) = ib_1 \exp i\delta_1, \quad \mu(z41) = a_1 \exp i\delta_2,$$

$$\mu(y42) = ib_2 \exp i\delta_1, \quad \mu(z42) = a_2 \exp i\delta_2$$

и далее воспользоваться (7).

Работа частично поддержана фондом фундаментальных исследований ГКНТ Украины (грант 2/151).

Список литературы

- [1] Ковалев О.В. ФНТ **6**, *1*, 92 (1980).
- [2] Ковалев О.В. ФТТ **32**, *8*, 2381 (1990).
- [3] Ковалев О.В. ФТТ **37**, *11*, (1995).
- [4] Ковалев О.В. Неприводимые и индуцированные представления и копредставления федоровских групп. М. (1986). 368 с.
- [5] Ковалев О.В. ФТТ **17**, *6*, 1700 (1975).
- [6] Ковалев О.В. ФТТ **36**, *7*, 2074 (1994).
- [7] Newnham R.E., Kramer J.J., Schulze W.A., Gross L.E. J. Appl. Phys. **49**, *12*, 6088 (1978).