

## ФЛУКТУАЦИИ В ДИЭЛЕКТРИКАХ ПРИ ФОТОВОЗБУЖДЕНИИ

© В.Б. Ефлов

Петрозаводский государственный университет,  
185640 Петрозаводск, Россия  
(Поступила в Редакцию 9 августа 1994 г.  
В окончательной редакции 3 августа 1995 г.)

Проводится анализ решений феноменологических уравнений и уравнений для ковариационных функций переходных процессов при стационарной генерации электронно-дырочных пар в диэлектриках и полупроводниках в присутствии случайной аддитивной компоненты (шума). Учитываются захват на ловушки и рекомбинация через центры захвата. Использована модель, основанная на анализе нелинейных феноменологических дифференциальных уравнений. Решение получено для уравнений ковариационных функций и переменных задачи в рамках метода представления решения через нелинейные функции Грина для стохастических дифференциальных уравнений. Решения представлены в виде интегралов от экспонент некоторых операторов и рассчитаны приближенно в явной аналитической форме. Оцениваются характеристики подсистем свободных и захваченных носителей, имеющих различные характеристические временные масштабы. Построены ковариационные функции для переменных задачи, кроссковариационные функции. Приводятся некоторые численные оценки характеристик подсистем, а также оценки относительных флюктуаций концентраций носителей.

1. Для расчета характеристик переходных процессов будем использовать приближенные феноменологические уравнения, которые учитывают захват и рекомбинацию заряженных частиц в диэлектриках, подвергнутых воздействию стационарного ионизующего излучения. Задача расчета характеристик достаточно широко исследована численными методами, а также аналитическими, но при пренебрежении захватом и рекомбинацией через центры захвата. Для многих классов задач, в частности и практически важных, пренебрежение процессами захвата и рекомбинации недопустимо, так как именно эти процессы вызывают образование объемного заряда в диэлектриках и увеличение плотности поверхностных состояний на межфазной границе полупроводник-диэлектрик, что в свою очередь приводит к изменению характеристик полупроводниковых приборов, находящихся под воздействием ионизующего излучения.

Задача построения и анализа ковариационных функций процессов, происходящих в диэлектрике при стационарном фотовозбуждении в присутствии случайной компоненты ионизующего излучения, ранее не рассматривалась.

Целью настоящей статьи является получение приближенных аналитических решений для уравнений, описывающих нестационарные процессы при фотовозбуждении в диэлектриках и полупроводниках, а также аналитических решений для уравнений, описывающих ковариационные функции.

Запишем исходные феноменологические уравнения в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{n} &= G - T_n - R_n - \frac{n}{\tau_n}, & \dot{p} &= G - T_p - R_p - \frac{p}{\tau_p}, \\ \dot{n}_t^- &= T_n - R_p - \frac{n_t^-}{\tau_t^-}, & \dot{n}_t^+ &= T_p - R_n - \frac{n_t^+}{\tau_t^+}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $G$  — скорость генерации электронно-дырочных пар,  $T_n$  и  $T_p$  — скорости захвата электронов и дырок на центры захвата,  $R_n$  и  $R_p$  — скорости рекомбинации электронов с захваченными дырками и дырок с захваченными электронами,  $n$  и  $p$  — концентрации электронов и дырок,  $n_t^-$  и  $n_t^+$  — концентрации захваченных электронов и дырок,  $\tau_e$ ,  $\tau_p$ ,  $\tau_t^-$ ,  $\tau_t^+$  — времена жизни свободных электронов и дырок, а также захваченных электронов и дырок соответственно, введенные для учета взаимодействия с термостатом. Непосредственная рекомбинация дырок и электронов в данной задаче принимается пренебрежимо малой. Корректность перехода от распределенной модели (см., например, [1,2]) к локальной обсуждалась нами в работе [3]. Было показано, что при соответствующем выборе времен релаксации модель корректна, что следует, в частности, из представления нелинейной функции Грина для краевой задачи системы уравнений распределенной системы.

Примем, что

$$\begin{aligned} T_p &= t_p p (N_t^+ - n_t^+), & R_p &= r_p p n_t^-, \\ T_n &= t_n n (N_t^- - n_t^-), & R_n &= r_n n n_t^+, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $t_p$  и  $t_n$  — постоянные захвата для дырок и электронов,  $r_p$  и  $r_n$  — постоянные рекомбинации,  $N_t^-$  и  $N_t^+$  — концентрации электронных и дырочных ловушек, нейтральных, если захват на них не произошел.

Подобные модели и феноменологические уравнения рассмотрены в работах [1,2,4,5], но в них приводится численный анализ пространственно распределенной системы, а также в работах автора [3,6], но с использованием других методов решения системы уравнений (1) [7]. В работе [3] для случая пространственно распределенной системы обсуждалась структура корреляционных функций, построенных на основе метода решения, предложенного в работе [6] при дельта-коррелированном шуме ионизирующего излучения.

Если положить, что

$$n(0) = p(0) = n_t^-(0) = n_t^+(0), \quad (3)$$

т.е. диэлектрик является первоначально незаряженным и в нем отсутствуют свободные носители заряда, и принять, что

$$t_p = t_n, \quad r_p = r_n, \quad \tau_t^- = \tau_t^+, \quad \tau_e = \tau_p, \quad N_t^+ = N_t^-, \quad (4)$$

то легко показать, что

$$n(t) = p(t), \quad n_t^-(t) = n_t^+(t).$$

Аналогичный результат может быть получен и из других предположений, не требующих выполнения равенств (4). Рассмотрим полную систему уравнений (1) и ее линеаризацию. Для нелинеаризованной системы мы можем непрерывно деформировать значения параметров системы, от которых зависят переменные задачи, таким образом, что собственные значения матрицы оператора системы уравнений (1) в правой части сохранят свой порядок [8]. Для линеаризованной системы ситуация еще проще, так как система уравнений в этом случае расщепляется и превращается в систему из двух пар независимых уравнений, для которых эквивалентность уравнений для различных типов свободных и захваченных носителей очевидна [6]. В силу этого метод представления решения в хронологических экспонентах [9–11] не изменяет порядков корней и (в данном случае) их знаков. Это приводит к сохранению качественного поведения решения для любого из выбранных параметров. Выбраны могут быть любые пары из  $n$ ,  $p$  и  $n_t^-$ ,  $n_t^+$ . Для получения корректного численного результата следует лишь заменить соответствующие переменные и константы (например, концентрацию электронов на концентрацию дырок, скорость захвата электронов на скорость захвата дырок и т.д.).

Утверждение о равенстве концентраций различных типов носителей, несомненно, является техническим упрощением задачи, но, во-первых, оно позволяет получить аналитические оценки, а во-вторых, как будет видно в дальнейшем, дает разумные численные значения для оценок физических параметров системы, близкие к полученным в экспериментальных работах. Это утверждение является, безусловно, верным для концентраций электронов и дырок в чистых полупроводниках и диэлектриках [5, 12, 13], а также справедливо при удержании бесконечного числа членов в асимптотическом ряде представления решения через хронологические экспоненты нелинейной системы.

Система уравнений (1) с учетом (2), (4) может быть приведена к виду

$$\begin{aligned} \dot{n} &= D - t_0 n(N_n - n_t^+) - r_0 n n_t^+ - \frac{n}{\tau_e}, \\ \dot{n}_t^+ &= t_0 n(N_n - n_t^+) - r_0 n n_t^+ - \frac{n_t^+}{\tau_t}, \end{aligned} \quad (5)$$

где положено

$$\begin{aligned} t_p &= t_n = t_0, \quad r_p = r_n = r_0, \quad \tau_t^- = \tau_t^+ = \tau_t, \\ \tau_e &= \tau_p, \quad N_t^+ = N_t^- = N_t. \end{aligned}$$

Мы избрали в качестве переменных задачи концентрации электронов и захваченных дырок, потому что именно они, как правило, и оцениваются в экспериментах [5].

Рассмотрим метод решения задачи. Для удобства записи введем следующие векторы:

$$\mathbf{n} = (n, n_t^+), \quad \mathbf{g} = (G, 0). \quad (6)$$

Используя введенные обозначения, систему уравнений можно переписать в следующем виде:

$$\dot{\mathbf{n}} = L\mathbf{n} + N\mathbf{n} + \mathbf{g}, \quad (7)$$

где  $L, N$  — линейная и нелинейная части оператора из правой части системы уравнений (5). Формальное решение системы уравнений (7) можно представить в виде следующего интегрального уравнения через экспоненты от разложения в правой части (7) оператора задачи:

$$\mathbf{n}(t) = \exp(Lt)\mathbf{n}(0) + \int_0^t \exp[L(t-\tau)]\mathbf{g}d\tau + \int_0^t \exp[L(t-\tau)]N\mathbf{n}(t-\tau)d\tau. \quad (8)$$

Полученное выражение, с одной стороны, является интегральным уравнением, а с другой — носит название нелинейной функции Грина и является удобным и полезным представлением для анализа нелинейных уравнений и стохастических дифференциальных уравнений (СДУ). Данный термин («нелинейная функция Грина») был введен в работах [10,13] и используется достаточно широко в работах по нелинейному анализу и теории СДУ.

2. Как хорошо известно, можно разрешить полученное интегральное уравнение приближенно, используя интегральные ряды, если для норм операторов выполнимо условие  $\|N\| \ll \|L\|$  [14]. Используя технику оценки норм операторов [14], несложно показать, что это условие выполняется: так как норма нелинейной части оператора  $\|N\|$  мала. Тогда можно получить оперативное разложение для вектора решения  $\mathbf{n}(t) = \mathbf{n}_0(t) + \mathbf{n}_1(t) + \dots$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_0(t) &= \exp(Lt)\mathbf{n}(0) + \int_0^t \exp[L(t-\tau)]\mathbf{g}d\tau, \\ \mathbf{n}_{(1)}(t) &= \exp(Lt)\mathbf{n}(0) + \int_0^t \exp[L(t-\tau)]\mathbf{g}d\tau + \\ &+ \int_0^t \exp[L(t-\tau)]N\mathbf{n}_{(0)}(t-\tau)d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

и т.д.

Прямое интегрирование первого из членов интегрального ряда (9) дает нулевое приближение для переменных

$$n_{(0)}(t) = \frac{G}{\Delta_0} \left( 1 - \exp(-\Delta_0 t) \right),$$

$$n_{(1)}^+(t) = Q_0 \left( 1 - \exp(-\Delta_0 t) \right) + Q_1 \left( 1 - \exp(-t/\tau_t) \right), \quad (10)$$

$$\Delta_0 = t_0 N_t + \tau_e^{-1}, \quad Q_0 = \frac{t_0 N_t G \tau_t}{\Delta_0(\Delta_0 \tau_t - 1)}, \quad Q_1 = \frac{t_0 N_t G \tau_t^2}{\Delta_0 \tau_t - 1}$$

введены для компактности представления результатов.

Полученное решение позволяет нам оценить введенные времена релаксации, ответственные за взаимодействие с термостатом, через экспериментальные и численные результаты  $\tau_e = 10^{-7} - 10^{-11}$  s,  $\tau_t = 2.5 \cdot 10^5 - 10^7$  s для пленок PbO [1,2,5].

Поскольку исходные уравнения (7) — система обыкновенных дифференциальных уравнений, ее решения можно рассмотреть на фазовой плоскости (концентрация электронов, концентрация захваченных дырок)  $\equiv (n, n_t^+)$ . Уравнение, связывающее концентрацию захваченных дырок и электронов, имеет вид

$$n_t^+ = \frac{Q_0 \Delta_0}{G} n + Q_1 \left( 1 - \exp(-t/\tau_t) \right). \quad (11)$$

Видно, что при принятых изначально предположениях электронная подсистема значительно быстрее выходит на насыщение, а также быстрее релаксирует к исходному состоянию, чем подсистема захваченных дырок.

Для любого векторного нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения задача с начальными условиями, удовлетворяющая условиям теоремы единственности и существования решения, может быть формально записана в виде нелинейного интегрального уравнения — нелинейной функции Грина [10,13]. Для первой поправки к решению явная интегральная форма — второе уравнение в системе (9). Запишем выражения для первых поправок к нулевому приближению, произведя интегрирование в правой части (9). Нелинейная поправка к концентрации свободных носителей при условии  $t_0 \ll \tau_0$  (эквивалентно условию  $\tau_0 + t_0 \approx \tau_0$  и соответствует принятым значениям констант) имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta n(t) &= \exp(-\Delta_0 t) \left[ \frac{Gr_0(Q_0 + Q_1)}{\Delta_0} - \frac{GQ_1 r_0 \tau_t \exp(-t/\tau_t)}{\Delta_0(\Delta_0 \tau_t + 1)} \right] + \\ &+ \exp(-2\Delta_0 t) \left[ \frac{GQ_1 r_0 \tau_t \exp(-t/\tau_t)}{\Delta_0(2\Delta_0 \tau_t + 1)} - \frac{Gr_0(2Q_0 + Q_1)}{2\Delta_0^2} \right] + \frac{GQ_0 r_0 \exp(-3\Delta_0 t)}{3\Delta_0^2} - \\ &- \frac{Gr_0[4\Delta_0 Q_0 \tau_t^2 + 3\Delta_0 \tau_t(2Q_0 + 3Q_1) + 2Q_0 + 3Q_1]}{6\Delta_0^2(2\Delta_0 \tau_t + 1)(\Delta_0 \tau_t + 1)}. \end{aligned}$$

Для захваченных носителей поправка записывается в следующем виде:

$$\Delta n_t^+ = -\exp(-\Delta_0 t) \left[ \frac{r_0 \exp(-t/\tau_0)(G\tau_t(2Q_0 + Q_1) + 2Q_0 Q_1)}{\Delta_0(\Delta_0 \tau_t + 1)} - \right.$$

$$-\frac{r_0 Q_1 \exp(-t/\tau_t)(G\tau_t + Q_1)}{\Delta_0(\Delta_0 \tau_t + 1)} + \frac{r_0 Q_1(Q_0 + Q_1)}{\Delta_0^2 \tau_t} \left. \right] +$$

$$+ \exp(-2\Delta_0 t) \left[ \frac{r_0 \exp(-t/\tau_t)(GQ_0 \tau_t + Q_1(Q_0 - Q_1))}{\Delta_0(2\Delta_0 \tau_t + 1)} - \frac{Q_1 r_0(2Q_0 + Q_1)}{2\Delta_0^2 \tau_t} \right] -$$

$$- \exp(-3\Delta_0 t) \frac{Q_0 Q_1 r_0}{3\Delta_0^2 \tau_t} + \frac{r_0 \exp(-t/\tau_t)(G\tau_t + Q_1)(Q_0 + Q_1)}{\Delta_0} -$$

$$- \frac{r_0 \exp(-2t/\tau_t)(G\tau_t + Q_1)Q_1}{2\Delta_0} - \frac{Z_0}{Z_1},$$

где

$$Z_0 = r_0 \left\{ 6\Delta_0^4 \tau_t^4 (2Q_0 + Q_1)(G\tau_t + Q_1) + \Delta_0^3 \tau_t^3 [3G\tau_t(8Q_0 + 7Q_1) + Q_1(20Q_0 + 21Q_1)] + \right.$$

$$+ \Delta_0^2 \tau_t^2 Q_1 (9G\tau_t - 14Q_0) - 7\Delta_0 \tau_t Q_1 (2Q_0 + 3Q_1) - 2Q_1 (2Q_0 + 3Q_1) \left. \right\},$$

$$Z_1 = 6\Delta_0^2 \tau_t^4 (2\Delta_0 \tau_t + 1)(\Delta_0 \tau_t + 2)(\Delta_0 \tau_t + 1).$$

Для пленок PbO примем <sup>[1,2,5]</sup>  $r_0 = 7.5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^3/\text{s}$ ,  $t_0 = 10^{-20} \text{ м}^3/\text{s}$ ,  $N_t = 10^{24} \text{ м}^3$ ,  $[t_0 N_t] = 10^{-4} \text{ с}$ . Положим наконец, что скорость генерации электронно-дырочных пар равна  $G = 5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ . При этом наборе параметров получается, что нелинейные поправки не превышают 0.5%.

3. Предположим, что скорость генерации пар  $G$  не является более константой, а представляется в виде

$$G = G_0 + \eta, \quad (12)$$

где первое слагаемое есть константа, а второе — случайная аддитивная компонента (шум) скорости генерации пар. Для удобства представления введем следующие векторы:

$$\mathbf{g}_s = (\eta, 0), \quad \mathbf{g} = \mathbf{g}_0 + \mathbf{g}_s. \quad (13)$$

Пусть статистические характеристики шума имеют следующий вид:

$$\langle \mathbf{g}_s(t) \rangle = 0, \quad (14)$$

$$\langle \mathbf{g}_s(t) \mathbf{g}_s^T(t') \rangle = \gamma \delta(t - t'), \quad (15)$$

где  $\gamma$  — корреляционная матрица внешнего шума.

Стохастическая форма исходного уравнения (7) теперь будет иметь вид

$$\dot{\mathbf{n}} = L\mathbf{n} + N\mathbf{n} + \mathbf{g} + \mathbf{g}_s, \quad (16)$$

и соответственно в интегральном представлении формальное решение и интегральное уравнение — нелинейная функция Грина — есть

$$\mathbf{n}(t) = \exp(Lt)\mathbf{n}(0) + \int_0^t \exp[L(t-\tau)](\mathbf{g}_0 + \mathbf{g}_s)d\tau + \int_0^t \exp[L(t-\tau)]N\mathbf{n}(t-\tau)d\tau. \quad (17)$$

Для средних значений в предположении статистической независимости шума от величин, определяющих оператор задачи (что является совершенно естественным предположением), можно записать

$$\langle \mathbf{n}(t) \rangle = \exp(Lt)\langle \mathbf{n}(0) \rangle + \int_0^t \exp[L(t-\tau)]\mathbf{g}_0 d\tau + \int_0^t \exp[L(t-\tau)]N\langle \mathbf{n}(t-\tau) \rangle d\tau, \quad (18)$$

что совпадает с исходным представлением для детерминированных величин. Рассмотрим далее флюктуации в системе, используя методы неравновесной термодинамики и техники СДУ [10, 11, 15].

Предположим, что

$$\delta \mathbf{n}(t) = \mathbf{n}(t) - \langle \mathbf{n}(t) \rangle,$$

и определим ковариационную матрицу  $\sigma(t)$  в следующем виде:

$$\sigma(t) = \frac{1}{\tau_0} \langle \delta \mathbf{n}(t) \delta \mathbf{n}^T(t) \rangle = \frac{1}{\tau_0} \exp(Rt) \left( \int_0^t \exp(-R\tau) \gamma \exp(-R^T\tau) d\tau \right) \exp(Rt), \quad (19)$$

где  $R\mathbf{n} = L\mathbf{n} + N\mathbf{n}$ , а размерный множитель  $1/\tau_0$ ,  $[1/\tau_0] = \text{s}^{-1}$ , введен для удобства интерпретации и согласования с общепринятыми представлениями ковариационных и корреляционных функций [15]. Далее мы будем опускать  $1/\tau_0$  в выражениях для ковариационных и корреляционных функций, считая, что размерности соответствующих величин умножаются на  $\text{s}^{-1}$ .

Дифференциальное уравнение для  $\sigma(t)$  имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dt} = R\sigma(t) + \sigma(t)R^T + \gamma. \quad (20)$$

Поскольку нелинейные поправки к собственным значениям линеаризованного оператора малы, мы можем записать флюктуационно-диссипативное [15, 16] соотношение для данного процесса, которое имеет вид

$$R\sigma(t) + \sigma(t)R^T = -\gamma, \quad (21)$$

или только для линейной части

$$L\sigma(t) + \sigma(t)L^T = -\gamma. \quad (22)$$

Для

$$t, t' \gg \max\{1/\Delta_0, \tau_t\}$$

процесс стационарен, следовательно, для  $t < t'$  корреляционная функция есть

$$C(t, t') = \langle \mathbf{n}(t)\mathbf{n}^T(t') \rangle = C(t - t'), \quad (23)$$

и поэтому

$$C(t, t') = \exp(R|t - t'|)\sigma. \quad (24)$$

Вычислим линейное приближение ковариационной функции, используя линеаризованное представление дифференциального уравнения ковариационной функции

$$\frac{d\sigma}{dt} = L\sigma(t) + \sigma(t)L^T + \gamma. \quad (25)$$

Для удобства представления конечных результатов запишем явное выражение для ковариационной матрицы внешнего шума. Пусть она имеет вид

$$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Компоненты ковариационной матрицы процесса в линейном представлении имеют вид

$$\sigma_{11} = \frac{\gamma_0}{2\Delta_0} - \frac{\gamma_0 \exp(-2\Delta_0 t)}{2\Delta_0},$$

$$\begin{aligned} \sigma_{12} \equiv \sigma_{21} &= -\frac{\gamma_0 Q_1 \exp(-t/\tau_t)}{G(\Delta_0 \tau_t + 1)} + \frac{\gamma_0 Q_1 \exp(-2\Delta_0 t)}{2\Delta_0 G \tau_t} - \frac{\gamma_0 Q_1}{G(\Delta_0 \tau_t + 1)} + \frac{\gamma_0 Q_1}{2\Delta_0 G \tau_t}, \\ \sigma_{22} &= \frac{2\gamma_0 Q_1^2 \exp(-\Delta_0 t - t/\tau_t)}{G^2 \tau_t (\Delta_0 \tau_t + 1)} - \frac{\gamma_0 Q_1^2 \exp(-2\Delta_0 t)}{2\Delta_0 G^2 \tau_t} - \\ &- \frac{\gamma_0 Q_1^2 \exp(-2t/\tau_t)}{2G^2 \tau_t} + \frac{\gamma_0 Q_1^2}{2G^2 \tau_t} - \frac{2\gamma_0 Q_1^2}{G^2 \tau_t (\Delta_0 \tau_t + 1)} + \frac{\gamma_0 Q_1^2}{2\Delta_0 G^2 \tau_t}, \end{aligned}$$

и соответственно стационарные значения ковариационной матрицы равны

$$\sigma_{11}^{(s)} = \frac{\gamma_0}{2\Delta_0},$$

$$\sigma_{12}^{(s)} \equiv \sigma_{21}^{(s)} = \frac{\gamma_0 Q_1}{G(\Delta_0 \tau_t + 1)} - \frac{\gamma_0 Q_1}{2\Delta_0 G \tau_t},$$

$$\sigma_{22}^{(s)} = -\frac{2\gamma_0 Q_1^2}{G^2 \tau_t (\Delta_0 \tau_t + 1)} + \frac{\gamma_0 Q_1^2}{2\Delta_0 G^2 \tau_t^2} - \frac{\gamma_0 Q_1^2}{2G^2 \tau_t}. \quad (26)$$

Для дальнейшего анализа определим относительную величину шума

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{G^2} \quad (i, j = 1, 2), \quad \varepsilon_0 \equiv \varepsilon_{11} = \frac{\gamma_0}{G^2},$$

а также матрицу относительных значений ковариационной матрицы для стационарного случая

$$E_{ij} = \frac{\sigma_{ij}^{(s)}}{G^2} \quad (i, j = 1, 2).$$

Тогда компонента

$$E_{11}^{(s)} = \frac{\varepsilon_0}{2\Delta_0} = \frac{\varepsilon_0}{(t_0 N_t + \tau_e^{-1})}$$

определяет величину относительных флюктуаций концентрации электронов для стационарного процесса. Кроссковариационная компонента переменных задачи имеет вид

$$E_{12}^{(s)} = \varepsilon_0 \left( \frac{Q_1}{G(\Delta_0 \tau_t + 1)} - \frac{Q_1}{2\Delta_0 G \tau_t} \right) \approx \varepsilon_0 \frac{Q_1}{2\Delta_0 G \tau_t},$$

так как  $\Delta_0 \tau_t \gg 1$ . Переписывая это выражение в константах задачи, получим

$$E_{12}^{(s)} \approx \varepsilon_0 \frac{t_0 N_t}{(t_0 N_t + \tau_e^{-1})^2},$$

т.е. кроссковариационная компонента ковариационной матрицы относительных значений также не зависит от скорости генерации пар, и следовательно, от интенсивности внешней накачки. Величина флюктуаций концентрации захваченных носителей равна

$$E_{22}^{(s)} = \varepsilon_0 \left( -\frac{2Q_1^2}{G^2 \tau_t (\Delta_0 \tau_t + 1)} + \frac{Q_1^2}{2\Delta_0 G^2 \tau_t^2} + \frac{Q_1^2}{2G^2 \tau_t} \right), \quad (27)$$

или приближенное выражение в переменных задачи

$$E_{22}^{(s)} \approx \varepsilon_0 \frac{(t_0 N_t)^2 (\Delta_0 \tau_t - 1)}{2\Delta_0^3} \approx \frac{\varepsilon_0 t_0^2 N_t^2 \tau_t}{2(t_0 N_t + \tau_e^{-1})^2}.$$

Полученные выражения для абсолютных и относительных флюктуаций в системе позволяют оценить уровень флюктуаций и, кроме того, могут служить для оценки величины флюктуаций ионизирующего излучения по характеристикам флюктуаций систем свободных и захваченных носителей. Следует также отметить, что предложенный метод приведения уравнений, описывающих распределенную систему [1,2], к эффективной локальной (1) [3,6] удобен для оценки параметров переходных процессов в диэлектриках в достаточно широком диапазоне значений параметров системы и качественно хорошо описывает процессы в диэлектриках. К достоинствам метода следует отнести представление результатов в аналитической форме.

Взаимодействие подсистем при наличии внешнего шума существенно влияет на характер (т.е. на значения уровня концентраций носителей в стационарном состоянии, скорость перехода, время, форму криевых и т.п.) достижения равновесного состояния в системе. Например,

для захваченных носителей выражение (26) определяет более медленный, чем для линейной модели без учета корреляций, переход к стационарному состоянию. Стационарное состояние в свою очередь подвержено флуктуациям с относительным уровнем (27), превышающим для ряда экспериментальных условий уровень погрешностей, вносящих учетом, например, туннельного ухода захваченных дырок с локальных центров захвата [17].

Автор выражает благодарность М. Fischetti за плодотворные дискуссии и интерес, проявленный к работе.

### Список литературы

- [1] Sokel R., Huges R.C. J. Appl. Phys. **11**, 11, 7414 (1982).
- [2] Huges R.C., Sokel R. J. Appl. Phys. **52**, 11, 6743 (1981).
- [3] Eflov V.B. Abstracts III Intern. seminar on simulation of devices and technologies. Russian Academy of Science. Obninsk (1994). P. 56.
- [4] Кудряшов Н.А., Кучеренко С.С., Маузер Е.А. ФТТ **30**, 3, 784 (1988).
- [5] Гуртов В.А. Радиационные процессы в структурах металл-диэлектрик-полупроводник. Петрозаводск (1988). 96 с.
- [6] Ефлов В.Б. Деп. В ВИНИТИ рег. № 1468-В94 от 15.06.1994.
- [7] Ефлов В.Б. Асимптотические методы и сингулярные возмущения. Петрозаводск (1994). 68 с.
- [8] Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М. (1967). 576 с.
- [9] Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. (1975). 240 с.
- [10] Adomian G., Sibul L.H. J. Math. Anal. Appl. **60**, 3, 743.
- [11] Adomian G. J. Math. Anal. Appl. **55**, 1, 441.
- [12] Смит Р. Полупроводники. М. (1982). 560 с.
- [13] Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. М. (1979). Т. 2. 424 с.
- [14] Хатсон В., Пим Дж.С. Приложения функционального анализа и теории операторов. М. (1983). 432 с.
- [15] Кайзер Дж. Статистическая термодинамика неравновесных процессов. М. (1990). 608 с.
- [16] Климонтович Ю.Л. Турбулентное движение и структура хаоса. М. (1990). 320 с.
- [17] Гуртов В.А., Назаров А.И., Травков И.В. ФТП **24**, 6, 969 (1990).