ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СПИН-ВОЛНОВЫХ СОСТОЯНИЙ В СЛАБО АНИЗОТРОПНЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

© *С.В.Тарасенко*

Донецкий физико-технический институт Академии наук Украины,
340114 Донецк, Украина
(Поступила в Редакцию 18 ноября 1993 г.
В окончательной редакции 3 августа 1995 г.)

На примере слабо анизотропной ($\beta < 4\pi$, β — константа анизотропии) модели ферромагнетика, однородно намагниченного внешним магнитным полем, исследованы особенности формирования нелинейных поверхностных спин-волновых состояний в магнитоупорядоченной среде, модуляционно устойчивой по Лайтхиллу. Исследованы случаи полуограниченного магнетика, обменно-связанных магнитных полупространств, структуры типа магнитный сэндвич.

В работе [1] на примере легкоосного ферромагнетика было показано, что последовательный учет нелинейных свойств магнитоупорядоченного кристалла уже в слаболинейном приближении приводит к формированию нового типа нелинейных поверхностных спин- волновых возбуждений (НПСВ) (как поверхностных спиновых волн, так и спин-волновых состояний), не имеющих линейного аналога при стремлении амплитуды спиновых колебаний к нулю. В той же модели результаты работы [1] были обобщены в [2] на случай произвольных амплитуд спиновых отклонений от равновесной ориентации вектора намагниченности. При этом, в частности, было показано, что такой подход приводит не только к увеличению числа ветвей нелинейных поверхностных спин-волновых возбуждений, качественно совпадающих с исследованными в [1], но и к формированию нового типа локализованных магнитных возбуждений, не реализующихся в слабонелинейном по амплитуде спиновых колебаний пределе. Однако как в [1], так и в [2] пренебрегалось влиянием магнитодипольного взаимодействия на условия формирования указанных типов волн, что ограничивает область применимости полученных в [1,2] результатов легкоосными магнетиками, для которых

$$\beta > 4\pi, \tag{1}$$

β — константа легкоосной магнитной анизотропии. Вместе с тем, как известно [3], существует широкий спектр ферромагнитных кристаллов (в частности, ферриты-гранаты), для которых условие (1) не выполним (слабо анизотропные магнетики), и, следовательно, анализ условий формирования НПСВ в таких магнетиках нуждается в дополнительном исследовании. Кроме того, как в [1], так и в [2] рассматривалась среда, в которой спиновая волна конечной амплитуды является модуляционно неустойчивой согласно критерию Лайтхилла, тогда как в случае (1) реализуется прямо противоположная ситуация. В связи со сказанным цель данной работы состоит в исследовании на примере ферромагнетиков с $\beta < 4\pi$ (β может быть обусловлена ростовой анизотропией) особенностей формирования нелинейных поверхностных спин-волновых состояний (НПСС), не имеющих линейного аналога при стремлении амплитуды спиновых колебаний к нулю. Для этого рассмотрим модель легкоосного (OZ — легкая ось, $\beta < 4\pi$) ферромагнетика, занимающего полупространство $z > 0$ и намагниченного до насыщения внешним магнитным полем $\mathbf{H} \parallel OZ$. Плотность объемной части энергии такого магнетика W с учетом магнитодипольного взаимодействия может быть представлена в виде [4]

$$W = \frac{\alpha}{2}\left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)^2 - \frac{\beta}{2}M_z^2 - M(H + H_m), \tag{2}$$

где β — константа объемной одноосной анизотропии, α — константа неоднородного обмена, H_m — магнитодипольное поле. Если ввести следующую параметризацию вектора ферромагнетизма

$$M_z = \cos\vartheta, \quad M_x + M_y = \sin\vartheta \exp(i\varphi), \tag{3}$$

то для локализованных вблизи $z = 0$ нераспространяющихся спин-волновых возбуждений (спин-волновых состояний) исходная система уравнений, определяющая динамику намагниченности, с учетом эффектов магнитостатического поля в терминах полярного (ϑ) и азимутального (φ) углов может быть представлена в виде (Δ — оператор Лапласа).

$$\frac{1}{gM_0}\sin\vartheta(\varphi_t - gH) + \alpha\Delta\vartheta - \left[(4\pi - \beta) + \alpha(\nabla\varphi)^2\right]\sin\vartheta\cos\vartheta = 0,$$

$$\frac{1}{gM_0}\sin\vartheta\vartheta_t + \alpha\nabla(\sin^2\vartheta\nabla\varphi) = 0. \tag{4}$$

Поскольку в данной работе нас интересуют только поверхностные спин-волновые возбуждения, то систему (4) необходимо дополнить соответствующими граничными условиями. С этой целью мы, следуя [3,4], будем предполагать, что поверхность может быть описана как слой одноосного ферромагнетика толщиной δ (среда δ), обменно-связанный с рассматриваемым полупространством. Плотность объемной энергии этой среды также может быть описана (2), но все магнитные характеристики теперь, естественно, должны быть снабжены индексом δ. Соответствующие динамические уравнения с учетом указанной замены также определяются (3), (4). Ограничимся в дальнейшем рассмотрением только таких магнитных возбуждений, характерный размер неоднородности которых λ удовлетворяет соотношению

$\lambda \gg \delta$. Это позволяет, считая толщину слоя δ достаточно малой, проинтегрировать, следуя [3,4], соотношения (3) (4) для среды 0 по толщине слоя и получить эффективные граничные условия, определяющие поведение намагниченности на границе рассматриваемого полупространства. Поскольку нас интересуют немалые отклонения намагниченности на поверхности магнетика, то соответствующая система граничных условий, следующая из (4), для локализованных вблизи поверхности магнитных возбуждений при произвольной величине углов ϑ и φ может быть представлена в виде

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} + \alpha_\delta \sin\vartheta + b_\delta \sin\vartheta\cos\vartheta = 0,$$

$$\left(\sin^2\vartheta \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) = 0, \qquad z = 0, \tag{5}$$

$$\vartheta(\infty) = 0. \tag{6}$$

Сравнение (5) и первого из уравнений системы (4) позволяет понять происхождение величин α_δ и b_δ в (5). При $\varphi_t \ll g_\delta H$ как α_δ, так и b_δ представляют собой константы, характеризующие поверхностную анизотропию и связанные соответственно со скачком g-фактора и одноосной анизотропии в неоднородном по толщине поверхностном слое δ на границе рассматриваемого полупространства. Если, следуя [2,5], решение (4)–(6) искать в виде

$$\vartheta = \vartheta(z), \qquad \varphi = \Omega t, \tag{7}$$

то система динамических уравнений (5) сведется к уравнению вида

$$x_0^2 \Delta\vartheta + \omega_* \sin\vartheta + \sin\vartheta\cos\vartheta = 0,$$

$$x_0^2 = \alpha/(4\pi - \beta), \quad \omega_* = (\Omega - gH)/gM_0(4\pi - \beta), \tag{8}$$

решение которого при $\beta < 4\pi$ не имеет малоамплитудного предела [6].

$$\mathrm{tg}(\vartheta/2) = \frac{A}{\mathrm{sh}\,\frac{\varkappa(z-z_0)}{x_0}}, \quad \varkappa^2 = -1 - \omega_*, \quad A^2 = \varkappa^2/|\omega_*|. \tag{9}$$

Анализ показывает, что поведение (9) в случаях $\beta > 4\pi$ [2] и $\beta < 4\pi$ [6] качественно отличается на границе области существования ($\varkappa^2 \to 0$). Для $\varkappa^2 > 0$ и $\beta > 4\pi$ соответствующий тип НПСС исчезает, и при этом амплитуда спин-волновых отклонений в таком магнитном возбуждении $\vartheta(z)$ для $z \to \infty$ экспоненциально стремится к нулю, тогда как при $\varkappa \to 0\,(\beta < 4\pi)$ НПСС со структурой (9) не исчезает, а убывание амплитуды спиновых колебаний $\varphi(z)$ при $z \to \infty$ носит степенной характер. Константа интегрирования z_0 в (9) определяется из граничных условий (6), и соответствующее уравнение имеет вид ($u = \mathrm{cth}(\varkappa z_0/x_0)$)

$$R(u) \equiv (A^2\varkappa)u^3 + \Big(A^2(a_0 - b_0)\Big)u^2 - \Big(\varkappa(1 - A^2)\Big)u - \Big((a_0 + b_0) - (a_0 - b_0)A^2\Big) = 0. \tag{10}$$

Из теории кубических уравнений известно, что число возможных корней (10) определяется знаком дискриминанта

$$Q(\Omega) = \frac{1}{27\varkappa^3}\Big\{27b_0^2\omega_*^2 - [18b_0^2 + 36a_0b_0 + 2(a_0 - b_0)^3b^0]\omega_* +$$

$$+ [-1 + 11a_0^2 + 2b_0^2 + 13a_0b_0 + (a_0 - b_0)^3(a_0 + b_0)]\Big\}, \tag{11}$$

в соответствии с которым возможно при заданной частоте возбуждения Ω существование одного ($Q(\Omega) > 0$) или трех ($Q(\Omega) \leqslant 0$) решений (10), различающихся расположением максимума амплитуды спиновых колебаний $\vartheta(z = z_0)$. Однако в отличие от [2] кроме (10) в нашем случае имеется и второе условие существования рассматриваемого типа НПСС, связанное с его структурой (9), а именно $|u| \geqslant 1$. С учетом этого обстоятельства можно утверждать, что если как при $Q(\Omega) \geqslant 0$, так и при $Q(\Omega) < 0$ имеет место только один корень, удовлетворяющий условию $|u| \geqslant 1$, то определяемый соотношением (9) тип НПСС с $z_0 > 0$ формируется, если $R(1) \leqslant 0$, а с $z_0 < 0$ реализуется при $R(-1) \geqslant 0$. Естественно, что в зависимости от знака z_0 (относительного расположения максимума спиновых отклонений в НПСС ϑ и поверхности магнетика $z = 0$) более разнообразная комбинация возможных типов НПСС имеет место при $Q(\Omega) < 0$, что соответствует одновременному формированию в магнетике трех ветвей НПСС со структурой, определяемой (9), различающихся величиной z_0. Если ввести характерные величины u_+, u_-

$$3(A^2\varkappa)u_\pm^2 + 2\Big(A^2(a_0 - b_0)\Big)u_\pm - \Big(\varkappa(1 - A^2)\Big) = 0, \tag{12}$$

то условием того, что все три решения (10) положительны (в (9) $z_0 > 0$), будет одновременное выполнение условий $R(1) < 0$ и $u_- > 1$. Если все три корня (10) отрицательны (в (9) $z_0 < 0$), то имеет место одновременное выполнение соотношений $R(-1) > 0$ и $u_+ < -1$. Еще более жесткие условия должны выполняться, если при $Q(\Omega) < 0$ знак одного из корней в (10) не совпадает с двумя остальными. Так, для случая, когда такое «аномальное» решение соответствует $z_0 < 0$, одновременно требуется выполнение условий $R(1) > 0$, $u_+ > 1$, $R(-1) > 0$. Если же не совпадающий по знаку с двумя остальными корень (10) отвечает $z_0 > 1$, то для этого необходимо одновременное выполение условий $R(1) < 0$, $u_- < -1$, $R(-1) < 0$.

В связи с активным теоретическим изучением и практическим использованием многослойных магнитных структур в широкой гамме устройств спин-волновой СВЧ-электроники несомненный интерес представляет также исследование вопроса о возможности формирования локализованных нелинейных внутренних спин-волновых состояний (НВСС) на границе раздела обменно-связанных магнитных сред. Для выяснения этого вопроса рассмотрим двухслойную магнитную структуру, представляющую собой два обменно-связанных вдоль $z = 0$ ферромагнитных полупространства, намагниченных до насыщения вдоль оси OZ внешним магнитным полем $\mathbf{H}$. Будем в дальнейшем обозначать параметры, относящиеся к магнитной среде при $z > 0 (z < 0)$, индексом $+(-)$. С учетом сказанного плотность объемной энергии $W(z) = W_+(z > 0) + W_-(z < 0)$ такой двухслойной структуры по-прежнему может быть определена выражением (2), а система граничных условий, определяющая динамику локализованных спин-волновых возбуждений для обменно-связанных магнетиков в угловых переменных (3), может быть представлена в виде

$$\alpha_+ M_{0+}^2 \frac{\partial \vartheta_+}{\partial z} = \alpha_- M_{0-}^2 \frac{\partial \vartheta_-}{\partial z}, \quad z = 0,$$

$$\alpha_+ M_{0+}^2 \sin^2 \vartheta_+ \frac{\partial \varphi_+}{\partial z} = \alpha_- M_{0-}^2 \sin^2 \vartheta_+ \frac{\partial \varphi_-}{\partial z}, \quad z = 0,$$

$$\vartheta_+(\infty) = \vartheta_-(-\infty) = 0, \quad \vartheta_+(0) = \vartheta_-(0), \quad \varphi_+(0) = \varphi_-(0). \qquad (13)$$

Если по-прежнему ограничиться исследованием таких магнитных возбуждений, для которых

$$\vartheta_\pm(z,t) = \vartheta_\pm(z), \qquad \varphi_\pm = \Omega t, \qquad (14)$$

то система динамических уравнений, определяющая с учетом (14) нелинейную динамику такой двухслойной структуры, при произвольных $\vartheta_\pm$ может быть представлена в виде

$$x_0^2 \Delta \vartheta_\pm + \omega_{*\pm} \sin \vartheta_\pm + \sin \vartheta_\pm \cos_\pm \vartheta_\pm = 0,$$

$$x_{0\pm}^2 = \alpha_\pm/(4\pi - \beta_\pm), \quad \omega_{*\pm} = (\Omega - g_\pm H)/g_\pm M_{0\pm}(4\pi - \beta_\pm). \qquad (15)$$

В дальнейшем без ограничения общности будем полагать, что при $z > 0$ имеет место условие $\beta_+ < 4\pi$, тогда как при $z < 0$ возможно или $\beta_- < 4\pi$, или $\beta_+ > 4\pi$. Если при $\beta_\pm < 4\pi$ удовлетворяющие условиям на бесконечности (13) решения (15) по-прежнему совпадают с (9) (с учетом индекса $\pm$), то в случае $\beta_+ < 4\pi < \beta_-$ решение (15) для области $z < 0$ может быть в соответствии с [2] представлено в виде

$$\operatorname{tg}(\vartheta/2) = A_- \operatorname{ch}^{-1}\Big(\varkappa_-(z - z_{0-})/x_{0-}\Big), \quad \omega_{*-} > 0,$$

$$\operatorname{tg}(\vartheta/2) = A_- \operatorname{sh}^{-1}\Big(\varkappa_-(z - z_{0-})/x_{0-}\Big), \quad \omega_{*-} < 0, \qquad (16)$$

где

$$\varkappa_-^2 = 1 - \omega_{*-}, \quad A_-^2 = \varkappa_-^2/|\omega_{*-}|, \quad x_{0-}^2 = \alpha_-/|4\pi - \beta_-|,$$

$$\omega_{*-} = (\Omega - g_- H)/g_- M_{0-}|4\pi - \beta_-|.$$

Если ввести условные обозначения ($f(x)$ — произвольная функция аргумента x)

$$\rho = \frac{\alpha_+ M_{0+}^2 x_{0-}}{\alpha_- M_{0-}^2 x_{0+}}, \quad \alpha = \frac{A_+}{A_-}, \quad f\left(\frac{\varkappa_\pm z_{0\pm}}{x_{0\pm}}\right) = f_\pm, \qquad (17)$$

то с учетом (9), (16) несложно показать, что структура НВСС, локализованного на границе раздела $z = 0$ двух обменно-связанных ферромагнитных полупространств, намагниченных до насыщения магнитным полем $\mathbf{H} \parallel OZ$, определяется соотношениями

$$\frac{a_+}{\mathrm{sh}_+} = \frac{a_-}{\mathrm{sh}_-}, \quad \frac{\rho\varkappa_+}{\varkappa_-}\mathrm{cth}_+ = \mathrm{cth}_-, \quad \omega_{*\pm} < 0, \tag{18}$$

$$\frac{a_+}{\mathrm{sh}_+} = -\frac{a_-}{\mathrm{ch}_-}, \quad \frac{\rho\varkappa_+}{\varkappa_-}\mathrm{cth}_+ = \mathrm{th}_-, \quad \omega_{*+} < 0, \quad \omega_{*-} > 0. \tag{19}$$

Из (18), (19) можно сделать следующий вывод: для существования решения необходимо, чтобы выполнялось условие $z_{0+}z_{0-} > 0$ и, следовательно, максимум амплитуды спиновых отклонений в таком НВСС достигается или при $z > 0$ (для $z_{0+} > 0$, $z_{0-} > 0$), или при $z < 0$ (если $z_{0+} > 0$, $z_{0-} > 0$). Соотношения (18), (19) позволяют независимо выразить $z_{0\pm}$ как функции Ω и, следовательно, определить на основании (9) и (16) структуру нелинейных внутренних спин-волновых возбуждений (НВСВ) в каждой из взаимодействующих сред, считая Ω внешним параметром

$$\left((\rho\varkappa_+/\varkappa_-)^2 a^{-2} - 1\right)\mathrm{sh}_-^{-2} = 1 - (\rho\varkappa_+/\varkappa_-)^2,$$

$$\mathrm{sh}_+ = a\,\mathrm{sh}_-, \qquad \omega_{*\pm} < 0, \tag{20}$$

$$\left((\rho\varkappa_+/\varkappa_-)^2 a^{-2} + 1\right)\mathrm{ch}_-^{-2} = 1 - (\rho\varkappa_+/\varkappa_-)^2,$$

$$\mathrm{sh}_+ = -a\,\mathrm{ch}_-, \quad \omega_{*+} < 0, \quad \omega_{*-} > 0. \tag{21}$$

Таким образом, для существования решения в случае (20) необходимо одновременное выполнение соотношений $(\rho\varkappa_+/\varkappa_-)^2 a^{-2} > 1$ и $(\rho\varkappa_+/\varkappa_-)^2 < 1$ или $(\rho\varkappa_+/\varkappa_-)^2 a^{-2} < 1$ и $(\rho\varkappa_+/\varkappa_-)^2 > 1$. Тогда как в случае (21) должно выполняться условие $(\rho\varkappa_+/\varkappa_-)^2 < 1$. Из анализа соотношений (9), (16)–(21) можно сделать вывод о том, что при $(\varkappa_\pm)^2 > 0$ и $\varkappa_+^2/\varkappa_-^2 \to 0$ амплитуда спин-волновых отклоненй в НВСВ убывает экспоненциально при $z \to -\infty$ и степенным образом при $z \to \infty$. Рассмотрим теперь, как изменится структура локализованного НВСВ в случае, когда на границе раздела полуограниченных магнитных сред имеется плоский магнитный дефект. Соответствующий анализ может быть проведен на примере магнитной «сэндвич»-структуры, представляющей собой систему двух магнитных полупространств, обменно взаимодействующих с магнитным слоем. По аналогии с [4] можно показать, что если между магнитными полупространствами при $-\delta < z < \delta$ лежит обменно-связанный с ними плоский ферромагнитный слой толщиной 2δ и характерный размер неоднородности магнитных колебаний λ в слое много меньше его толщины ($\lambda \gg 2\delta$), то его наличие при $\varphi = \Omega t$, $\vartheta = \vartheta(z)$ может быть учтено интегрированием соответствующего динамического уравнения (8) по толщине магнитного дефекта 2δ и последующего предельного перехода $\delta \to 0$ (все параметры, определяющие характеристики магнитного слоя, будем снабжать индексом δ).

В этом случае магнитный слой представляет собой плоский магнитный дефект, расположенный в плоскости $z = 0$, и его наличие в рассматриваемом пределе может быть учтено в рамках следующей системы граничных условий:

$$\frac{\partial \vartheta_+}{\partial z} + \alpha_\delta \sin \vartheta_+ + b_\delta \sin \vartheta_+ \cos \vartheta_+ = 0, \quad z \to +0,$$

$$\frac{\partial \vartheta_-}{\partial z} + \alpha_\delta \sin \vartheta_- + b_\delta \sin \vartheta_- \cos \vartheta_- = 0, \quad z \to -0, \tag{22}$$

где

$$\vartheta_+(\infty) = 0, \quad \vartheta_-(-\infty) = 0.$$

Следовательно, для анализа условий локализации НВСС вблизи плоского магнитного дефекта в обменно-связанной сэндвич-структуре можно воспользоваться результатом уже рассмотренной выше задачи (4)–(12) о формировании НПСС вблизи поверхности полуограниченного магнетика с поверхностной магнитной анизотропией, определяемой константами a_δ, b_δ как при $z > 0$, так и при $z < 0$. В рассматриваемом случае параметры поверхностной анизотропии определяются характеристиками магнитного слоя. Пусть по-прежнему, как и в рассмотренном выше случае обменно-связанных магнитных полупространств, для среды $z > 0$ имеет место соотношение $\beta_+ < 4\pi$, тогда как для $z < 0$ реализуется или $\beta_- < 4\pi$, или $\beta_- > 4\pi$. Тогда, если полученный из (22) для $z > 0$ дискриминант (11) при $z > 0$ обозначить как $Q_+(\Omega)$, а при $z < 0$ — как $Q_-(\Omega)$, то нетрудно показать, что при $Q_\pm(\Omega) \leqslant 0$ ($|u_+| \geqslant 1$ при $z > 0$) в принципе возможно до девяти различных типов НВСС, тогда как при $Q_\pm(\Omega) > 0$ ($|u_+| \geqslant 1$ при $z > 0$) реализуется только один тип НВСС с вещественными $z_{0\pm}$. При $\beta_\pm < 4\pi$ соответствующий тип НВСС представляет собой связанное состояние двух нелинейных локализованных возбуждений типа (9), тогда как в случае $\beta_+ < 4\pi < \beta_-$ имеет место образование НВСС, представляющего собой связанное состояние парциальных НПСС типа (9) при $z > 0$ и типа (16) при $z < 0$. Не анализируя подробно все возможные частные случаи, отметим только, что наличие при $z = 0$ плоского магнитного дефекта не только увеличивает число ветвей НВСС, но и качественно меняет структуру распределения амплитуды спин-волновых отклонений в таком магнитном возбуждении по сравнению с разобранным выше случаем (20), (21). В частности, для $z_+ z_- < 0$ возможен вариант, когда амплитуда спин-волновых отклонений, определяемая величиной $\vartheta_\pm(z)$, будет одновременно иметь максимум как при $z < 0$, так и при $z > 0$ ($z_+ > 0$, $z_- < 0$), спадая затем до нуля при $z \to \pm\infty$. Если же в НВСС одновременно с $z_+ z_- < 0$, $z_- > 0$ и $z_+ < 0$, то максимум амплитуды спин-волновых возбуждений локализован на самом магнитном дефекте. В случае $z_+ z_- > 0$ по аналогии с разобранным выше случаем обменно-связанных магнитных полупространств имеется только один максимум амплитуды в таком НВСС, не лежащий в плоскости $z = 0$. Пользуясь соотношением (10), с учетом введенных обозначений для данной трехслойной структуры дисперсионное соотношение, определяющее НПСС при $\beta_\pm < 4\pi$, можно представить в виде $R_\pm(u_\pm) = 0$

($u_\pm = \operatorname{cth}(\varkappa_\pm z_\pm / x_{0\pm})$), тогда как в случае $\beta_+ < 4\pi < \beta_-$ одновременно имеют место соотношения $R_+(u_+) = 0$ ($u_+ = \operatorname{cth}(\varkappa_+ z_+ / x_{0+})$) и $R_-(u_-) = 0$ ($u_- = \operatorname{th}(\varkappa_- z_- / x_{0-})$).

Полученные выше результаты допускают обобщение на случай одноосного ($n \parallel OZ$) двухподрешеточного ($\mathbf{M}_{1,2}$ — намагниченности подрешеток) ферримагнетика, модель которого была предложена в работе [7]. Внешнее магнитное поле $\mathbf{H} \parallel OZ$ удовлетворяет условию $H \ll H_e$ (H_e — поле межподрешеточного обмена) и обеспечивает равновесную ориентацию вектора $\mathbf{L}_- = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2$. Если плотность энергии такого магнетика представить в виде [8]

$$W = \frac{\alpha_1}{2}(\nabla M_1)^2 + \frac{\alpha_2}{2}(\nabla M_2)^2 + \frac{\alpha_3}{2}(\nabla M_1)(\nabla M_2) - \frac{\beta}{2}(M_{1z}^2 + M_{2z}^2) -$$

$$- (M_1 + M_2,\, H) + \frac{\delta}{2} M_1 M_2, \tag{23}$$

то, вводя аналогично [7] следующую параметризацию для вектора $\mathbf{l} = \mathbf{L}/|\mathbf{L}|$

$$l_x = \sin\vartheta\cos\varphi, \quad l_y = \sin\vartheta\sin\varphi, \quad l_x = \cos\vartheta, \tag{24}$$

нетрудно показать, что для $\vartheta = \vartheta(z)$, $\varphi = \Omega t$ уравнение, определяющее нелинейную спиновую динамику рассматриваемого двухподрешеточного магнетика, имеет вид

$$x_0^2 \Delta\vartheta + \omega_* \sin\vartheta - \sin\vartheta\cos\vartheta = 0,$$

$$x_0^2 = \frac{\alpha c^2}{\beta c^2 - \alpha\Omega_*^2}, \quad \omega_* = \frac{\nu\Omega_* c^2}{gM_0(\beta c^2 - \alpha\Omega_*^2)}, \quad \Omega_* = \Omega - gH, \tag{25}$$

где $c = gM_0\sqrt{2\alpha\delta}$, $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_3)/2$ — эффективная константа неоднородного обмена, $\nu = (M_1^2 - M_2^2)/|L|2M_0$. Сравнение (25) с соответствующим уравнением (8), (15), определяющим при $\vartheta = \vartheta(z)$, $\varphi = \Omega t$ спиновую динамику одноподрешеточного ферромагнетика, позволяет сделать вывод о том, что все полученные выше результаты для условий образования НПСС и НВСС в многослойных структурах остаются справедливыми и в рассматриваемом случае двухподрешеточной модели ферримагнетика. Не производя подробного анализа, отметим только, что в окрестности точки магнитной компенсации, определяемой условием $\nu = 0$, учет многоподрешеточности ($c \neq 0$) приводит в рамках рассматриваемой модели одноосного магнетика к формированию как среды модуляционно устойчивой по Лайтхиллу, так и модуляционно неустойчивой уже без учета магнитодипольных эффектов. Качественно другой по сравнению с рассмотренным выше тип поверхностных нелинейных спин-волновых возбуждений в случае изотропного ферромагнетика уже в малоамплитудном пределе может быть реализован при учете негейзенберговского анизотропного обмена [9]. Если ограничиться рассмотрением слабо неоднородных возбуждений, характерный масштаб которых $\varkappa^{-1}$ определяется соотношением (α и

K — константы неоднородного обмена соответственно гейзенберговского и негейзенберговского типа)

$$\varkappa^2 \ll \alpha K^{-1}, \tag{26}$$

то для анизотропного негейзенберговского обмена вида (α — расстояние между соседними магнитными ионами)

$$\sum_{n,a} K_{\|}(S_n^z S_{n+a}^z + S_n^x S_{n+a}^x + S_n^y S_{n+a}^y)^2, \quad \sigma = K_{\perp} K_{\|}^{-1} \tag{27}$$

структура нелинейного поверхностного спин-волнового состояния вблизи поверхности полуограниченного ($z > 0$) однородно намагниченного ферромагнетика $\mathbf{H} \parallel \mathbf{n} \parallel OZ$ для параметризации (3) может быть представлена в виде ($B > 0$, $\rho = gHt$, $\vartheta(\infty) = 0$)

$$\operatorname{tg}\vartheta = \Big((A+4B)/A\Big)^{1/2} \operatorname{sh}^{-1}\Big(\sqrt{\varkappa}(z-z_0)\Big), \quad A > 0,$$

$$\operatorname{tg}\vartheta = \Big((A+4B)/(-A)\Big)^{1/2} \operatorname{ch}^{-1}\Big(\sqrt{\varkappa}(z-z_0)\Big), \quad -4B < A < 0, \tag{28}$$

где

$$\varkappa^2 = A + 4B, \quad A = \Big(\beta - 4\pi - 2K_{\|}(\sigma - 1)\Big)\alpha^{-1},$$

$$B = K_{\|}(1-\sigma)^2\alpha^{-1}, \quad \sigma = K_{\perp}K_{\|}^{-1}, \tag{29}$$

константа интегрирования z_0 определяется из граничного условия вида

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial z} + a_\delta \sin\vartheta\cos\vartheta + b_\delta \sin 2\vartheta \cos 2\vartheta = 0. \tag{30}$$

Поскольку анализ условий формирования данного типа нелинейных магнитных возбуждений качественно не отличается от проведенного в работе [2], то мы не будем воспроизводить здесь соответствующие результаты. Отметим только, что в отличие от (9) данный тип НПСВ может быть реализован и в случае полностью свободных спинов на поверхности магнетика. В этом случае $z = z_0$, т. е. амплитуда спиновых отклонений достигает максимума на границе магнетика и экспоненциально спадает до нуля при $z \to \infty$. Случай степенной асимптотики при $z \to \infty$ реализуется при $A > 0$, $B < 0$. Необходимо отметить, что качественно этот вывод согласуется со сделанным в [1] для условия формирования нелинейных спин-волновых возбуждений вблизи границы раздела обменно-связанных магнитных сред: тонкой магнитной пленки и магнитного полупространства легкоосного ферромагнетика.

В заключение автор выражает глубокую признательность Е.П. Стефановскому, Т.Н. Тарасенко, А.Н. Богданову и А.Л. Сукстанскому за поддержку данной работы и плодотворные обсуждения.

Список литературы

[1] Тарасенко С.В. Письма в ЖТФ **17**, *13*, 23 (1991).
[2] Сукстанский А.Л., Тарасенко С.В. ФТТ **35**, *2*, 250 (1993).
[3] Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М. (1973). 592 с.
[4] Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М. (1967). 368 с.
[5] Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев (1983). 190 с.
[6] Ivanov B.A., Kosevich A.M., Manzhos I.V. Solid State Commun. **34**, 417 (1980).
[7] Иванов Б.А., Сукстанский А.Л. ЖЭТФ **84**, *1*, 370 (1983).
[8] Зуев А.В., Сукстанский А.Л. ФММ **35**, *2*, 250 (1986).
[9] Нагаев Э.Л. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями. М. (1988). 232 с.