

ОБ ЭФФЕКТЕ УВЛЕЧЕНИЯ ВИХРЕВОЙ СТРУКТУРЫ ПРОДОЛЬНОЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНОЙ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

© *Е.Д.Гутлянский*

Научно-исследовательский институт физики
при Ростовском-на-Дону государственном университете,
344104 Ростов-на-Дону, Россия
(Поступила в Редакцию 16 февраля 1995 г.
В окончательной редакции 6 октября 1995 г.)

Продольная ультразвуковая волна в сверхпроводниках второго рода вызывает поступательное движение вихревой структуры вдоль направления своего распространения. Это движение проявляется в эксперименте в виде появления постоянной составляющей поперечного электрического поля. В это постоянное поле вносит равный по величине вклад поле, наводимое колебательным движением вихревой структуры вдоль направления распространения ультразвуковой волны за счет эффектов типа «оптического» выпрямления. Расчеты этих эффектов проделаны в TAFF- и FF-режимах.

Ультразвуковые методы исследования смешанного состояния сверхпроводников второго рода представляют большой интерес, поскольку взаимодействие ультразвуковых волн с вихревой структурой осуществляется по всему объему сверхпроводника одинаково, что выгодно отличает его от электромагнитных исследований в случае объемных сверхпроводников, поскольку последние позволяют воздействовать на вихревую структуру только с поверхности. В настоящее время ультразвуковые методы широко используются для исследования смешанного состояния сверхпроводников второго рода: как низкотемпературных (см., например, [1,2]), так и высокотемпературных сверхпроводников [3,4]. Наблюдаемыми величинами в этих исследованиях являются затухание и дисперсия ультразвуковых волн.

В предлагаемой работе мы показываем, что в смешанном состоянии сверхпроводников второго рода в ультразвуковом эксперименте должна существовать еще одна удобная для экспериментального исследования наблюдаемая величина, а именно постоянная составляющая поперечного электрического поля, и что измерение этого поля позволяет получить достаточно детальную информацию об упругости вихревой решетки и силах пиннинга.

В [5] теоретически было показано, что продольная ультразвуковая волна может увлекать вихревую структуру и что в эксперименте это явление проявляется в появлении поперечного электрического поля. Поперечное электрическое поле, индуцируемое поверхностной акустической волной в пленке олова, нанесенной на подложку из ниобата

лития в перпендикулярном ее поверхности магнитном поле, впервые наблюдалось в [6].

Необходимо отметить, что в работах [7,8] в пленке $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ наблюдалось продольное электрическое поле, наведенное поверхностной ультразвуковой волной, в такой же геометрии эксперимента, как и в работе [6]. В [9] предложено объяснение этого эффекта: продольная ультразвуковая волна увлекает нормальные носители тока, а это в свою очередь ведет к возникновению сверхпроводящего противотока, который двигает вихри в поперечном направлении. Движение же вихрей генерирует электрическое поле в продольном направлении. Но в этой работе мы этот эффект рассматривать не будем.

Будем называть генерацию ультразвуковой волной поперечного электрического поля поперечным акустическим эффектом, поскольку в это поле помимо эффекта увлечения вносит вклад эффект типа «выпрямления» на нелинейности. Причем, как мы увидим далее, эти два эффекта вносят одинаковый вклад.

В настоящей работе мы будем рассматривать вихри и кристаллическую решетку, в которой распространяется ультразвуковая волна, как две взаимодействующие подсистемы. Причем существуют два канала взаимодействия между вихрями и ультразвуковыми волнами: силы пиннинга [9,10], которые эквивалентны в случае движения вихрей некоторой эффективной вязкости [5], и индукционные токи, которые возникают в сверхпроводнике при движении вихревой структуры относительно кристаллической решетки и приводят к возникновению еще одной силы, обеспечивающей дополнительный канал взаимодействия ультразвуковой волны с вихревой структурой и ведущей к новым эффектам: увлечению вихревой структуры продольной ультразвуковой волной и возникновению поперечного электрического поля. В работе [5], где впервые были рассмотрены эти эффекты, учитывались только индукционные токи, связанные с локальным движением сверхпроводника, и не учитывались токи, связанные с движением вихрей. В настоящей работе мы этот недостаток устраняем.

Природа поперечного акустоэлектрического эффекта в сверхпроводниках второго рода связана с двумя физическими явлениями: эффектом типа выпрямления на нелинейности и эффектом увлечения вихревой структуры продольной ультразвуковой волной.

Первый эффект возникает потому, что электрическое поле, выводимое в сверхпроводнике движущимися вихрями, представляет собой произведение плотности вихрей на скорость их движения. Ультразвуковая волна вызывает колебания скорости вихрей, а следовательно, в силу уравнения непрерывности и колебания их плотности. Поскольку в выражение для электрического поля эти величины входят в виде произведения, возникает постоянная составляющая этого поля в поперечном по отношению к направлению распространения ультразвуковой волны направлении.

Второй эффект (эффект увлечения) имеет более глубокую причину. Колебания вихрей относительно кристаллической решетки в продольном направлении индуцируют в поперечном направлении сверхпроводящий электрический ток, который, взаимодействуя с вихревой структурой, порождает силу Лоренца. Эта сила есть произведение плотности вихревой структуры на ток и, следовательно, должна возникать

постоянная составляющая силы Лоренца в продольном направлении. Эта сила будет вызывать движение вихревой структуры как целого с некоторой средней скоростью в направлении распространения волны. Движение же вихрей будет генерировать постоянное электрическое поле в поперечном направлении.

1. Теория

Рассмотрим теперь эти эффекты количественно. Далее мы будем рассматривать однородный и изотропный сверхпроводник, помещенный во внешнее магнитное поле \mathbf{B}_0 , направленное в отрицательном направлении оси z .

Для определенности будем полагать, что плоская продольная ультразвуковая волна распространяется в положительном направлении оси y и имеет вид $\mathbf{U} = U_0 \exp(iky - i\omega t)$, где \mathbf{U} — вектор смещения среды, \mathbf{k} — волновой вектор, ω — частота колебаний.

Найдем теперь уравнение движения вихревой структуры под действием ультразвуковой волны. В соответствии с традиционным термодинамическим подходом плотность внешней силы, действующей на вихревую структуру f_{fr} , должна быть равна вариационной производной термодинамического потенциала¹ по вектору деформации вихревой решетки \mathbf{W}

$$\mathbf{f}_{fr} = - \frac{\delta \Phi}{\delta \mathbf{W}}. \quad (1)$$

Здесь

$$\Phi = \int (F - \mathbf{B}\mathbf{H}) dv, \quad (2)$$

где \mathbf{B} — магнитная индукция, \mathbf{H} — напряженность магнитного поля, а F — плотность свободной энергии вихревой решетки, которая имеет вид

$$F = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{66}) \left(\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2}C_{66} \left[\left(\frac{\partial W_x}{\partial y} + \frac{\partial W_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{1}{2}C_{44} \left[\left(\frac{\partial W_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_y}{\partial z} \right)^2 \right]. \quad (3)$$

Здесь C_{11} , C_{44} и C_{66} — объемный, наклонный и сдвиговый модули соответственно (см., например, [12]). В настоящей работе мы рассматриваем только продольные ультразвуковые волны, поэтому вариационная производная (3) будет иметь вид

$$\mathbf{f}_{fr} = C_{11} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - [\mathbf{j}_s, \mathbf{B}_z]_y, \quad (4)$$

¹ Для варьирования необходимо использовать именно термодинамический потенциал, а не свободную энергию, поскольку в ультразвуковом эксперименте фиксируется внешнее магнитное поле. Это не было сделано в работах [10, 11], и в результате второй член в правой части уравнения (4), описывающего движение вихревой структуры, был потерян.

где \mathbf{j}_s — сверхпроводящий ток, индуцируемый ультразвуковой волной, $\mathbf{B}_z = \Phi_0 n \mathbf{Z}$, \mathbf{Z} — единичный вектор, направленный в отрицательном направлении оси, $\Phi_0 = 2\pi\hbar c/2e$ — квант магнитного потока, n — количество вихрей, проходящих через единицу поверхности. Эта сила в рассматриваемом нами случае есть средняя сила пиннинга или, если пиннинг отсутствует, сила трения вихря о решетку [13]. Обе эти силы формально записываются одинаково, поскольку можно показать, что в TAFF-режиме средняя сила пиннинга пропорциональна эффективной скорости движения вихрей относительно кристаллической решетки.

$$f_{fr} = \eta(\dot{W} - \dot{U}), \quad (5)$$

где \dot{W} — локальная скорость вихревой структуры в лабораторной системе координат, \dot{U} — локальная скорость сверхпроводника, η — коэффициент вязкости, отнесенный к единице объема вихревой решетки, причем его значение различно в зависимости от режима движения вихревой решетки (TAFF или FF). Кроме того, поверхностная плотность вихрей должна удовлетворять уравнению непрерывности

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial(n\dot{W})}{\partial y} = 0. \quad (6)$$

Чтобы завершить математическую формулировку задачи, необходимо найти ток \mathbf{j}_s , входящий в уравнение (4). Это ток, который индуцирует вихри при своем движении. Для его вычисления запишем первое уравнение Лондона [14] в сопутствующей системе координат в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Lambda \mathbf{j}_s) = \mathbf{E} + [\mathbf{B}_z(\dot{W} - \dot{U})], \quad (7)$$

где $\Lambda = m/n_s e^2$, m и e — масса и заряд электрона соответственно, n_s — плотность сверхпроводящих электронов, \mathbf{E} — электрическое поле в лабораторной системе координат. Используя уравнения Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}_s, \quad (8)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (9)$$

после простых преобразований, полагая $\mu = \mu_0$, получим выражение

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda_L^2 \text{rot rot } \mathbf{B} + \mathbf{B}) = \text{rot}[\mathbf{B}_z(\dot{W} - \dot{U})], \quad (10)$$

где $\lambda_L^2 = \Lambda/\mu_0$. Уравнение (10) будем решать по теории возмущений, полагая $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$, и с точностью до членов второго порядка по \mathbf{B}' получим

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{B}' - \lambda_L^2 \Delta \mathbf{B}') = \text{rot}[\mathbf{B}_0(\dot{W} - \dot{U})]. \quad (11)$$

Для случая гармонической волны уравнение (11) упрощается и имеет вид

$$\mathbf{B}' - \lambda_L^2 \Delta \mathbf{B}' = \text{rot}[\mathbf{B}_0(\mathbf{W} - \mathbf{U})]. \quad (12)$$

Решая уравнение (12), находим выражение для тока j_s

$$f_s = \frac{k^2 [B_0(W - U)]}{\mu_0(1 + \lambda_L^2 k^2)}. \quad (13)$$

Сравнение (13) с формулой (6) работы [5] показывает, что в (13) появился добавочный член $[B_0 W]$, что существенно сказывается на результатах. Это выражение показывает, что по всему объему сверхпроводника движущиеся относительно кристалла вихри наводят сверхток. Этот сверхток, в свою очередь взаимодействуя с вихрями, порождает силу Лоренца, которая будет действовать на каждый вихрь по всему объему сверхпроводника, как это формально следует из уравнения (4).

Уравнение теории упругости, описывающее распространение ультразвуковой волны, в нашем случае имеет вид

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + f_{fr}, \quad (14)$$

где ρ — плотность сверхпроводника, $E = \rho c^2$, c — скорость ультразвуковой волны. Уравнения (4), (6), (13) и (14) представляют собой нелинейную систему, которую мы будем решать методом последовательных приближений. Представим поверхностную плотность n и скорость вихрей \dot{W} в виде $n = n_0 + n_1$, $\dot{W} = \dot{W}_1 + \dot{W}_2$, где индексом 0 обозначена невозмущенная плотность вихрей, а индексами 1 и 2 — члены первого и второго порядков малости соответственно. Подставляя эти выражения в уравнения (4), (6), (13) и (14) и оставляя только члены первого порядка малости, получим линейную систему уравнений, решения которой показывают, что учет взаимодействия ультразвуковой волны с вихрями в первом порядке приводит к ее дополнительному затуханию и к дисперсии ее скорости.

Далее рассмотрим члены второго порядка малости в уравнении (14) и, пренебрегая пространственной неоднородностью волны, связанной с затуханием, получим выражение

$$\dot{W}_2 = \frac{\Phi_0 n_1}{\eta} [j_s z]_y. \quad (15)$$

Усредняя его по времени, получим выражение для средней скорости движения вихревой жидкости относительно сверхпроводника

$$\langle \dot{W}_2 \rangle = \frac{1}{4} k \omega \frac{X^2}{1 + X^2} U_0^2, \quad (16)$$

где $X = 2k^2 C_{11} / \eta \omega$. Движение вихрей относительно сверхпроводника, вызванное ультразвуковой волной, будет приводить к возникновению поперечного электрического поля [15]

$$E_x = \Phi_0 n (\dot{W} - \dot{U}). \quad (17)$$

В этом выражении нас будут интересовать члены только второго порядка по амплитуде ультразвуковой волны, поскольку только эти члены вносят отличный от нуля вклад при усреднении по времени

$$E_x = \Phi_0 n_0 \langle \dot{W}_2 \rangle + \Phi_0 \langle n_1 (\dot{W}_1 - \dot{U}) \rangle. \quad (18)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по времени. Первое слагаемое содержит среднюю скорость движения вихрей относительно сверхпроводника, полученную нами выше (16), и индукцию внешнего магнитного поля. Второе слагаемое есть произведение двух линейных по амплитуде УВ-величин, которое при усреднении дает постоянную составляющую электрического поля. Окончательное выражение для электрического поля, наведенного ультразвуковой волной, имеет вид

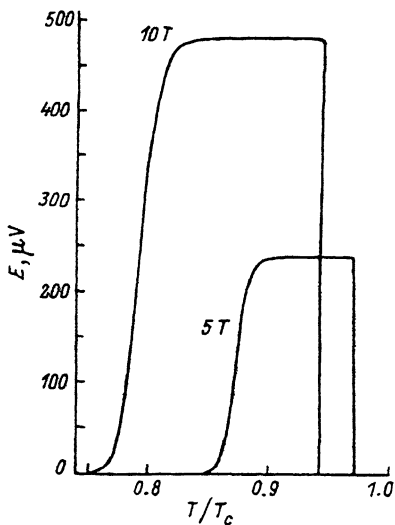
$$E_x = \frac{1}{2} k \omega B_0 \frac{X^2}{1 + X^2} U_0^2. \quad (19)$$

Выражения для скорости движения вихревой структуры и наведенного электрического поля справедливы при $T < T_c$ в области, где существует подвижная вихревая структура, в частности его область ТАФФ- и FF-режимов. Анализ выражения (18) показывает, что наведенное электрическое поле как функция температуры максимума не имеет, а просто выходит на насыщение, а потом резко убывает в окрестности точки фазового перехода.

2. Численная оценка эффекта

Проиллюстрируем этот результат на примере кристалла $YBa_2Cu_3O_7$. Рассчитаем электрическое поле, наводимое ультразвуковой волной, как функцию температуры. Будем предполагать, что ультразвуковая волна распространяется вдоль плоскости ab , и предположим, что магнитное поле направлено перпендикулярно этой плоскости. Подвижной вихревая структура становится в области ТАФФ-режима, а в непосредственной близости от точки фазового перехода начинает работать FF-режим. Расчет мы проведем с учетом этой особенности. Скорость продольной ультразвуковой волны в $YBa_2Cu_3O_7$ есть $4.1 \cdot 10^3$ м/с [16], частоту будем полагать равной 100 МГц, а амплитуду ультразвуковой волны — равной $U_0 = 10^{-8}$ м. Коэффициент вязкости можно выразить через сопротивление следующим образом: $\eta = B^2/r$ [11]. Для расчета сопротивления в ТАФФ-режиме возьмем формулу Гинкхама [17] $r = r_0 I_0^{-2} (\gamma_0/2)$, $\gamma_0 = 1.2 \cdot 10^3 (1 - T/T_c)^{3/2} B^{-1}$. А в области FF-режима воспользуемся формулой Бардина-Стефана [13] $r = r_n B/B_{c2}$, где $r_n = 65 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ — сопротивление в нормальном состоянии, для B_{c2} берем экспериментальную аппроксимацию $B_{c2}(T/T_c) = B_{c2}(0)(1 - T/T_c)$ [18], $B_{c2}(0) = 184.47$ Т, температурную и полевую зависимости для лондоновской глубины проникновения полагаем имеющей вид $\lambda_L = \lambda_{L_0} [(1 - (T/T_c)^4)(1 - B/B_{c2})]^{-1/2}$, $\lambda_{L_0} = 2 \cdot 10^{-7}$ м [19]. Причем мы учитываем, что существует внешнее поле и, следовательно, температура перехода в нормальное состояние понижается, и в расчете это учитывается использованием выписанной выше формулы для второго критического поля. На рисунке приведен результат расчета величины электрического поля как функции температуры для двух значений внешнего магнитного поля.

Итак, мы предложили теорию поперечного акустоэлектрического эффекта в сверхпроводниках второго рода на основе нового и более последовательного, чем в работе [5], термодинамического подхода к



Зависимость наведенного продольной ультразвуковой волной электрического поля в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ от температуры при различных значениях внешнего магнитного поля.

Электрическое поле обращается в нуль при $T/T_c = 0.973$ (в поле 5 Т) и 0.946 (в поле 10 Т).

описанию акустовихревого взаимодействия (ключевые выражения (4) и (10)), учитывающего движение вихрей относительно сверхпроводника. В результате оказалось, что величина наведенного продольной ультразвуковой волной электрического поля не имеет выраженного температурного максимума, как считалось в работе [5], а просто растет вначале резко, затем выходит на пологое плато и быстро падает в окрестности точки перехода в нормальное состояние.

Кроме того, отметим, что в рамках предложенной в работе теории переменные разделяются, и продольная волна не создает поперечного движения вихрей, как, впрочем, поперечная — продольного. Но в природе существует дополнительное взаимодействие — так называемая сила Магнуса [14], включение которой в модель, рассмотренную в настоящей работе, приведет к смешиванию продольного и поперечного движения вихрей. Эта сила, в частности, ответственна за существование эффекта Холла в смешанном состоянии сверхпроводников второго рода [14,20]. Она гораздо меньше сил, вызывающих продольное движение вихрей (имеется в виду рассматриваемый в настоящей работе случай продольных ультразвуковых волн), о чем свидетельствует малость холловских напряжений по сравнению с продольными напряжениями приблизительно на два порядка (см., например, [21,22]). Поэтому в настоящей работе для простоты мы этими эффектами пренебрегаем и детально рассмотрим их отдельно.

Список литературы

- [1] Neuringer L.J., Shapira Y. Phys. Rev. **148**, 231 (1966).
- [2] Shapira Y., Neuringer L.J. Phys. Rev. **154**, 375 (1967).
- [3] Pankert J., Marbach G., Comberg A., Lemmens P., Froning P., Ewert S. Phys. Rev. Lett. **65**, 24, 3052 (1990).
- [4] Pankert J., Comberg A., Lemmens P., Froning P., Ewert S. Physica C **182**, 291 (1991).
- [5] Гутлянский Е.Д. Письма в ЖЭТФ **59**, 7, 459 (1994)
- [6] Завалицкий Н.В. Письма в ЖЭТФ **57**, 8, 695 (1993).

- [7] Илисавский Ю.В., Якхинд Э.З., Гольман Е.К., Митрофанов А.П. Письма в ЖЭТФ **52**, 10, 1138 (1991).
- [8] Илисавский Ю.В., Якхинд Э.З., Гольман Е.К., Карманенко С.Ф. ФТТ **33**, 3, 824 (1991).
- [9] Goltsev A.V. Z. Phys. **B93**, 425 (1994).
- [10] Галайко В.П., Фалько Н.И. ЖЭТФ **52**, 977 (1967).
- [11] Rankert J. Physica **C168**, 335 (1990).
- [12] Brand E.H. Int. Mod. Phys. **B5**, 751 (1991).
- [13] Bardeen J., Stephen M.J. Phys. Rev. **A140**, 1197 (1965).
- [14] Nozieres P., Vinen W F. Phil. Mag. **14**, 667 (1966).
- [15] Josephson B.D. Phys. Lett. **16**; 242 (1960)
- [16] Bhattacharya S., Higgins M.J., Jonston D.C. et al. Phys. Rev. Lett. **60**, 1181 (1988).
- [17] Tinkham M. Phys. Rev. Lett. **61**, 1658 (1988).
- [18] Zheng D.N., Compbell A.M., Johnson J.D. et al. Phys. Rev. **B49**, 1417 (1994).
- [19] Tinkham M. Introduction to Superconductivity. McGraw-Hill, Inc. N.-L. (1975).
- [20] Vinokur V.M., Geshkenbein B., Feigelman M V., Blatter G. Phys. Rev. Lett. **71**, 1242 (1993).
- [21] Samoilov A.V. Phys. Rev. Lett. **71**, 617 (1993).
- [22] Budhani R.C., Liou S.H., Cai Z.X. Phys. Rev. Lett. **71**, 621 (1993).