ЗЕЕМАНОВСКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ СОСТОЯНИЙ ТЯЖЕЛОЙ ДЫРКИ В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ A_3B_5 И A_2B_6

© *А.АКиселев, Л.В.Моисеев*

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия
(Поступила в Редакцию 29 сентября 1995 г.)

В приближении многозонного метода плавных огибающих исследовано зеемановское расщепление состояний тяжелой дырки в квантовых ямах и сверхрешетках во внешнем магнитном поле. Рассчитаны зависимости дырочного g-фактора от параметров гетероструктуры, результаты сопоставлены с опубликованными экспериментальными данными.

Фактор Ланде спинового расщепления свободного электрона ($g \approx 2$) описывает взаимодействие электронных состояний $\pm 1/2$ с внешним магнитным полем. В твердых телах взаимодействие электронных состояний с потенциалом решетки приводит к существенной перенормировке значения g-фактора. В разных кристаллах константа спинового расщепления электронных состояний может достигать как очень больших положительных, так и отрицательных значений в хорошем соответствии с известной формулой Рот [1]. Эффекты размерного квантования значительно влияют на величину g-фактора в гетероструктурах [2]. В работе [3] была развита последовательная **kp**-теория, позволяющая рассчитывать электронный g-фактор в структуре с одиночной квантовой ямой (КЯ) или сверхрешетке (СР). Более того, было показано, что с учетом расщепления электронных состояний в подзонах тяжелых и легких дырок в валентной зоне из-за эффектов размерного квантования электронный g-фактор в зоне проводимости становится анизотропным.

Экспериментально исследовалось зеемановское расщепление как электронных, так и дырочных состояний в гетероструктурах. Методами поляризованной фотолюминесценции [2], оптически детектируемого магнитного резонанса [4,5] и комбинационного рассеяния с переворотом спина дырки на акцепторе [6] был измерен g-фактор размерно-квантованной тяжелой дырки в полупроводниковых гетероструктурах. В этих работах обнаружено существенное отличие измеренных значений дырочного g-фактора по сравнению с объемными.

В настоящей работе в рамках **kp**-метода исследовано зеемановское расщепление состояний тяжелой дырки в полупроводниковых гетероструктурах в магнитном поле, перпендикулярном интерфейсам, и рассчитаны зависимости g-фактора тяжелой дырки от параметров КЯ и

СР на примере структур GaAs/AlGaAs и CdTe/CdMgTe. Вычислены константы, определяющие перенормировку g-фактора при локализации дырочного состояния, что позволяет рассчитывать зеемановское расщепление дырки, связанной в экситоне, локализованной на примесях или неоднородностях интерфейса.

1. Электронные и дырочные состояния в гетероструктурах типа GaAs/AlGaAs

Задача определения спектра электронов в кристаллическом потенциале полупроводника наиболее просто решается в приближении метода эффективной массы. Впервые проблема расчета дисперсии вырожденных дырочных состояний в полупроводниках типа GaAs (зона Γ_8) была рассмотрена Латтинжером. Точность расчета дырочных состояний в рамках гамильтониана Латтинжера определяется отношением энергии частицы, отсчитанной от потолка валентной зоны, к межзонному зазору. В широкозонных полупроводниках наименьшим межзонным энергетическим зазором является спин-орбитальное расщепление состояний зон Γ_8 и Γ_7. Гамильтониан Латтинжера–Кона размерности 6×6 дает последовательное теоретическое описание дырочных состояний, относящихся к этим зонам, однако учитывает взаимодействие валентных зон Γ_8 и Γ_7 с зоной проводимости Γ_6 и далекими зонами лишь с точностью до квадратичных по $\mathbf{k}$ слагаемых. Заметим, что расчет зависимости g-фактора дырки (или электрона) от энергии состояния в гетероструктуре требует учета слагаемых четвертого порядка теории возмущений по волновому вектору $\mathbf{k}$ (см., например, [3]). Простая модель Кейна [7], последовательно и полностью учитывающая $\mathbf{kp}$-взаимодействие зон Γ_6, Γ_8 и Γ_7, дает неверный закон дисперсии для состояний тяжелой дырки, поскольку кривизна этой зоны определяется в основном взаимодействием с верхними зонами проводимости $\Gamma_8 + \Gamma_7$. Анализ преимуществ и недостатков различных модельных гамильтонианов приводит нас к необходимости использования при расчетах дырочного g-фактора полного $\mathbf{kp}$-гамильтониана размерности 8×8, учитывающего взаимодействие зон Γ_6, Γ_8 и Γ_7 точно, а вклад далеких зон в квадратичном по $\mathbf{k}$ приближении [8,9]. На рис. 1 введены следующие обозначения: E_g — ширина запрещенной зоны, Δ — спин-орбитальное расщепление зон Γ_8 и Γ_7, параметр E_p характеризует $\mathbf{kp}$-взаимодействие состояний зоны проводимости и валентной зоны и связан с межзонным матричным элементом оператора импульса соотношением $E_p = 2P^2$ (здесь и далее, если это особо не оговорено, мы используем атомную систему единиц: $e = 1$, $\hbar = 1$, $m_0 = 1$, где e — заряд электрона, $\hbar$ — постоянная Планка, m_0 — масса свободного электрона); параметр F определяет кривизну зоны проводимости, связанную с взаимодействием с далекими зонами, g^0 — g-фактор электрона на дне зоны проводимости, перенормированный взаимодействием с далекими зонами. Модифицированные параметры Латтинжера γ_1, γ_2, γ_3 и $\varkappa$ определяют влияние далеких зон на валентную зону ($\Gamma_8 + \Gamma_7$) полупроводника и могут быть выражены через обычные латтинжеровские константы γ_i^L и $\varkappa^L$ (см. Приложение). Определяющий кубическое по $\mathbf{J}$ спиновое расщепление состояний валентной зоны параметр q является малым и в дальнейших выкладках опущен.

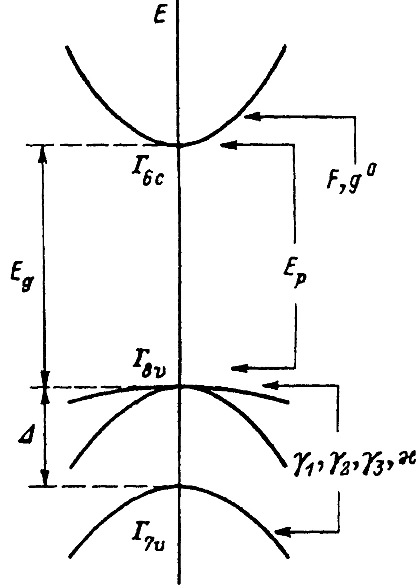

Рис. 1. Схематическое изображение зонной структуры полупроводников типа GaAs.

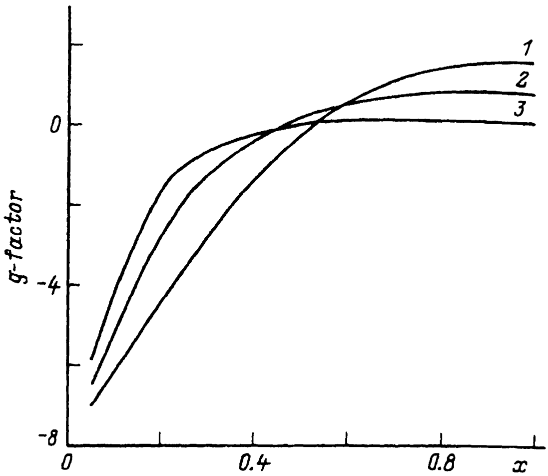

Рис. 2. Зависимость g-фактора тяжелой дырки на дне первой мини-зоны размерного квантования в СР $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ от состава твердого раствора.

Кривые *1–3* соответствуют толщинам слоев $a = b = 30, 40, 50$ Å.

С учетом реальной симметрии электронных состояний в СР и КЯ полные огибающие многокомпонентной волновой функции частицы могут быть факторизованы: движение вдоль слоев полупроводников является свободным, движение вдоль главной оси структуры z ограничено сверхструктурным потенциалом

$$F_j = e^{i(k_x x + k_y y)} f_j(z). \tag{1}$$

Рассмотрим изменения, которые следует внести в эффективный гамильтониан при наличии внешнего магнитного поля. Как было показано Латтинжером, модификация эффективного **kp**-гамильтониана при наличии поля сводится к замене $\mathbf{k}$ на $\mathbf{k} + \mathbf{A}/c$. Здесь $\mathbf{A}$ — вектор-потенциал магнитного поля, c — скорость света. Кроме того, слагаемые, соответствующие энергии электронного спина во внешнем поле, должны быть в явном виде добавлены в гамильтониан. Полные огибающие функции F_j теперь следует переписать в виде факторизованного произведения функций гармонического осциллятора φ_n и огибающих $f_j(z)$. Полная восьмикомпонентная волновая функция для данного уровня Ландау n может быть записана как [8,9].

$$\psi_n = (f_1(z)\varphi_n f_2(z)\varphi_{n-1} f_3(z)\varphi_{n+1} f_4(z)\varphi_{n+1} \times$$

$$\times f_5(z)\varphi_{n+1} f_6(z)\varphi_{n+2} f_7(z)\varphi_{n+2} f_8(z)\varphi_n). \tag{2}$$

Индекс n пробегает значения $n = -2, -1, 0, 1 \ldots$, причем функции f_j должны быть положены тождественно равными нулю при осцилляторных функциях φ_n с отрицательными индексами.

Полный гамильтониан должен быть переписан в терминах операторов уничтожения и рождения, после чего матричные элементы эффективного гамильтониана, действующего на столбец функций f_j, следует выразить в терминах матричных элементов гармонического осциллятора. Компоненты эффективного гамильтониана 8×8 в присутствии внешнего магнитного поля выписаны нами в Приложении. Заметим, что в выбранном базисе (П.1) матрица гамильтониана симметрична $H_{ij} = H_{ji}$. Из гамильтониана исключены слагаемые, связанные с гофром валентноай зоны и приводящие к смешиванию состояний с n, отличающимися на ± 4. Последовательный учет этих слагаемых не имеет принципиальной трудности, однако требует работы с базисом большей размерности. В работах [10,11] было показано, что изменения, привносимые данными слагаемыми в структуру уровней валентной зоны, относительно малы.

Система связанных дифференциальных уравнений второго порядка для функций f_j может быть представлена в виде

$$[kAk + (kB + Bk)/2 + C]\, f_j = \varepsilon f_j. \tag{3}$$

Здесь $k \equiv -id/dz$, компоненты матриц A, B и C определяются видом эффективного гамильтониана и выражены через энергии границ зон, межзонный матричный элемент импульса, кейновский параметр зоны проводимости F и параметры γ_i и $\varkappa$. При переходе от объемного гамильтониана к гамильтониану гетероструктуры невозможно однозначно установить порядок умножения матричных операторов дифференцирования, определяющий граничные условия на интерфейсах гетероструктур. Единственным налагаемым требованием является эрмитовость гамильтониана. Неопределенность устраняется, например, широко используемой в литературе так называемой симметризацией гамильтониана, приводящей к системе уравнений (3). Требуя непрерывности огибающих $f_j(z)$ и интегрируя уравнения (3) по области интерфейса, получим второе граничное условие — условие непрерывности комбинации $(Ak + B/2)f_j$. Если матрицы A и B материалов, составляющих гетероструктуру, одинаковы, то граничные условия системы уравнений сводятся к непрерывности функций и их производных. Причем никакой неоднозначности, связанной с порядком операторов в гамильтониане, не возникает.

Заметим, что последовательные методы построения гамильтониана электронных состояний в гетероструктуре однозначно определяют порядок операторов и, следовательно, набор граничных условий [12,13].

Общим способом расчета электронных состояний в гетероструктурах, не связанным с конкретным видом многозонного гамильтониана, является метод трансфер-матрицы, или матрицы переноса (см., например, [9]). Его преимуществами являются концептуальная простота и легкость реализации численного алгоритма. В этом методе пространственное изменение электронной волновой функции в гетероструктуре определяется последовательным перемножением матриц переноса, соответствующих элементарным слоям. В случае, если в системе имеются экспоненциально растущие и/или экспоненциально затухающие решения, что является обычным в задаче о туннелировании сквозь барьерные слои, элементы матрицы переноса становятся экспоненциально большими и/или экспоненциально малыми. Возникающая численная нестабильность предопределяет получение некорректных результатов из-за экспоненциального разрастания ошибок округления. Простые оценки показывают, что пределом применимости метода матрицы переноса являются структуры протяженностью $\sim 5\,\text{Å}$, если в выбранной модели одновременно учитываются состояния как зоны проводимости, так и валентной зоны в относительно широкозонных материалах типа GaAs.

Причина использования формализма матрицы рассеяния вместо метода матрицы переноса состоит в том, что в процессе построения матрицы рассеяния нет необходимости применять специальные методы коррекции при работе с экспоненциально изменяющимися решениями. В качестве альтернативы при описании электронных состояний в многослойных структурах метод матрицы рассеяния оказывается стабильным и аккуратным во всех случаях. При этом подходе вместо представления электронных состояний на одной границе гетероструктуры через состояние на другой ее границе рассматриваются состояния, падающие на структуру, и их связь с состояниями, от структуры отраженными. В своих расчетах мы используем в качестве базового метод матрицы рассеяния. Рецепты построения матрицы рассеяния для случая сложных многозонных систем были подробно изложены в [14].

2. Результаты расчета g-фактора тяжелой дырки

Внешнее магнитное поле снимает крамерсово вырождение электронных и дырочных состояний в полупроводниковой гетероструктуре. В общем случае в малых полях это расщепление может быть записано в виде

$$\Delta E = \mu_B g H,$$

где коэффициент g имеет смысл эффективного g-фактора состояний.

В рамках модели, использующей полный гамильтониан размерности 8×8, при помощи метода матрицы рассеяния нами были рассчитаны диаграммы уровней Ландау для состояний дна первой мини-зоны размерного квантования тяжелой дырки в СР GaAs/AlGaAs в геометрии Фарадея. Значения зонных параметров, использованных при расчетах, приведены в табл. 1 [15].

Таблица 1

Зонные параметры полупроводников GaAs и AlAs [15]

Соединение	E_g, eV	E_p, eV	Δ, eV	γ_1^L	γ_2^L	γ_3^L	$\varkappa^L$
GaAs	1.519	28.9	0.341	6.85	2.10	2.90	1.20
AlAs	3.1	21.1	0.275	3.45	0.68	1.29	0.12

Для определения параметров твердых растворов $Al_xGa_{1-x}As$ использовались следующие интерполяционные формулы: при $x < 0.4$

$$E_g(x) = E_g(0) + 1.04x + 0.46x^2,$$

при $x > 0.4$ для $E_g(x)$, а также при всех x для остальных параметров использовалась линейная интерполяция между параметрами чистых материалов GaAs и AlAs. Соотношение разрывов зон на интерфейсах было принято равным $\Delta E_c/\Delta E_v = 3/2$ при $x < 0.4$ и 2/1 для системы GaAs/AlAs. Все расчеты, представленные в данной работе, были выполнены при $F = 0$, $g^0 = 2$. Проверка показала, что изменение этих величин оказывает исчезающе малое влияние на дырочный g-фактор.

Сильное взаимодействие и перемешивание дырочных состояний приводят к значительной нелинейности зависимостей энергии уровней Ландау от магнитного поля. Однако в малых полях, когда смешивание мало, эти зависимости оказываются близкими к линейным. Каждому номеру n в разложении (2) соответствуют две зависимости, которым можно сопоставить состояния дырки с проекциями момента $\pm 3/2$ в малых магнитных полях. Номера основных осцилляторных функций, определяющих характер волновой функции дырочного состояния в плоскости xy, отличаются на три. Таким образом, из разложения по функциям гармонического осциллятора (2) следует, что спиновое расщепление состояний тяжелой дырки определяется разностью энергий E_n и E_{n-3}, при этом основные осцилляторные функции при блоховских амплитудах $|2\rangle$ и $|7\rangle$ оказываются одинаковыми. Таким образом, расщепление $E_n - E_{n-3}$ не связано прямо с орбитальным квантованием.

Анализ зеемановского расщепления состояний тяжелой дырки на нескольких первых уровнях Ландау как функции внешнего магнитного поля $\mathbf{B} \parallel \mathbf{z}$ показывает, что наклон всех линий в малых полях одинаков. Таким образом, g-фактор тяжелой дырки в гетероструктуре, полученный через зеемановское расщепление уровней в малых магнитных полях, есть хорошо определенная физическая характеристика данного дырочного состояния. В дальнейшем термин «g-фактор» мы будем использовать именно в этом смысле. Подчеркнем, что эта величина сильно меняется при изменениях параметров гетероструктуры.

Рассчитанные зависимости g-фактора тяжелых дырок в СР $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ от состава твердого раствора x представлены на рис. 2. При уменьшении доли Al в твердом растворе мы приближаемся к случаю объемного GaAs (однако со снятым вырождением легких и тяжелых дырок), при этом $g_{hh} \to -6\varkappa^L = -7.2$. Очевидно, сравнивать необходимо именно с этим случаем, поскольку даже при малой высоте барьеров вырождение состояний тяжелой и легкой дырок в СР снято эффектами размерного квантования. Мы рассчитали также зависимость g-фактора тяжелой дырки в первой мини-зоне размерного квантования в СР GaAs/AlGaAs от сверхрешетчатого волнового вектора состояния. Эта зависимость не является следствием только изменения энергии дырочного состояния. Модификация граничных условий и структуры самого дырочного состояния ведет к существенной перенормировке его характеристик, включая и значение g-фактора. Отметим, что результаты расчета в соответствии с соображениями симметрии дают квадратичную зависимость g_{hh} от сверхрешеточного волнового вектора q в области малых q. Знание этой зависимости может быть использовано при расчетах g-фактора пространственно локализованных дырочных состояний (например, дырки в экситоне; дырки, связанной на акцепторе и т.д.).

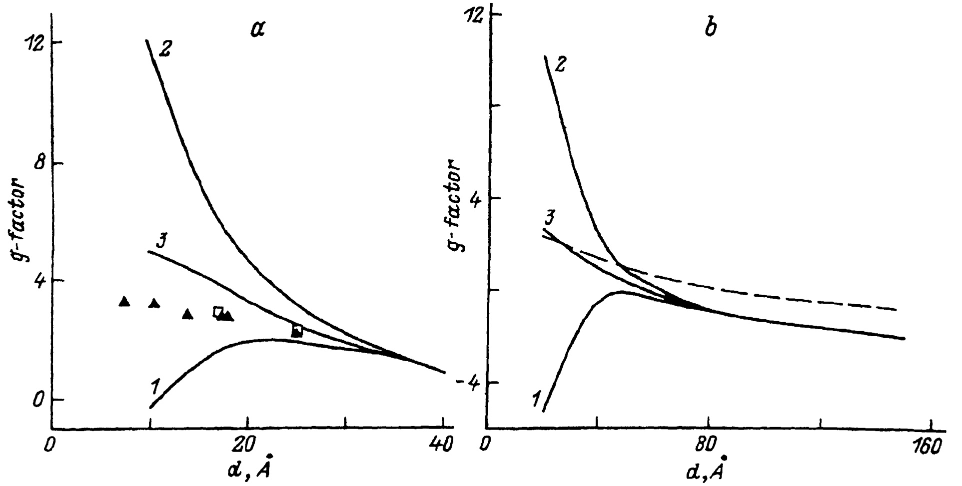

Рис. 3. Зависимость g-фактора тяжелой дырки в структуре $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ от толщины слоя d GaAs для параметра $x = 1$ (a) и 0.37 (b).

Кривые *1* и *2* рассчитаны для состояний дырки на дне (*1*) и на границе (*2*) первой мини-зоны размерного квантования в СР с $a = b$. Кривая *3* получена для структуры с одиночной КЯ $Al_xGa_{1-x}As/GaAs/Al_xGa_{1-x}As$. Экспериментальные данные работ [4] и [5] представлены квадратами и треугольниками соответственно. Штриховая линия — экспериментальная зависимость g-фактора тяжелой дырки от толщины слоя КЯ [2].

Основные результаты расчета g-фактора свободной тяжелой дырки в гетероструктурах $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ приведены на рис. 3,a, b для $x = 1$ и 0.37 соответственно. На нем представлен g-фактор тяжелой дырки в структуре как функция толщины слоя GaAs. Расчет выполнен для дырочных состояний на дне (кривые *1*) и на границе (кривые *2*) первой мини-зоны размерного квантования в СР с одинаковыми толщинами слоев КЯ и барьера. Результаты расчета g-фактора в структуре с одиночной КЯ представлены кривой *3* этого же рисунка. Эти зависимости оказываются очень резкими в области малых толщин слоев. Действительно, в таких структурах происходит сближение уровней тяжелой и легкой дырок. Магнитное поле смешивает эти состояния, что приводит к сильным нелинейностям зеемановского расщепления. Кривая *3* оказывается близкой к среднему арифметическому кривых *1* и *2*, что свидетельствует о наличии аналога метода сильной связи, применяемого при расчете уровней в СР, и в теории g-фактора тяжелой дырки. Применимость этой аналогии простирается вплоть до ультратонких слоев, находящихся уже на грани применимости самого метода эффективной массы. При этом различие g-фактора на дне и на границе мини-зоны может быть гигантским, что, однако, практически не изменяет согласованного поведения кривых *1*–*3*. Соответствие наших расчетов экспериментальным данным работ [2,4,5] оказывается достаточно хорошим. Некоторая модификация наших результатов может определяться, например, наличием экситонного эффекта. Учесть поправки к g-фактору, возникающие за счет локализации дырочного состояния, позволяют приведенные в разделе 3 рассуждения.

Таблица 2

Зонные параметры полупроводников CdTe и CdMgTe [15]

Соединение	Eg, eV	E_p, eV	Δ, eV	γ_1	γ_2	γ_3	$\varkappa$
CdTe	1.606	21.0	0.949	0.94	−0.48	−0.18	−1.57
$Cd_{0.7}Mg_{0.3}Te$	2.112	21.0	0.949	0.94	−0.48	−0.18	−1.57

Примечание. Заметим, что здесь в отличие от табл. 1 представлены модифицированные параметры валентной зоны γ_i и $\varkappa$.

Для полупроводников A_2B_6 зонные параметры известны значительно хуже, чем для полупроводников типа GaAs. Существующие же экспериментальные данные часто менее надежны и обнаруживают значительный разброс в значениях параметров. Сопоставление теории и эксперимента в конечном счете должно привести к уточнению этих значений.

Мы рассчитали зависимость g-фактора тяжелой дырки от толщины слоев для интенсивно изучаемых в настоящее время немагнитных гетероструктур CdTe/CdMgTe (рис. 4). Обозначения сплошных линий соответствуют принятым для рис. 3. Расчет выполнен для твердого раствора барьерных слоев $Cd_{1-x}Mg_xTe$ с $x = 0.3$. Использованные значения параметров указаны в табл. 2 [15]. Для сравнительно слабо исследованных твердых растворов CdMgTe набор параметров выбран таким же, как и для CdTe. Все различие материалов ямы и барьера сведено таким образом к изменению ширины запрещенной зоны полупроводника (выбрано в соответствии с [16]). Соотношение разрывов зон на интерфейсах принято равным $\Delta E_c/\Delta E_v = 7/3$ [17]. Наличие напряжения в структуре из-за рассогласования постоянных кристаллической решетки при расчете не учитывалось. Аналогичный расчет для структуры с одиночной КЯ был выполнен при альтернативном значении параметра $\varkappa = -1.83$ в CdTe [15] (штриховая линия на рис. 4). Как видно, результат меняется существенно, что могло бы быть использовано для более точного определения параметров CdTe из эксперимента.

3. Эффективный g-фактор тяжелой дырки в сильных магнитных полях

Можно определить эффективный g-фактор состояния в больших полях, когда носители сильно локализованы, аналогично тому, как это было сделано для малых полей. Чтобы учесть проявляющиеся в больших полях нелинейности зеемановского расщепления, запишем разложение g-фактора по степеням волнового вектора дырки в СР $(\mathrm{k}_\perp, q)$

$$g_{hh}^{\mathrm{eff}} = g_{hh} + h_\perp k_\perp^2 + h_\parallel q^2 + \dots \, . \tag{4}$$

Для состояния N-го уровня Ландау с основной осцилляторной функцией φ_N (φ_{n+2} для $|7\rangle$ и φ_{n-1} для $|2\rangle$) верно следующее соотношение:

$$k_\perp^2 = 2(N + 1/2)B/c. \tag{5}$$

На рис. 5 представлена зависимость эффективного g-фактора от $k_\perp^2$ для состояния тяжелой дырки на дне первой мини-зоны размерного

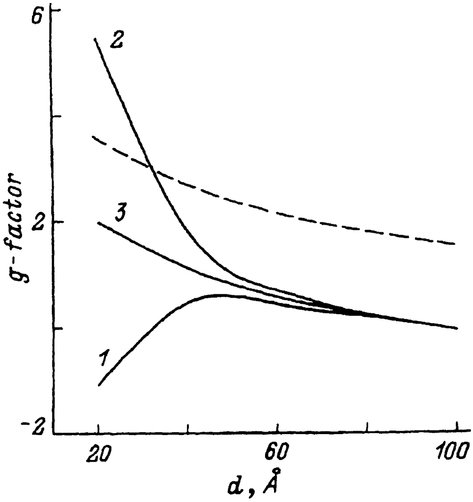

Рис. 4. Зависимость g-фактора тяжелой дырки в структуре $CdTe/Cd_{0.7}Mg_{0.3}Te$ от толщины слоя d CdTe.

Обозначения сплошных линий соответствуют обозначениям рис. 3. Для случая одиночной КЯ расчет выполнен также при другом значении параметра $\varkappa = -1.83$ (штриховая линия).

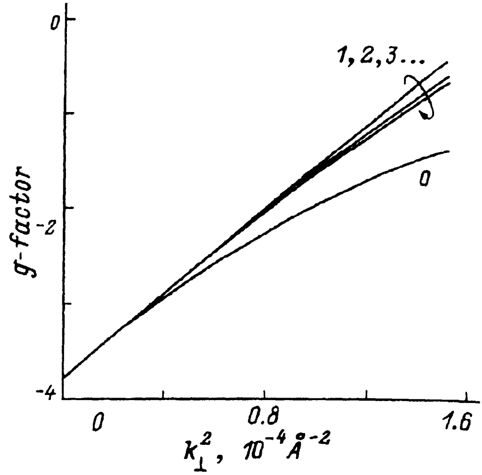

Рис. 5. Зависимость эффективного g-фактора тяжелой дырки от $k_\perp^2$ для состояний на дне первой мини-зоны размерного квантования в СР $GaAs/Al_{0.37}Ga_{0.63}As$ с $a = b = 20$ Å для различных уровней Ландау.

квантования в СР $GaAs/Al_{0.37}Ga_{0.63}As$ с $a = b = 20$ Å для различных уровней Ландау с $N = 0, 1, 2 \dots$. В соответствии с разложением (4) все кривые имеют линейный участок в умеренных полях и наклоны всех кривых совпадают. Мы рассчитали значения констант $h_\perp$ и $h_\parallel$ для СР $GaAs/Al_{0.37}Ga_{0.63}As$ с $a = b = 20$ Å: $h_\perp = 2.8 \cdot 10^6$ Å^{-2}, $h_\parallel = 2.5 \cdot 10^4$ Å^{-2}. Обращает на себя внимание значительное различие коэффициентов $h_\perp$ и $h_\parallel$. Это, однако, неудивительно, поскольку короткопериодная СР может рассматриваться как одноосный полупроводник с выраженной анизотропией. Кроме того, при $\mathbf{B} \parallel \mathbf{z}$ главная ось структуры дополнительно выделена внешним магнитным полем. По мере уменьшения проницаемости барьеров СР $h_\parallel \to 0$; таким образом, в случае изолированных КЯ компонента разложения $h_\parallel q^2$ в (4) отсутствует. Разложение (4) не зависит от типа внешнего воздействия, приводящего к появлению $k_\perp$ и q у электронного или дырочного состояния. Следовательно, знание коэффициентов $h_\perp$ и $h_\parallel$ дает возможность расчета g-фактора дырки, связанной на акцепторе или в экситоне, локализованной на неоднородностях интерфейсов, если усредненные по состоянию дырки $\langle k_\perp^2 \rangle$ и $\langle q^2 \rangle$ достаточно малы.

Выше исследовано влияние внешнего магнитного поля на структуру дырочных уровней в полупроводниковых гетероструктурах. Для этого был реализован устойчивый и эффективный алгоритм нахождения электронных и дырочных состояний в протяженных гетероструктурах в рамках многозонной модели методом матрицы рассеяния. Рассчитаны зависимости g-фактора тяжелой дырки от параметров СР и КЯ для гетеросистем GaAs/AlGaAs и CdTe/CdMgTe, получено удовлетворительное согласие с экспериментом. Важно отметить радикальное отличие значений дырочного g-фактора в гетероструктурах от величины $-6\varkappa^L$, часто трактуемой в качестве эффективного g-фактора тяжелой дырки в объемном полупроводнике [2,4]. Лишь в предельных случаях значение g-фактора приближается к этой величине (см., например, рис. 2 и поясняющий текст).

Обычно экспериментальное значение дырочного g-фактора в гетероструктуре является результатом косвенного измерения. При этом необходимо знать прямо измеряемые значения экситонного g-фактора (g_{ex}) и g-фактора электрона (g_e), если считать верным соотношение $g_{\mathrm{ex}} = g_{hh} \mp g_e$ (для оптически активных и неактивных экситонов состояний соответственно). Причиной систематической погрешности такого подхода может быть различие значений g-фактора свободных и связанных электронных и дырочных состояний в гетероструктуре. Разработанная процедура расчета зеемановского расщепления связанных состояний допускает более последовательное сопоставление теории с прямыми экспериментальными данными по экситонам в гетероструктурах.

Авторы выражают искреннюю признательность Е.Л. Ивченко за интерес к работе и полезные дискуссии.

Работа была частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (код 95-02-06411а) и грантом INTAS-93-3657. Один из авторов (А.А.К.) благодарит за поддержку Международный научный фонд (грант NUB300).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Блоховские амплитуды $|j\rangle$, являющиеся собственными состояниями зоны проводимости и валентной зоны в точке Γ, выражаются через кейновские базисные функции S, X, Y, Z следующим образом:

$$\begin{aligned}
&|1\rangle = |S\uparrow\rangle, && |5\rangle = |S\downarrow\rangle,\\
&|2\rangle = (-i/\sqrt{2})|(X+iY)\uparrow\rangle, && |6\rangle = (-i/\sqrt{6})|(X+iY)\downarrow -2Z\uparrow\rangle,\\
&|3\rangle = (i/\sqrt{6})|(X-iY)\uparrow +2Z\downarrow\rangle, && |7\rangle = (i/\sqrt{2})|(X-iY)\downarrow\rangle,\\
&|4\rangle = (-i\sqrt{3})(X-iY)\uparrow -Z\downarrow\rangle, && |8\rangle = (-i\sqrt{3})(X+iY)\downarrow +Z\uparrow\rangle.
\end{aligned} \tag{П1}$$

Модифицированные параметры Латтинжера γ_i и $\varkappa$ определяют влияние далеких зон на валентную зону полупроводника ($\Gamma_7 + \Gamma_8$) и могут быть выражены через обычные латтинжеровские константы γ_i^L и $\varkappa^L$ как

$$\begin{aligned}
&\gamma_1 = \gamma_1^L - (E_p/3E_0), \quad \gamma_2 = \gamma_2^L - (E_p/6E_g),\\
&\gamma_3 = \gamma_3^L - (E_p/6E_g), \quad \varkappa = \varkappa^L - (E_p/6E_g).
\end{aligned} \tag{П2}$$

Ниже приведены компоненты симметричной матрицы полного эффективного гамильтониана размерности 8×8 для кубического полупроводника во внешнем магнитном поле, выписанные в базисе функций гармонического осциллятора.

$$H_{11} = E_g + (F + (1/2))k^2 + (g^0/4S) + (F + (1/2))S(2n + 1),$$

$$H_{12} = P\sqrt{Sn}, \quad H_{13} = (-1/\sqrt{3})P\sqrt{S(n+1)},$$

$$H_{14} = \sqrt{2/3}P\sqrt{S(n+1)}, \quad H_{15} = 0,$$

$$H_{16} = -\sqrt{2/3}Pk, \quad H_{17} = 0, \quad H_{18} = (1/\sqrt{3})Pk;$$

$$H_{22} = (\gamma_2 - (1/2)\gamma_1)k^2 - (3/2)\varkappa S - (\gamma_2 + \gamma_1)S(n - (1/2)),$$

$$H_{23} = \sqrt{3}S\bar{\gamma}\sqrt{n(n+1)}, \quad H_{24} = -\sqrt{6}S\bar{\gamma}\sqrt{n(n+1)},$$

$$H_{25} = 0, \quad H_{26} = \sqrt{6}\gamma - 3\sqrt{Sn}k,$$

$$H_{27} = 0, \quad H_{28} = -\sqrt{3}\gamma_3\sqrt{Sn}k;$$

$$H_{33} = -((1/2)\gamma_1 + \gamma_2)k^2 + (1/2)\varkappa S - (\gamma_1 - \gamma_2)S(n + (3/2)),$$

$$H_{34} = -\sqrt{2}\gamma_2 k^2 + (1/\sqrt{2})\gamma_2 S(2n+3) - (1/\sqrt{2})(\varkappa + 1)S,$$

$$H_{35} = -\sqrt{2/3}Pk, \quad H_{36} = 0,$$

$$H_{37} = -\sqrt{6}\gamma_3\sqrt{(n+2)S}k, \quad H_{38} = 3\gamma_3\sqrt{(n+1)Sk};$$

$$H_{44} = -\Delta - (1/2)\gamma_1 k^2 + (\varkappa + (1/2))S - \gamma_1 S(n + (3/2)),$$

$$H_{45} = (-1/\sqrt{3})Pk, \quad H_{46} = 3\gamma_3\sqrt{S(n+1)}k,$$

$$H_{47} = -\sqrt{3}\gamma_3\sqrt{S(n+2)}k, \quad H_{48} = 0;$$

$$H_{55} = E_g + (F + (1/2))k^2 - (g^0/4S) + (F + (1/2))S(2n+3),$$

$$H_{56} = (1/\sqrt{3})P\sqrt{S(n+1)},$$

$$H_{57} = -P\sqrt{S(n+2)},$$

$$H_{58} = \sqrt{2/3}P\sqrt{S(n+1)};$$

$$H_{66} = -((1/2)\gamma_1 + \gamma_2)k^2 - (1/2)\varkappa S - (\gamma_1 - \gamma_2)S(n + (1/2)),$$

$$H_{67} = \sqrt{3}\bar{\gamma}S\sqrt{(n+1)(n+2)},$$

$$H_{68} = \sqrt{2}\gamma_2 k^2 - (1/\sqrt{2})(\varkappa + 1)S - \sqrt{2}\gamma_2 S(n + (1/2));$$

$$H_{77} = (\gamma_2 - (1/2)\gamma_1)k^2 + (3/2)\varkappa S - (\gamma_1 + \gamma_2)S(n + (5/2)),$$

$$H_{78} = \sqrt{6}\bar{\gamma}S\sqrt{(n+1)(n+2)};$$

$$H_{88} = -\Delta - (1/2)\gamma_1 k^2 - (\varkappa + (1/2))S - \gamma_1 S(n + (1/2)). \qquad \text{(П3)}$$

Здесь $\bar{\gamma} = (\gamma_2 + \gamma_3)/2$, $S = B/c$. Из гамильтониана исключены слагаемые, связанные с гофром валентной зоны и приводящие к смешиванию состояний с n, различающимися на ± 4. Волновой вектор состояния $\mathbf{k}$ направлен вдоль внешнего магнитного поля.

Список литературы

[1] Roth L.M., Lax B., Zerdling S. Phys. Rev. **114**, 90 (1959).

[2] Snelling M.J., Blackwood E., McDonagh C.J., Harley R.T., Foxon C.T.B. Phys. Rev. **B45**, 3922 (1992).

[3] Ивченко Е.Л., Киселев А.А. ФТП **26**, *8*, 1471 (1992).

[4] Van Kesteren H.W., Cosman E.C., van der Poel W.A.J.A , Foxon C.T Phys. Rev. **41**, 5283 (1990).

[5] Baranov P G., Mashkov I.V., Romanov N.G., Lavallard P., Planel R. Solid State Commun. **87**, 649 (1993); Баранов П.Г, Романов Н.Г., Машков И.В , Хитрова Г.Б., Гиббс Х.М., Лунгнес О. ФТТ **37**, *10*, 2991 (1995).

[6] Sapega V.F., Cardona M., Ploog K., Ivchenko E.L., Mirlin D.N. Phys. Rev. **45**, 4320 (1992).

[7] Kane E.O. J. Phys. Chem. Sol. **1**, 249 (1957).

[8] Weiler M.H. In: Semiconductors and Semimetals / Ed. R.C. Willardson and A.C. Beer Academic. N. Y. (1981). V. 16. P. 119.

[9] Ram-Mohan L.R., Yoo K.H., Aggarwal R.L. Phys. Rev. **38**, 6151 (1988).

[10] Yang S.R., Broido D., Sham L.J. Phys. Rev. **32**, 6630 (1985).

[11] Bangert E., Landwehr G. Surf. Sci. **170**, 593 (1986).

[12] Burt M.G. J. Phys. Cond. Matter **4**, 6651 (1992).

[13] Foreman B. Phys. Rev. **B48**, 4964 (1993).

[14] Ko D.Y.K., Inkson J.C. Phys. Rev. **B38**, 9945 (1988).

[15] Intrinsic Properties of Group IV Elements and III–V, II–VI and I–VII Compounds / Ed. O. Madelung. Springer-Verlag. Berlin (1987). Landolt-Börnstein. New Series. Group III, V. 22. Pt. a.

[16] Ossau W., Zehnder U., Kuhn-Heinrich B., Waag A., Linz Th., Landwehr G., Hellmann R., Goebel E.O. Superlatt. Microstruct. **16**, 5 (1994).

[17] Kuhn-Heinrich B., Ossau W., Heinke H., Fischer F., Linz T., Waag A., Landwehr G. Appl. Phys. Lett. **63**, 2932 (1993).