НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА ЭЛЕКТРОНАМИ ВИГНЕРОВСКОГО КРИСТАЛЛА

© *А.О.Говоров*

Институт физики полупроводников
Сибирского отделения Российской академии наук,
630090 Новосибирск, Россия
(Поступила в Редакцию 19 марта 1996 г.)

Рассматривается резонансное рассеяние света двумерным вигнеровским кристаллом в присутствии магнитного поля. Показано, что в дипольном пределе спектр рассеяния света содержит двухфононные структуры. Описанный механизм рассеяния света возникает благодаря межэлектронному взаимодействию. Получено выражение для сечения рассеяния света в электронном кристалле, которое справедливо вне сильного межзонного резонанса. Частота двухфононной линии имеет характерную зависимость от концентрации электронов и магнитного поля.

Неупругое рассеяние света (РС) эффективно используется в последнее время для исследования спектра коллективных возбуждений двумерной электронной плазмы в магнитном поле [1]. В экспериментах по РС, выполненных в режиме дробного квантового эффекта Холла, наблюдались спектральные структуры, связанные с низкочастотными коллективными возбуждениями (ротонами) [2]. Ротоны формируются из электронных переходов внутри уровня Ландау. Спектр РС в [2] содержал линию, которая интерпретировалась как двухротонная. Численные результаты для спектра РС на двух ротонах были получены в [3]. Авторы [3] рассматривали РС как процесс «встряски» электронной системы, используя феноменологические матричные элементы.

Модель вигнеровского кристалла может быть весьма полезной для исследования механизмов РС в электронной системе с сильным взаимодействием. В данной статье получено аналитическое выражение для сечения РС двумя коллективными возбуждениями (фононами) электронного кристалла. Будет показано, что такой механизм РС связан с межэлектронным взаимодействием. Процессы РС более высокого порядка становятся существенными в режиме сильного межзонного резонанса. Спектры РС будут рассчитываться в дипольном пределе ($\mathbf{k}_{\parallel} \to 0$, где $\mathbf{k}_{\parallel}$ — передача импульса света в плоскости системы).

1. Сечение рассеяния света в электронной плазме

Эксперименты по РС в двумерных системах проводятся, как правило, в режиме межзонного резонанса, что значительно увеличивает эффект. Наиболее общий подход к резонансному РС в полупроводниках был предложен в работе [4]. Сечение РС может быть записано с помощью эффективного оператора взаимодействия $\hat{V}_{\text{eff}}$ (см. [4])

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega d\omega} = \frac{\omega_2}{\omega_1}\frac{e^4}{c^4 m_0^4} S(\omega), \quad S(\omega) = \sum_F |\langle F|\hat{V}_{\text{eff}}(t)|0\rangle|^2 \delta(E_0 - E_F + \omega), \tag{1}$$

где $|F\rangle$, $|0\rangle$ — начальное и конечное состояния в процессе РС, E_0, E_F — их энергии, m_0 — масса свободного электрона. Процесс РС связан с передачей энергии $\omega = \omega_1 - \omega_2$ (ω_1 и ω_2 — частоты падающей и рассеянной волн, $\hbar = 1$) электронной системе. В резонансном приближении оставляем только виртуальные процессы, в которых первичный фотон рождает пару электрон-дырка (экситон) (рис. 1). Матричные элементы оператора $\hat{V}_{\text{eff}}$ имеют вид (см. [4])

$$\langle F|\hat{V}_{\text{eff}}|0\rangle = \sum_N \frac{\langle F|\hat{j}_2|N\rangle\langle N|\hat{j}_1|0\rangle}{\omega_1 + E_0 - E_N} = -i\langle F|\int_0^\infty \hat{j}_2\hat{j}_1(t)e^{i\omega_1 t}dt|0\rangle. \tag{2}$$

Здесь операторы $\hat{j}_1$ и $\hat{j}_2$ описывают переходы между валентной зоной v и зоной проводимости c с участием фотонов ω_1, ω_2, $\hat{j}(t) = e^{-i\hat{H}_{\text{tot}}t}\hat{j}e^{i\hat{H}_{\text{tot}}t}$, где $\hat{H}_{\text{tot}}$ — гамильтониан кристалла, $\{N\}$ — набор промежуточных состояний.

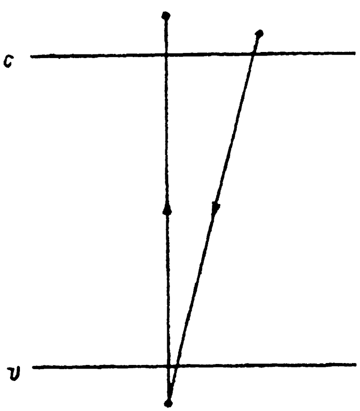

Рис. 1. Схема межзонных оптических переходов в резонансном СР.

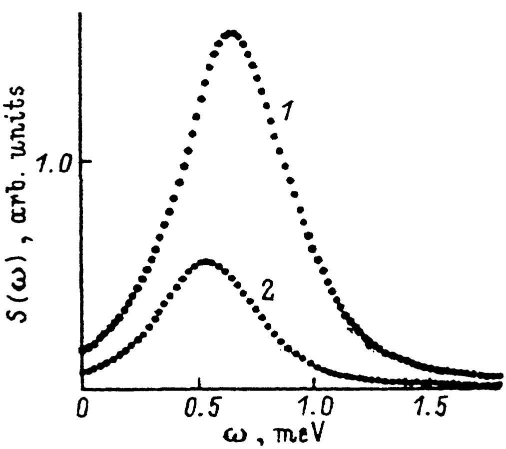

Рис. 2. Спектр РС на двух поперечных колебаниях вигнеровского кристалла в магнитных полях 18 и 22 Т.

Поверхностная плотность электронов 10^{11} cm^{-2}, степень заполнения $\nu = 0.23$ (*1*) и 0.19 (*2*), $\Gamma = 0.2$ meV.

Рассмотрим процесс PC электронами квантовой ямы (например, в системе CaAs–AlAs) в режиме резонанса между нижними двумерными подзонами в c- и v-зонах. В этом случае сумма по N в выражении (2) содержит только промежуточные состояния, которые находятся в резонансе. Будем предполагать, что электроны занимают первую двумерную подзону. Эксперименты по PC в сильном магнитном поле проводятся обычно в геометрии рассеяния назад, когда передача импульса света в плоскости системы весьма мала [1]. В этой статье PC будет исследоваться в дипольном пределе и для геометрии $\mathbf{e}_1 \parallel \mathbf{e}_2$, где $\mathbf{e}_{1,2}$ — поляризации волн 1, 2.

Оператор $\hat{V}_{\text{eff}}$ (см., (2)) может быть разложен в ряд по параметру $1/\Delta$ [5], где $\Delta = \omega_1 - E_g$, E_g — ширина запрещенной зоны структуры с квантовой ямой. Гамильтониан в выражении (2) записывается в виде $\hat{H}_{\text{tot}} = E_c\hat{n}_c + E_v\hat{n}_v + \hat{H}_b$, где $E_{c,v}$ — зонные энергии, $\hat{n}_{c,v}$ — операторы числа частиц в c-, v-зонах, оператор $\hat{H}_b$ описывает кинетическое движение электронов внутри зон и кулоновское взаимодействие. Предполагаем, что дисперсии электронов c- и v-зон параболические. Используя известную формулу $e^{\hat{a}}\hat{b}e^{-\hat{a}} = \hat{b} + [\hat{a},\hat{b}]/1! + [\hat{a},(\hat{a},\hat{b})]/2! + \ldots$, имеем

$$\hat{V}_{\text{eff}} = -i\int\limits_0^\infty \hat{j}_2\, e^{-i\hat{H}_b t}\,\hat{j}_1\, e^{i\hat{H}_b t}\, e^{i(\omega_1 - E_g)t}\,dt = \hat{V}_1 + \hat{V}_2 + \hat{V}_3 + \ldots.$$

$$\hat{V}_1 = \frac{\hat{j}_2\hat{j}_1}{\Delta}, \quad \hat{V}_2 = \frac{\hat{j}_2[\hat{H}_b,\hat{j}_1]}{\Delta^2}, \quad \hat{V}_3 = \frac{\hat{j}_2[\hat{H}_b],[\hat{H}_b],\hat{j}_1}{\Delta}, \ldots. \tag{3}$$

Это разложение справедливо не слишком близко к сильному межзонному резонансу, т.е. когда $E_g \gg \Delta \gg \varepsilon_e$, где ε_e — характерные энергии возбуждений в электронной системе. Первый член в разложении $\hat{V}_{\text{eff}}$ записывается в виде $\hat{V}_1 = -\frac{f_r}{\Delta}\sum_i e^{i\mathbf{k}\|\mathbf{r}}$, где $\mathbf{r}_i$ — радиус-вектор в плоскости системы, i — номер электрона, $f_r = P_{cv}^2/2$, P_{cv} — межзонный матричный элемент в модели Кейна. Оператор $\hat{V}_1$ использовался для описания PC флуктуациями плотности заряда в легированных полупроводниках [5,6], сверхрешетках [7] и квантовых наноструктурах [8]. В дипольном пределе $k_\parallel \to 0$ оператор $\hat{V}_1$ становится константой и не может быть использован для описания неупругого PC. Таким образом, будем рассматривать эффекты, связанные с вкладом $1/\Delta^2$. В пределе $k \to 0$ следующий член в разложении принимает вид (см. [5])

$$\hat{V}_2 = -\frac{f_r}{\Delta^2}\sum_i \frac{\hat{\mathbf{p}}_i^2}{2\mu}, \tag{4}$$

где $\hat{\mathbf{p}}$ — импульс в плоскости системы, $1/\mu = 1/m_c + 1/m_v$, $m_{c(v)}$ — эффективные массы в соответствующих зонах. Это выражение фактически пропорционально оператору кинетической энергии. Можно показать, что вклады, связанные с кулоновским взаимодействием, выпадают из выражения (4). Это возникает из-за нейтральности экситона в промежуточном состоянии. Механизм РС на флуктуациях плотности кинетической энергии изучался в ряде работ [6,9]. Авторы работ [6,9] рассматривали процессы, в которых импульс света k играет первостепенную роль. Как будет показано в следующем разделе, возмущение, описываемое оператором (4), приводит к неупругому РС в дипольном пределе при учете кулоновского взаимодействия.

2. Рассеяние света вигнеровским кристаллом

В гармоническом приближении свойства электронного кристалла определяются гамильтонианом

$$\hat{H}_e = \frac{1}{2m_c}\sum_i \hat{\mathbf{p}}_i^2 + \frac{1}{2}\sum_{i,j}\sum_{\alpha,\beta=x,y}\Phi_{\alpha,\beta}(i,j)u_{i,\alpha}u_{j,\beta}, \tag{5}$$

где $\mathbf{u}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{R}_i$ — вектор смещения электрона из равновесного положения $\mathbf{R}_i$, $\Phi_{\alpha,\beta}(i,j)$ — силовая матрица. Электроны кристалла формируют двумерную треугольную решетку. Спектр колебаний электронного кристалла в магнитном поле, перпендкулярном плоскости двумерной системы, был впервые получен в [10] (см. также [11]). Дисперсия фононов находится из уравнения $[\hat{H}_e, \hat{c}_q^+] = \omega(\mathbf{q})\hat{c}_q^+$, где $\hat{c}_q^+$ — оператор рождения фонона с импульсом $\mathbf{q}$ и частотой ω. Оператор $\hat{c}_q^+$ может быть записан в виде $\hat{c}_q^+ = \sum_i \mathbf{u}_i\mathbf{b}_i + \hat{\mathbf{p}}_i\mathbf{a}_i$, где $\mathbf{b}_i, \mathbf{a}_i$ — некоторые векторы. Приведем асимптотики дисперсий фононов в сильном магнитном поле B (см. [10])

$$\omega_t(\mathbf{q}) = \frac{\sqrt{D_{xx}D_{yy} - D_{xy}^2}}{\omega_c}, \qquad \omega_l(\mathbf{q}) = \omega_c + \frac{D_{xx} + D_{yy}}{2\omega_c},$$

$$D_{\alpha\alpha} = \frac{e^2}{\varepsilon m_c}\sum_i \frac{3R_{i,\alpha}^2 - R_i^2}{R_i^5}\left(1 - e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}_i}\right), \; D_{xy} = \frac{e^2}{\varepsilon m_c}\sum_i \frac{3R_{i,x}^2 R_{i,y}}{R_i^5}\left(1 - e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}_i}\right). \tag{6}$$

Здесь знак плюс соответствует продольным колебаниям (l), знак минус — поперечным (t), ω_c — циклотронная частота, ε — диэлектрическая проницаемость. Выражения (6) справедливы в пределе $\omega_c^2 \gg e^2/(\varepsilon d_0^3 m_c)$, где d_0 — расстояние между узлами электронной решетки. Видно, что спектр фононов в сильном магнитном поле занимает области частот $0 < \omega < \omega_t^{\max}$ и $\omega_c < \omega < \omega_c + \Delta\omega_l^{\max}$, где $\omega_t^{\max}$, $\Delta\omega_l^{\max} \simeq e^2/(\varepsilon d_0^3 m_c \omega_c)$. Поперечные фононы формируются в основном из электронных переходов внутри нулевого уровня Ландау, а продольные — из переходов между уровнями. Параметр $\gamma = e^2/(2\varepsilon d_0^3 m_c \omega_c^2) \simeq \omega_t^{\max}/\omega_c$ характеризует смешивание между волновыми функциями уровней Ландау благодаря взаимодействию.

1) Двухфононные процессы. Разложение амплитуды РС по параметру $1/\Delta$ справедливо, если $E_g \gg \Delta \gg \omega_{l,t}^{\max}$. В сильном магнитном поле это условие принимает вид $E_g \gg \Delta \gg \omega_c$. Запишем

выражение (4) через операторы $\hat{c}_q^+$. Оставляя только вклады, приводящие к стоксовым процессам, имеем

$$\hat{V}_2 = \frac{f_r}{\Delta} \sum_q \phi_1(\mathbf{q}) \hat{c}_{t,q}^+ \hat{c}_{t,-q}^+ + \phi_2(\mathbf{q}) \hat{c}_{t,q}^+ \hat{c}_{l,-q}^+ + \phi_3(\mathbf{q}) \hat{c}_{l,q}^+ \hat{c}_{l,-q}^+. \qquad (7)$$

Этот оператор описывает процессы РС на двух фононах.

В нулевом магнитном поле функции в выражении (7) принимают вид $\phi_1 = \omega_t/4$, $\phi_2 = 0$, $\phi_3 = \omega_l/4$. В пределе сильного магнитного поля ($\gamma \ll 1$) имеем

$$\phi_1 = \gamma \omega_t F_1(\mathbf{q}), \qquad \phi_2 = \omega_t F_2(\mathbf{q}), \qquad \phi_3 = \omega_t F_3(\mathbf{q}), \qquad (8)$$

где функции $F_{1,2,3} \simeq 1$. В сильном магнитном поле спектр РС содержит три линии вблизи частот $n\omega_c$ $(n = 0, 1, 2)$. Амплитуды в выражении (8) включают величину $\omega_t \simeq e^2/(\varepsilon d_0^3 m_c \omega_c) \propto B^{-1}$, которая характеризует смешивание. В сильном магнитном поле состояние системы в основном строится из волновых функций нулевого уровня Ландау. Таким образом, смешивание и амплитуда РС подавляются. Амплитуда РС на возбуждениях внутри уровня Ландау $\phi_1 \propto B^{-3}$, а остальные амплитуды $\propto B^{-1}$. Такие зависимости могут быть поняты при учете смешивания между уровнями Ландау в рамках теории возмущений. В отличие от случая $B = 0$ в присутствии магнитного поля сечение РС содержит вклад от процессов с частотами $\omega = \omega_l + \omega_t$. Это связано с тем обстоятельством, что продольные и поперечные движения электрона не разделяются из-за влияния силы Лоренца.

Рассмотрим низкочастотное РС, приводящее к возбуждению двух поперечных фононов. Формфактор в этом случае имеет вид

$$S_{tt}(\omega) = \frac{f_r^2}{\Delta^4} \gamma^2 \sum_q \omega_t^2 |F_1(\mathbf{q})|^2 \delta(\omega - 2\omega_t), \quad |F_1(\mathbf{q})|^2 = \frac{(D_{xx} - D_{yy})^2 + 4D_{xy}^2}{4D_0^2}, \qquad (9)$$

где $D_0 = e^2/(\varepsilon d_0^3 m_c)$. Спектр РС на двух поперечных фононах показан на рис. 2. Численные результаты были получены с помощью формул (6), (9). При расчете форм-фактора дельта-функция в выражении (9) заменялась на функцию $\Gamma/((\omega - 2\omega_t)^2 + \Gamma^2)$. Линия в спектре люминесценции двумерной магнитоплазмы, которая связывалась с присутствием электронного кристалла, возникала при степени заполнения уровня Ландау $\nu < 0.28$ [12]. Результаты (рис. 2) представлены для $\nu = 0.19, 0.23$. Спектр РС электронным кристаллом лежит в области частот $\omega \simeq 1$ meV. Современные методы исследований позволяют изучать спектральные линии с $\omega > 0.2$ meV (см. [2]). Спектр РС отражает плотность состояний фононов, которая имеет максимум в X-точке q-пространства. Частота максимума функции $S_{tt}(\omega)$ порядка $4D_0/\omega_c \propto B^{-1} N_s^{3/2}$ (N_s — поверхностная плотность электронов). Такая зависимость частоты от магнитного поля и плотности характерна для электронов локализованных за счет кулоновского взаимодействия.

Для РС на двух разнотипных фононах формфактор записывается в виде

$$S_{lt}(\omega) = \frac{f_r^2}{\Delta^4} \sum_q \omega_t^2 |F_2(\mathbf{q})|^2 \delta(\omega - \omega_l - \omega_t), \quad |F_2(\mathbf{q})|^2 = \frac{D_{xx} + D_{yy} + 2\omega_t\omega_c}{4\omega_t\omega_c}. \tag{10}$$

Спектр (10) занимает область частот $\omega_c < \omega < \omega_c + \omega_t^{max} + \Delta\omega_l^{max}$, где ω_t^{max}, $\Delta\omega_l^{max} \simeq 1$ meV для типичных параметров системы.

Возмущение, описываемое оператором $\hat{V}_2$, приводит к неупругому РС, так как коммутатор $[\hat{V}_2, \hat{H}_e]$ не равен нулю. Последнее обстоятельство связано с наличием вкладов кулоновского взаимодействия. Описанный механизм РС возникает непосредственно из-за межэлектронных корреляций. В сильном магнитном поле РС, связанное с оператором $\hat{V}_2$, зависит от степени смешивания между волновыми функциями уровней Ландау и подавляется. Выражение для $\hat{V}_2$ есть, фактически второй член в разложении оператора $\sum_i 1/(\Delta - \hat{p}_i^2/2\mu)$, который был получен в рамках подхода невзаимодействующих электронов [5]. Таким образом, зависимость оператора $\hat{V}_2$ от импульса появляется из-за близости к межзонному резонансу. Оператор $\hat{V}_2$ по-разному действует на компоненты волновой функции электронов и, следоательно, вызывает неупругие процессы. Такое РС можно рассматривать как эффект «встряски». Иными словами, процесс поглощения и испускания света сопровождается рождением пары фононов в электронном кристалле.

2) Четырехфононные процессы. Обсудим влияние следующего члена в разложении эффективного оператора взаимодействия. Учитывая только вклад кинетической энергии, имеем $\hat{V}_3 \propto (f_r/\Delta^3) \sum_i \hat{p}_i^4$. Возмущение, связанное с этим оператором, приводит к четырехфононным процессам. Для низкочастотного РС получаем

$$\hat{V}_3 = \frac{f_r}{\Delta^3} \sum_{q1+q2+q3+q4=0} \phi_4 \hat{c}_{t,q1}^4 \, \hat{c}_{t,q2}^+ \, \hat{c}_{t,q3}^+ \, \hat{c}_{t,q4}^+. \tag{11}$$

В нулевом магнитном поле амплитуда в выражении (11) имеет вид $\varphi_4 \propto \sqrt{\omega_t(\mathbf{q}_1)\omega_t(\mathbf{q}_2)\omega_t(\mathbf{q}_3)\omega_t(\mathbf{q}_4)}$. В сильном магнитном поле $\phi_4 \propto \gamma^2(\omega_t^{max})^2$. Сечение РС на четырех фононах содержит дополнительный параметр $(\omega_t^{max}/\Delta)^2$ по отношению к сечению двухфононного процесса. Таким образом, в режиме сильного резонанса, когда величина Δ достаточно мала, процессы высокого порядка могут играть существенную роль.

Автор благодарен А.В.Чаплику и М.В.Энтину за полезные замечания и участие в обсуждении работы.

Список литературы

[1] A. Pinczuk, D. Heiman, S. Schmitt-Rink, C. Kallin, B. Dennis, L.N. Pfeiffer, K.W. West. Light Scattering in Semiconductor Structures and Superlattices / Ed. D.J. Lockwood and J.F. Young. Plenum Press. N.Y. (1991). P. 571.

[2] A. Pinczuk, B. Dennis, L.N. Pfeiffer, K.W. West. Semicond. Sci. Technol. **9**, 1865 (1994); A. Pinczuk et al. Sur. Sci. In press.

[3] P.M. Platzman, He Song. Phys. Rev. **B49**, *19*, 13674 (1994).

[4] D.C. Hamilton, A.L. McWhorter. Light Scattering Spectra of Solids / Ed. G.B. Wright. Springer. N.Y. (1969). P. 309.
[5] M.V. Klein. Light Scattering in Solid / Ed. M. Cardona. Springer-Verlag. Berlin (1975). P. 174.
[6] B.H. Bairamov, I.P. Ipatova, V.A. Voitenko. Phys. Rev. **229**, *5*, 221 (1993).
[7] J.K. Jain, P.B. Allen. Phys. Rev. **B32**, *2*, 997 (1985).
[8] A.V. Chaplik, A.O. Govorov. Superlatt. Microsturc. **7**, *2*, 161 (1990); А.О. Говоров, Л.И. Магарилл. ФТТ **6**, *2*, 256 (1994).
[9] P.A. Wolff. Phys. Rev. **171**, *2*, 436 (1968).
[10] А.В. Чаплик. ЖЭТФ **62**, *2*, 746 (1972).
[11] В.Б. Шикин, Ю.П. Монарха. Двумерные заряженные системы в гелии. М. (1989). 105 с.
[12] I.V. Kukushkin, N.J. Pulsford, K. von Klitzing, K. Ploog, R.J. Haug, S. Koch, V.B. Timofeev. Phys. Rev. **B45**, *8*, 4532 (1992).