

# ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН КРАЕВЫМИ ДИСЛОКАЦИЯМИ, ДВИЖУЩИМИСЯ В ИОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

© К.А. Чишко, О.В. Чаркина

Физико-технический институт низких температур Академии наук Украины,  
310104 Харьков, Украина

(Поступила в Редакцию 30 августа 1995 г.

В окончательной редакции 8 апреля 1996 г.)

Выполнено теоретическое исследование процессов излучения электромагнитных волн прямолинейными краевыми дислокациями, движущимися в ионных кристаллах с решеткой типа NaCl. Показано, что перемещение дислокации в периодическом потенциале решетки приводит к возникновению специфического тока поляризации, реализуемого на нескомпенсированных валентных связях вдоль края экстраплоскости дислокации. При движении дислокации с постоянной средней скоростью  $V$  частота изменения поляризованного тока имеет порядок величины  $\omega \sim 2\pi V/b$  ( $b$  — вектор Бюргерса дислокации). Такую же частоту имеет основная гармоника излучения, представляющая собой монохроматическую цилиндрическую волну, расходящуюся от линии дислокации. Вычислены поток электромагнитной энергии в волновой зоне и сила радиационного трения, действующая на единицу длины дислокационной линии. Рассмотрена задача об излучении электромагнитных волн краевой дислокацией, совершающей в плоскости скольжения колебательное движение с амплитудой  $x_0 \gg b$  и частотой  $\Omega$ . В составе излучения колеблющейся дислокации присутствуют четные гармоники частоты  $\Omega$ . Получены выражения, описывающие поля тормозного электромагнитного излучения прямолинейной краевой дислокации, движущейся в ионной решетке с постоянным средним ускорением.

Движение дислокаций в твердых телах сопровождается появлением упругих и электромагнитных возбуждений, обусловленных возмущением атомной и электронной подсистем кристалла. Теоретическое и экспериментальное изучение такого рода явлений представляет собой актуальную задачу в связи с тем, что акустические и электромагнитные волны, генерируемые в процессе формоизменения материалов, несут уникальную информацию о динамическом поведении дефектов кристаллической структуры под действием различных внешних факторов (деформирующих напряжений, ионизующих излучений, электромагнитных воздействий и др.).

Наиболее изученным как в экспериментальном, так и в теоретическом плане на сегодняшний день представляется круг проблем, связанных с акустической эмиссией дислокаций, трещин, зародышей новой фазы и прочих дефектов твердых тел [1,2]. Вполне установленными можно считать основные физические механизмы звукового излучения, возникающего в процессе пластической деформации и разрушения [3–5]. Электромагнитные эффекты в твердых телах, разумеется,

также хорошо изучены во многих аспектах, но вместе с тем в литературе известно лишь небольшое число работ, специально посвященных проблеме электромагнитной эмиссии дислокаций и трещин. Здесь прежде всего необходимо отметить экспериментальные исследования электромагнитных шумов, генерируемых в процессе развития полос скольжения и трещин в ионных кристаллах [6,7]. Подробный и целенаправленный теоретический анализ соответствующих явлений в настоящий момент практически отсутствует.

Сравнительно давно в работах [8,9] был предложен механизм генерации электромагнитной волны прямолинейной дислокацией, движущейся в ионном кристалле. Его суть заключается в том, что переменные упругие поля, создаваемые дислокацией, деформируют электронейтральную решетку, приводя к возникновению переменной электрической поляризации и как следствие к появлению в диэлектрике электромагнитных возбуждений [10]. Таким образом, указанный механизм основан на электроупругих эффектах, которые для большинства диэлектрических кристаллов, не являющихся пьезоэлектриками, мал в меру малости электроупругих модулей [10].

Целью настоящей работы является предложение и разработка альтернативного механизма излучения электромагнитных волн прямолинейными краевыми дислокациями, связанного с возбуждением микротоков в области ядра дислокаций, движущейся в непьезоэлектрическом ионном кристалле.

## 1. Краевая дислокация как источник электромагнитных полей в ионном кристалле

Предположим, что кристалл имеет кубическую решетку со структурой NaCl. В таком кристалле ядро прямолинейной краевой дислокации, линия которой совпадает с направлением [001], представляет собой цепочку знакопеременных зарядов, ограничивающую экстраплоскость дислокации [11,12]. Пусть ось  $OZ$  направлена вдоль линии дислокации, а плоскость  $y = 0$  является плоскостью скольжения. Тогда плотность заряда на линии дислокации равна

$$\rho(\mathbf{r}, t) = e^* F(x) \delta(x - x_0(t)) \delta(y) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ \delta(z - 2ma) - \delta[z - (2m + 1)a] \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $2a$  — период решетки вдоль линии дислокации с координатой  $x(t)$  (положительные заряды расположены в позициях  $z = 2ma$ , отрицательные — в позициях  $z = (2m + 1)a$ ),  $e^*$  — эффективный заряд краевого узла экстраплоскости, а функция  $F(x)$  имеет период  $2b$  в направлении движения дислокации ( $b$  — расстояние между соседними минимумами рельефа Пайерлса в направлении оси  $OX$ ,  $|F(x)| \leq 1$ ).

Происхождение сомножителя  $F(x)$  в (1) связано с тем, что при переходе дислокации в соседнюю долину рельефа Пайерлса (при продвижении на одно межатомное расстояние  $b$  вдоль оси  $OX$ ) узел с номером  $m$  на ее линии, имевший первоначально заряд  $\pm e^*$ , «перезаряжается», приобретая в новой позиции заряд  $\mp e^*$  [12]. Дальнейшее смещение дислокации на межатомное расстояние  $b$  восстанавливает первоначальное

распределение зарядов на ней. Перезарядка узлов в ядре дислокации не сопровождается никаким макроскопическим переносом заряда [11, 12]; она обусловлена лишь специфической упаковкой разнозаряженных ионов в решетке. Таким образом, при скольжении краевой дислокации наблюдаются осцилляции эффективного заряда на границе экстраплоскости, т. е. в ее ядре. Кинематика смены заряда в узле при смещении на период идентичности  $2b$  может быть описана функцией  $f(x)$ , заданой, например, на интервале  $-b \leq x \leq b$ , причем  $f(b) = f(-b)$ , а при  $|x| > b$  следует полагать  $f(b) = 0$ . Конкретный вид этой функции зависит от характера перераспределения электронной плотности на узле экстраплоскости при его трансляции на период решетки. Функция  $F(x)$  может быть получена периодическим продолжением  $f(x)$

$$F(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f(x + 2bm), \quad F(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m \exp \left[ i \frac{\pi mx}{b} \right]. \quad (2)$$

Далее будем предполагать, что коэффициенты  $F_m$  заданы. Удобно считать  $F(x)$  четной функцией (это соответствует долинам рельефа Пайерлса на линиях  $x = mb$ ,  $m = 0, \pm 1, \dots$ ), т. е.  $F_n = F_{-n}$ . Не конкретизируя вид функции  $F(x)$ , можно тем не менее сделать некоторые общие заключения о поведении коэффициентов  $F_n$ . Например, в простейшем модельном случае, когда  $F(x) = \cos(\pi x/b)$ ,  $F_1 = F_{-1} = 1$ , а остальные  $F_n$  равны нулю. В общем случае можно утверждать, что ряд (2) сходится, а  $F(x)$  будет аналитической функцией вместе со всеми своими производными до  $m$ -го порядка включительно, если  $m+1 = e$  производные  $f^{(m+1)}(x)$  функции  $f(x)$  удовлетворяют условию  $f^{(m+1)}(b) = f^{(m+1)}(-b)$ . Далее мы увидим, что в формулы для полей излучения будут входить первые производные  $F(x)$ . Таким образом, аналитическое продолжение (2) должно удовлетворять очевидным условиям гладкости в точках «сшивки»  $x = (2m+1)b$ . Разумеется, во всех реальных физических ситуациях свойства функции (2) могут быть согласованы с этими условиями. Здесь, однако, важно подчеркнуть, что наибольший интерес для физики твердого тела представляла бы задача экспериментального восстановления вида функции  $F(x)$ . Проведенное нами рассмотрение показывает, что в принципе это можно сделать, регистрируя электромагнитную эмиссию дислокаций.

При выполнении дальнейших расчетов применим схему, используемую в классической электродинамике для построения электромагнитных полей произвольно движущегося точечного заряда (потенциалов Лиенара–Вихерта [13]). Пусть средняя скорость дислокации  $V(t) = \partial x_0 / \partial t$  есть известная функция времени. Перейдем в сопутствующую дислокации локально-инерциальную систему отсчета, движущуюся вдоль оси  $OX$  в каждый момент времени со скоростью  $V(t)$ , и запишем уравнение непрерывности для заряда, флуктуирующего на дислокационной линии,

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = -\operatorname{div} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

где  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  — плотность тока в ядре дислокации. Нас интересуют поля, мало меняющиеся на расстояниях порядка межатомных. Для их

получения произведем усреднение микротоков так, как это принято в электродинамике сплошных сред [14]. Продифференцируем (1) по времени и применим приближенное соотношение

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ \delta(z - 2ma) - \delta[z - (2m + 1)a] \right\} \cong a \frac{\partial}{\partial z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(z - 2ma). \quad (4)$$

В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = & - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ ae^* V(t) F(x) \times \right. \\ & \left. \times \frac{\partial}{\partial x} \delta(x - x_0(t)) \delta(y) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(z - 2ma) \right\} = - \frac{\partial}{\partial z} J_z(\mathbf{R}, z, t). \end{aligned} \quad (5)$$

После очевидного усреднения  $j_z(\mathbf{R}, z, t)$  по координате  $z$  представим соответствующую компоненту плотности тока в виде

$$j_z(\mathbf{R}, t) = \frac{e^*}{2} V(t) F(x) \delta'(x - x_0(t)) \delta(y). \quad (6)$$

Здесь  $\mathbf{R}$  — двумерный радиус-вектор в плоскости  $z = 0$ ,  $R^2 = x^2 + y^2$ . Таким образом, выражение (6) описывает макроскопическую плотность тока в ядре краевой дислокации, скользящей со скоростью  $V$ .

Полученный результат имеет очевидный физический смысл. В сопутствующей системе отсчета ядро дислокации представляет собой цепочку электрических диполей, моменты которых, оставаясь параллельными оси  $OZ$ , осциллируют с частотой  $\sim V/2b$ . По этой причине процесс перемещения краевой дислокации в ионном кристалле эквивалентен макроскопическому переменному поляризационному току связанных с краем экстраплоскости эффективных зарядов. Наличие такого тока не нарушает макроскопической электронейтральности системы аналогично тому, как обычный объемный ток поляризации не нарушает электронейтральности диэлектрика, помещенного в переменное электрическое поле. Если при движении дислокация остается прямолинейной и параллельной оси  $OZ$ , плотность тока поляризации  $j(\mathbf{r}, t)$ , реализуемого на нескомпенсированных валентных связях вдоль края экстраплоскости, имеет единственную отличную от нуля компоненту  $j_z$ , определяемую формулой (6).

Правомерность проведенного усреднения связана с тем, что длины волн излучения, обусловленного осцилляциями заряда в ядре дефекта, имеют порядок  $\lambda \sim bc/V$ . В силу существенно нерелятивистских скоростей дислокации  $V \ll c$  ( $c$  — скорость света) имеем  $\lambda \gg a$ , что и оправдывает макроскопический подход к описанию дислокации как источника электромагнитных полей в ионном кристалле.

Электрическое  $\mathbf{E}'$  и магнитное  $\mathbf{H}'$  поля движущейся дислокации, определенные с помощью (6), формально будут относиться к сопутствующей системе. Поля в лабораторной системе ( $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ ) могут

быть получены с помощью преобразований Лоренца, которые вследствие существенно нерелятивистских скоростей перемещения дислокаций ( $V \ll c$ ) могут быть представлены в виде [13]

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}' - \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{H}', \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}' + \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{E}'. \quad (7)$$

Поскольку скорости индивидуальных дислокаций в кристаллах типа NaCl при обычных уровнях нагружения не превышают  $10-10^2 \text{ cm/s}$ , отношение  $V/c$  не превосходит  $10^{-8}-10^{-9}$ , и можно считать, что в интересующем нас случае поля в сопутствующей и лабораторной системах с высокой точностью совпадают,  $\mathbf{E} \cong \mathbf{E}'$ ,  $\mathbf{H} \cong \mathbf{H}'$ .

## 2. Электромагнитное излучение прямолинейной краевой дислокации

При расчетах электромагнитных полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  далее будем предполагать, что дислокация движется в неограниченной однородной изотропной немагнитной среде ( $\mu = 1$ ) без дисперсии ( $\varepsilon = \text{const}$ ). Поляризуемость среды не имеет в нашей задаче принципиального значения, так что без ограничения общности  $\varepsilon = 1$ . Воспользуемся электродинамическими потенциалами в обычном определении [13]

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \quad (8)$$

с лоренцевской калибровкой

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \text{div } \mathbf{A} = 0,$$

после чего для единственной компоненты  $A_z(\mathbf{R}, t)$  векторного потенциала получаем уравнение д'Аламбера

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right\} A_z(\mathbf{R}, t) = \frac{4\pi}{c} j_z(\mathbf{R}, t). \quad (9)$$

Решение (9), отвечающее принципу причинности (при  $t \rightarrow \infty$  оно соответствует расходящейся от источника волне), может быть записано как

$$A_z(\mathbf{R}, t) = \frac{4\pi}{c} \int_{-\infty}^t dt' \int d^2 R' G(\mathbf{R} - \mathbf{R}' | t - t') j_z(\mathbf{R}', t'), \quad (10)$$

где  $G(\mathbf{R}|t)$  — запаздывающая функция Грина плоской задачи

$$G(\mathbf{R}|t) = \int_{-\infty}^{\infty} dz G(\mathbf{r}|t), \quad G(\mathbf{r}|t) = \frac{1}{4\pi r} \delta \left( t - \frac{r}{c} \right). \quad (11)$$

Необходимые нам поля излучения дислокации определяются соотношениями (8), в которые должны быть подставлены асимптотики решения (10) в волновой зоне.

Определим спектральные компоненты  $\mathbf{A}^\omega$  функции  $\mathbf{A}$  как амплитуды Фурье-разложения

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \mathbf{A}^\omega(\mathbf{r}) \exp(i\omega t). \quad (12)$$

Аналогичным образом определены спектральные разложения всех остальных используемых в работе величин. Таким образом, спектральные компоненты интересующего нас решения (10) имеют вид

$$A_z^\omega(\mathbf{R}) = \frac{4\pi}{c} \int d^2 R' \mathcal{G}^\omega(\mathbf{R} - \mathbf{R}') j_z^\omega(\mathbf{R}'). \quad (13)$$

Здесь  $\mathcal{G}^\omega(\mathbf{R})$  — спектральные компоненты двумерной функции Грина, получаемые из (11) с учетом определения (12)

$$\mathcal{G}^\omega(\mathbf{R}) = \frac{1}{4i} \left\{ \theta(\omega) H_0^{(2)} \left[ |\omega| \frac{R}{c} \right] - \theta(-\omega) H_0^{(1)} \left[ |\omega| \frac{R}{c} \right] \right\}, \quad (14)$$

где  $H_0^{(1,2)}(z)$  — функции Ганкеля первого и второго рода нулевого порядка [15], а  $\theta(x)$  — ступенчатая функция Хэвисайда.

Асимптотики векторного потенциала (13) в волновой зоне можно получить, воспользовавшись известными представлениями функций Ганкеля для больших значений аргумента [15]. Соответствующее асимптотическое выражение для функции Грина (14) будет иметь вид

$$\mathcal{G}^\omega(\mathbf{R}) = \frac{1}{2} \left( \frac{c}{2i\pi\omega R} \right)^{1/2} \exp \left( -i\omega \frac{R}{c} \right). \quad (15)$$

Для дальнейшего рассмотрения мы ограничимся записью полей излучения в дипольном (нулевом по параметру  $R'/R \ll 1$ ) приближении [14]. Введем линейную плотность  $D_z(t)$  электрического дипольного момента прямолинейной краевой дислокации

$$\frac{\partial}{\partial t} D_z(t) = \int d^2 R' j_z(\mathbf{R}, t) = \frac{e^*}{2} V(t) \Phi(x_0(t)), \quad (16)$$

где использовано обозначение

$$\Phi(x_0(t)) = \frac{\partial}{\partial x_0} F(x_0(t)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Phi_m \exp \left[ i \frac{\pi m x_0(t)}{b} \right], \quad (17)$$

причем  $\Phi_m = \frac{i\pi m}{b} F_m$ . Итак, спектральные компоненты векторного потенциала полей излучения могут быть получены из (13) в виде

$$A_z^\omega(\mathbf{R}) + \left( \frac{2\pi}{i\omega R c} \right)^{1/2} (i\omega D_z^\omega) \exp \left( -i\omega \frac{R}{c} \right). \quad (18)$$

Здесь  $D_z^\omega$  есть спектральные компоненты линейной плотности электрического дипольного момента  $D_z(t)$  прямолинейной дислокации

$$i\omega D_z^\omega = \frac{e^*}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' v(\omega - \omega') \phi(\omega'), \quad (19)$$

где  $v(\omega)$  и  $\phi(\omega)$  — спектральные компоненты функций  $\Phi$  и  $V$ .

В цилиндрической системе координат  $R, \varphi, z$  (угол  $\varphi$  отсчитывается от положительного направления оси  $OX$ ) напряженности электрического и магнитного полей в волне, излучаемой дислокацией, имеют по одной отличной от нуля компоненте

$$H_\varphi^\omega(R, \varphi) = \frac{1}{c} \left( \frac{2\pi}{i\omega R c} \right)^{1/2} [(i\omega)^2 D_z^\omega] \exp \left( -i\omega \frac{R}{c} \right), \quad (20)$$

$$E_z^\omega(R, \varphi) = -H_\varphi^\omega(R, \varphi). \quad (21)$$

Выражения (20), (21) описывают цилиндрическую линейно поляризованную электромагнитную волну, расходящуюся от линии дислокации.

Пространственно-временное распределение излучения мы получим, произведя обратное преобразование Фурье по времени в (20)

$$H_\varphi(R, \varphi, t) = -\frac{1}{c} \left( \frac{2}{R c} \right)^{1/2} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} D_z \left( t - \tau - \frac{R}{c} \right), \quad (22)$$

$$E_z(R, \varphi, t) = -H_\varphi(R, \varphi, t). \quad (23)$$

Как и должно быть, амплитуда тормозного излучения в дипольном приближении [14] пропорциональна второй производной по времени от дипольного момента излучающей системы

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} D_z(t) = \frac{e^*}{2} \left[ W(t) \Phi(x_0(t)) + V^2(t) \frac{\partial}{\partial x_0} \Phi(x_0(t)) \right], \quad (24)$$

где  $W(t) = \partial V(t)/\partial t = \partial^2 x_0(t)/\partial t^2$  — среднее ускорение дислокации в кристалле. Оба слагаемых в (24) относятся к тормозному излучению системы. Первое слагаемое представляет собой высокочастотную несущую (с частотой порядка  $V/2b$ ), промодулированную по частоте (в меру отличия от нуля второй производной  $\partial^2 x_0(t)/\partial t^2$ ) и амплитуде (благодаря медленно меняющемуся за времена  $\sim 2b/V$  сомножителю  $V(t)$ ). Второе слагаемое в (24) не зависит от ускорения дислокации и приводит к появлению излучения даже тогда, когда дислокация движется с постоянной средней скоростью. В последнем случае, однако, частота и амплитуда излучения остаются постоянными.

### 3. Излучение равномерно движущейся краевой дислокации

Рассмотрим краевую дислокацию, скользящую в плоскости  $y = 0$  с постоянной средней скоростью  $V$ . В этом случае  $x_0(t) = Vt$  и соответственно  $v(\omega) = 2\pi V \delta(\omega)$ ,

$$\phi(\omega) = \frac{2i\pi^2}{b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} n F_n \delta(\omega - n\omega_0), \quad (25)$$

где  $\omega_0 = \pi \frac{V}{b}$ . Спектральные компоненты полей излучения получаем, подставляя (25) в (19),

$$H_\varphi^\omega(R, \varphi) = \frac{i\pi e^* \omega_0}{c} \left( \frac{2\pi i\omega}{Rc} \right)^{1/2} \exp \left( -i\omega \frac{R}{c} \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} n F_n \delta(\omega - n\omega_0). \quad (26)$$

Спектральные компоненты напряженности электрического поля определяются соотношением (21). Излучение равномерно движущейся дислокации представляет собой набор цилиндрических гармоник с частотами, кратными  $\omega_0$ .

Производя в (25) обратное преобразование Фурье по времени, получаем пространственно-временное распределение полей электромагнитного излучения дислокации

$$H_\varphi(R, \varphi, t) = \frac{e^*}{c} \left( \frac{2\pi}{Rc|\omega_0|} \right)^{1/2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1/2} F_n \sin \left[ n|\omega_0| \left( t - \frac{R}{c} \right) + \frac{\pi}{4} \right]. \quad (27)$$

При записи (27) мы воспользовались четностью функции  $F(x)$ . Напряженность электрического поля по-прежнему определяется формулой (23). Прямолинейная краевая дислокация излучает цилиндрические волны, амплитуда которых убывает с расстоянием от ее линии как  $R^{-1/2}$ . Из (27) следует, что поля излучения пропорциональны модулю средней скорости дислокации, т. е. векторы напряженности электрического и магнитного полей, порождаемых краевой дислокацией, не меняют знак при изменении направления ее скольжения вдоль оси  $OX$ , что, казалось бы, противоречит принципу причинности. В действительности, конечно, никакого противоречия нет. В самом деле, в сопутствующей системе отсчета дислокация представляет собой неподвижную прямую линию, вдоль которой течет переменный ток поляризации с частотой  $\omega_0$ . Поскольку  $F(x)$  — четная функция, фаза этого тока не меняется при изменении знака  $V(t)$ . В лабораторной системе поля определяются соотношениями (7), которые, как и должно быть, дают разный результат для движения дислокации в положительном и отрицательном направлениях оси  $OX$ . Другое дело, что чувствительные к знаку скорости поправки в полях излучения малы, и при записи (26), (27) мы пренебрегаем ими, как отмечено в конце раздела 1.

Средний по времени поток электромагнитной энергии, излучаемой единицей длины равномерно движущейся дислокации, есть

$$W = \frac{\pi}{2} \left( \frac{e^*}{c} \right)^2 |\omega_0|^3 \sum_{n=-\infty}^{\infty} n^3 F_n = \mathcal{F}|V|. \quad (28)$$

Электромагнитные потери определяют силу радиационного трения  $\mathcal{F} = W/V$  на единицу длины дислокационной линии. Полагая для оценок  $e^* \simeq 4.8 \cdot 10^{-10}$  ед. CGSE,  $b \simeq 3 \cdot 10^{-8}$  см, имеем

$$\mathcal{F} \simeq 10^5 \left( \frac{V}{c} \right)^2. \quad (29)$$

Сила торможения (29) на пять порядков превышает аналогичную величину, следующую из модели [8], однако и в нашем случае она пренебрежимо мала по сравнению с фононным трением, поскольку  $V \ll c$ . Рассмотренный механизм излучения представляет интерес в связи с возможностью исследования динамических свойств дислокаций радиофизическими методами. Оценим параметры излучения, предполагая, что источником электромагнитного шума являются колеблющиеся дислокационные сегменты. Скорости индивидуальных дислокационных сегментов в кристаллах типа NaCl  $V \simeq 10-100$  см/с, и частота излучения  $\omega_0/2\pi \simeq V/b$  составляет 1–10 GHz, т.е. лежит в сантиметровом диапазоне радиоволн. Оценка для напряженности электрического поля в излучаемой волне следует из (27), (28)

$$E \simeq \frac{e^* \omega_0}{c} \left( \frac{2\pi\omega_0}{Rc} \right)^{1/2}. \quad (30)$$

На расстояниях порядка сантиметра от дислокации напряженность поля равна  $E \simeq 10^{-2}$  мВ/м. Вероятно, что излучение даже отдельных дислокаций будет вполне доступно для регистрации современной радиофизической аппаратурой, в особенности если речь идет о низкотемпературных измерениях. В реальных же процессах пластической деформации происходит одновременное перемещение до  $10^5$  дислокаций в полосе скольжения, так что электромагнитное излучение в ионном кристалле, как правило, будет иметь заметную величину.

#### 4. Излучение колеблющейся краевой дислокации

Пусть прямолинейная краевая дислокация с геометрией, описанной выше, совершает в плоскости скольжения колебательное движение с частотой  $\Omega$  и амплитудой  $x_0$

$$X(t) = x_0 \sin \Omega t. \quad (31)$$

Спектральные компоненты векторного потенциала полей излучения колеблющейся дислокации получаем из (18), после чего находим спектральные компоненты напряженности магнитного поля

$$H_\varphi^\omega(R, \varphi) = 8\pi i \omega e^* \frac{\Omega}{c} \left( \frac{\pi i}{2\omega R c} \right)^{1/2} \exp \left( -i\omega \frac{R}{c} \right) \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} F_n \sum_{k=1}^{\infty} k J_{2k} \left( \frac{\pi n x_0}{b} \right) \left\{ \delta(\omega - 2k\Omega) - \delta(\omega + 2k\Omega) \right\}, \quad (32)$$

где  $J_m$  — функция Бесселя целого порядка  $m$ <sup>[15]</sup>. Напряженность электрического поля имеет единственную отличную от нуля компоненту (21).

Производя в (32) обратное преобразование Фурье по времени, получаем пространственно-временную форму полей излучения

$$H_\varphi(R, \varphi, t) = \frac{2e^*}{c^2} \left( \frac{\pi c}{\Omega R} \right)^{1/2} \times \\ \times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum_{n=1}^{\infty} F_n \sum_{k=1}^{\infty} k^{-1/2} J_{2k} \left( \frac{\pi n x_0}{b} \right) \cos \left[ 2k\Omega \left( t - \frac{R}{c} \right) - \frac{\pi}{4} \right]. \quad (33)$$

Напряженность электрического поля определяется согласно (23).

Из (32), (33) видно, что излучение колеблющейся прямолинейной краевой дислокации представляет собой суперпозицию цилиндрических гармоник с частотами, кратными удвоенной частоте колебаний дислокации  $\Omega$ . Причина такого эффекта заключена, во-первых, в том, что знак полей излучения, как показано выше, не изменяется (в приближении  $V/c \ll 1$ ) с изменением направления движения колеблющейся дислокации, а во-вторых, в том, что сигнал формируется в результате стопроцентной частотной модуляции «несущей» частоты  $\omega_0 = \pi V_{\max}/b$ , возникающей потому, что скорость дислокации на пути  $2x_0$  изменяется от нуля до  $V_{\max} = x_0\Omega$ . Спектральные компоненты сигнала формируются посредством свертки по спектру Фурье-амплитуды скорости дислокации  $v(\omega)$  с Фурье-амплитудами  $\phi(\omega)$  «несущей» (см. (19)). При таком специфическом «усреднении» из спектра выпадают все составляющие, за исключением четных гармоник частоты качаний  $\Omega$ . Напряженность поля (33) весьма слабо зависит от амплитуды колебаний дислокации  $x_0$  и убывает с ее ростом как  $x_0^{-1/2}$ . Средняя (за период) мощность излучения колеблющейся дислокации равна

$$W = 16\pi \left( \frac{e^*}{c} \right)^2 \Omega^3 \sum_{k=1}^{\infty} k^3 J_{2k}^2 \left( \frac{\pi n x_0}{b} \right) \cong \frac{32}{3} \left( \frac{e^*}{c} \right)^2. \quad (34)$$

При выводе оценки (34) мы воспользовались известными результатами для рядов бесселевых функций [16]. Оценку напряженности электрического поля в волне, излучаемой колеблющейся краевой дислокацией, получим из (34), (23)

$$E \simeq e^* \left( \frac{\Omega}{c} \right)^{3/2} \left( \frac{2b}{\pi x_0 R} \right)^{1/2}. \quad (35)$$

Для типичных значений  $\Omega \simeq 10^{11} \text{ s}^{-1}$ ,  $b/x_0 \simeq 0.01$ ,  $R \simeq 1 \text{ см}$  находим  $E \simeq 10^{-1} - 10^{-2} \mu\text{V/m}$ , что согласуется с оценкой, приведенной в предыдущем разделе.

## 5. Излучение ускоренно движущейся дислокации

Ограничимся здесь исследованием случая, когда дислокация начинает движение в момент времени  $t = 0$  в точке  $x = 0$  и движется вдоль оси  $OX$  с постоянным средним ускорением  $w$

$$X(t) = wt^2\theta(t)/2, \quad V(t) = wt\theta(t). \quad (36)$$

Выполняя расчеты, аналогичные проделанным выше, находим спектральные компоненты напряженности магнитного поля равноускоренной краевой дислокации

$$\begin{aligned} H_\varphi^\omega(R, \varphi) = & -\frac{\pi e^*|w|}{2cb} \left( \frac{2\pi i\omega}{Rc} \right)^{1/2} \exp \left( -i\omega \frac{R}{c} \right) \sum_{n=1}^{\infty} n F_n \times \\ & \times \int_0^{\infty} \tau \sin \left( \frac{\pi n|w|\tau^2}{2b} \right) \exp(-i\omega\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (37)$$

Производя обратное преобразование Фурье по времени в (37), находим пространственно-временное распределение полей излучения в рассматриваемом случае

$$\begin{aligned} H_\varphi(R, \varphi, t) = & -\frac{\pi e^*|w|}{cb} \left( \frac{1}{Rc} \right)^{1/2} \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial t} \sum_{n=1}^{\infty} n F_n \int_0^{\infty} \tau \sin \left( \frac{\pi n|w|\tau^2}{2b} \right) \frac{\theta(t-\tau-\frac{R}{c})}{(t-\tau-\frac{R}{c})^{1/2}} d\tau \end{aligned} \quad (38)$$

(напряженность электрического поля определяется формулой (23)).

Из (37), (38) видно, что ускоренно движущаяся краевая дислокация излучает цилиндрические волны. Это излучение является тормозным, но зависимость полей от ускорения (за счет сомножителя  $\simeq \sin(\pi n|w|\tau^2/2b)$  под знаком интеграла в (38)) оказывается более сложной, чем в случае тормозного излучения одиночного свободного заряда. Вместе с тем ясно, что в силу ограниченности подынтегральной функции  $\sim (\pi n|w|\tau^2/2b)$  напряженности полей в основном пропорциональны ускорению дислокации  $|w|$ , как и должно быть для дипольной компоненты тормозного излучения [13].

Результаты, полученные в работе, показывают, что регистрация электромагнитного излучения, сопровождающего перемещение дислокаций в ионных кристаллах, может быть эффективным инструментом исследования динамических параметров такого рода дефектов в процессе пластической деформации. Анализ спектрального состава излучения в принципе позволяет получить важную информацию о структуре рельефа Пайерлса в кристалле. В самом деле, если экспериментально удается зафиксировать в составе излучения несколько гармоник основной частоты  $\omega_0$ , могут быть найдены амплитуды  $F_n$

Фурье-гармоник функции  $F(x)$  и тем самым восстановлен вид этой функции. Следует подчеркнуть, что возможностей такого рода не дает ни один из известных на сегодняшний день методов исследования дислокаций. Это позволит в конечном итоге разработать новые методики неразрушающего контроля материалов, которые найдут многочисленные применения как в фундаментальной физике твердого тела, так и в инженерных задачах.

### Список литературы

- [1] D. Jaffrey. Non-destructive testing. Australia. 16, Pt. 1, 4, 9 (1979); 16, Pt. 2, 5, 9 (1979); 16, Pt. 3, 6, 19 (1979).
- [2] В.С. Бойко, В.Д. Нацик. В кн.: Элементарные процессы пластической деформации. Наукова думка. Київ (1978). С. 159.
- [3] В.Д. Нацик, К.А. Чишко. В кн.: Акустическая эмиссия материалов и конструкций. Изд-во РГУ (1989). С. 10.
- [4] К.А. Чишко. ФТТ 31, 3, 226 (1989).
- [5] К.А. Чишко. ФТТ 34, 3, 864 (1992).
- [6] Ю.И. Головин, Т.П. Дьячек, В.И. Усков, А.А. Шибков. ФТТ 27, 2, 555 (1985).
- [7] Ю.И. Головин, В.И. Орлов. ФТТ 30, 8, 2489 (1988).
- [8] А.М. Косевич, И.Г. Маргвелашвили. УФЖ 12, 12, 2007 (1967).
- [9] А.М. Косевич, И.Г. Маргвелашвили. Изв. АН СССР. Сер. физ. 31, 5, 848 (1967).
- [10] Г. Лейбфрид. Микроскопическая теория тепловых свойств кристаллов. М. (1963). 312 с.
- [11] R.W. Whitworth. Phil. Mag. 11, 109, 83 (1965).
- [12] R.W. Whitworth. Adv. Phys. 24, 2, 203 (1975).
- [13] Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. Теория поля. М. (1965). 504 с.
- [14] Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. Электродинамика сплошных сред. М. (1959). 532 с.
- [15] Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. Специальные функции. М. (1968). 344 с.
- [16] А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. Интегралы и ряды. Специальные функции. М. (1973). 504 с.