ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ ПЕРКОЛЯЦИОННОГО ТИПА В СРЕДАХ БЕЗ ЦЕНТРА ИНВЕРСИИ

© *А.А.Лужков, С.Г.Нищанский*

Российский государственный педагогический университет,
191186 Санкт-Петербург, Россия
(Поступила в Редакцию 1 февраля 1996 г.)

Рассматриваются перколяционные фазовые переходы, при которых локальная асимметрия кинетических коэффициентов сохраняется в среднем на макроскопическом уровне. Показано, что в этом случае система описывается модифицированной моделью направленного протекания, в рамках которой найдена скейлинговая зависимость парной корреляционной функции и определена структура бесконечного кластера. В качестве физической реализации такой модели предложены фазовые переходы перколяционного типа в полярную фазу в некоторых неупорядоченных сегнетоэлектрических кристаллах и керамиках.

Различные модели перколяционных фазовых переходов (ФП) позволяют описывать качественные изменения свойств сильнонеупорядоченных твердых тел при выделенных значениях внешних параметров. Исследованию эффективных кинетических коэффициентов вблизи таких ФП посвящено большое число работ. Типичным примером является изучение аномалий импеданса гетерофазных композитов с существенно различными проводимостями фаз [1,2].

Обычно основной характеристикой перколяционной среды такого типа считается наличие или отсутствие связности между областями с выделенной (например, максимальной) проводимостью. Соответственно процесс перколяционного ФП приводит к образованию макроскопических связных структур (кластеров), фрактальная геометрия которых и порождает упомянутые аномалии.

Однако имеется дополнительный, нетопологический источник аномалий, связанный с нецентросимметричностью определенного класса систем. Если локальные кинетические коэффициенты среды асимметричны и эта асимметрия сохраняется в среднем, то вместо обычного изотропного протекания мы будем иметь один из вариантов направленного протекания [3,4]. В частности, такая ситуация имеет место, если проводимости в элементах, образующих кластер (зернах), или в области контакта между зернами зависят от направления локального тока по отношению к некоторому выделенному вектору.

Одной из возможных физических реализаций таких систем являются разупорядоченные кристаллы и керамики в окрестности перколяционных ФП в полярную фазу. В частности, в сегнетоэлектриках при таком переходе должен образовываться бесконечный кластер (БК) из областей с одинаковым направлением спонтанной поляризации. При этом в зависимости от симметрии низкотемпературной фазы [5] это приводит к крупномасштабным пространственным флуктуациям диэлектрической проницаемости [6] и сопровождается аномальным малоугловым рассеянием света вблизи порога протекания. С другой стороны, если проводимость полярной фазы оказывается много больше проводимости парафазы, такой переход сопровождается характерными аномалиями сопротивления [7].

Экспериментально известно, что в средах без центра симметрии проводимости в прямом (полярном) и обратном направлениях могут значительно различаться [8,9], например в несколько раз при измерениях по и против направления спонтанной поляризации. Следует отметить, что для идеального кристалла (в сегнетофазе) теоретические оценки относительного изменения проводимости при изменении направления тока оказываются значительно меньшими наблюдаемых [8,10], поэтому многие авторы связывают эти явления с асимметрией макроконтактов, образованных границами зерен, межфазными границами, флуктуациями состава, а также приэлектродными областями (см., в частности, [11]). Поэтому максимальную величину эффектов, связанных с направленным протеканием, следует ожидать в разупорядоченных сегнетоэлектрических кристаллах и керамиках, в особенности в сегнетоэлектриках-полупроводниках. Рассмотрим в качестве модели такой среды решеточную задачу связей, где под связью понимается, например, эффективное сопротивление межзеренного контакта (если речь идет о керамике). Известно [3,4], что если обычные, геометрически изотропные перколяционные кластеры образованы простыми и направленными связями, то всегда найдется такая (возможно, узкая) область выделенных параметров, в которой протекание будет направленным. Однако в силу того, что реально достижимой является конечная окрестность порога протекания, при различных отношениях проводимостей в прямом и обратном направлениях мы можем либо достигать, либо не достигать этой окрестности. Это означает, что на практике чаще всего будет реализовываться промежуточная ситуация, описываемая моделью, переходной от направленного к изотропному протеканию.

Рассмотрим парную корреляционную функцию этой модели, т.е. вероятность того, что две точки соединены связным направленным путем. Как известно, она зависит от трех различных корреляционных радиусов: поперечного R и двух продольных — R_+, R_- (в положительном и отрицательном направлениях соответственно). Пусть r_0 — минимальный характерный масштаб системы. Изотропному протеканию соответствует случай $R \simeq R_+ \simeq R_- \gg r_0$, а для чисто направленного протекания [12] $R_+ \gg R \gg r_0$, $R_- \simeq r_0$. Чтобы отделить промежуточный случай, естественно положить $R_+ \gg R \gg R_- \gg r_0$. Теоретически наиболее простым и наглядным способом это можно сделать по аналогии с работой [13], где рассматривалась близкая проблема в связи с трикритическим поведением.

Рассмотрим эффективное «действие», возникающее при теоретико-полевом описании промежуточной модели (см. [14]),

$$S = \int d^d\mathbf{x}dt\Big\{\varphi_1(\mathbf{x},t)[\tau - \Delta + a\partial_t - b\partial_t^2]\varphi_2(\mathbf{x},t) + u(\varphi_1^2\varphi_2 - \varphi_2^2\varphi_1)\Big\}. \quad (1)$$

Здесь $d = 4 - \varepsilon$, $\tau = (p_c - p)/p_c$, где p_c — порог протекания, ∂_t — производная по «времени» t. При $a = 0$, $b \neq 0$ выражение (1) описывает изотропное, а при $b = 0$, $a \neq 0$ — чисто направленное протекание.

Согласно [13], модифицируем действие (1), заменяя a на $a\tau^\alpha$, где $\alpha > 0$. Для затравочных корреляционных радиусов его эквивалентно переходу от $R_-^{(0)}$ к $R_-^{(0)}\tau^{-\alpha}$ и от $R_+^{(0)}$ — к $R_+^{(0)}\tau^\alpha$.

Чтобы найти перенормированные значения этих величин, сделаем замену переменных в действии

$$\varphi_i(\mathbf{x}, t) = \tau^{2A}\Phi_i(\mathbf{x}\tau^A, t\tau^B), \quad B = 2A - \alpha, \quad A = -\alpha/\varepsilon. \tag{2}$$

В случае $0 < \alpha < 1/2$ получившаяся модель эквивалентна обычной модели направленного протекания [12], но для полей Φ_i и с заменой τ на $\tau_i = \tau^{1-2A}$. При этом, хотя параметр b в результате (2) переходит в $b_1 = b\tau^{2A-2\alpha}$, для $\alpha < 1/2$ b_1 будет иррелевантен в критической области по тем же причинам, но которым параметр b иррелевантен для обычного направленного протекания, т.е. для модели (1) при $a = \mathrm{const}$ $\tau \to 0$; далее считаем $\alpha \sim \varepsilon$. Вместе с тем при обсуждении критического скейлинга необходимо включать b в число параметров, от которых зависят корреляционные функции.

Связь между модифицированной и обычной моделями (1) позволяет, так же как в [13], найти асимптотику функции Грина

$$G_\alpha(\mathbf{x}, t) = \langle\varphi_1(\mathbf{x}, t)\varphi_2(0, 0)\rangle_\alpha$$

при фиксированном, но малом τ, и $x, t \to \infty$ (здесь скобки $\langle\ldots\rangle_\alpha$ означают усреднение с модифицированным действием). Обозначим через $G_\alpha(\mathbf{k}, \omega)$ Фурье-образ G_α. Из (2) имеем

$$G_\alpha(\mathbf{k}, \omega) = \tau^{-2A}\Gamma(k\tau^{-A}, \omega\tau^{-B}, \tau_1). \tag{3}$$

В правой части (3) стоит функция Грина немодифицированной модели (1)

$$\Gamma(k, \omega, \tau) = \tau^{-\gamma}g(kR, a\omega R_+, b\omega^2 R^2\tau^F). \tag{4}$$

Здесь $R \sim \tau^{-\nu}$, $R_+ \sim \tau^{-z\nu}$, где ν, $z\nu \equiv \nu_+$ — индексы корреляционных длин в поперечном и продольном положительном направлениях соответственно, $\gamma - \nu(2 - \eta)$, η — индекс Фишера, $F = -\nu\gamma_b = \varepsilon/12$, где γ_b — аномальная размерность b для обычного направленного протекания [14]. Индексы ν, η тождественны поперечным индексам в [14].

Из (3), (4) получаем критические индексы модифицированной модели

$$\gamma(\alpha) = \gamma + 2A(1 - \gamma) = 1 + \frac{\varepsilon + 2\alpha}{6},$$

$$\nu(\alpha) = \nu + A(1 - 2\nu) = \frac{1}{2} + \frac{\varepsilon + 2\alpha}{16},$$

$$\nu_+(\alpha) = B + \nu_+(1 - 2A) = 1 - \alpha + \frac{\varepsilon + 2\alpha}{12}. \tag{5}$$

При $x = 0$, $t \to \infty$ корреляционные свойства Γ определяются множителем (см. [4])

$$\exp\left\{-\frac{1}{\tilde{b}}\left[(\tilde{a}^2 + \tilde{b}R^{-2})^{1/2}|t| - \tilde{a}t\right]\right\}, \tag{6}$$

где $\tilde{b} = b\tau^F$, $\tilde{a} = aR_+R^{-2}$. Для малых τ в модифицированной модели при $t < 0$ имеем

$$G_\alpha \sim \exp\left[-|t|\tau^B \frac{2a}{b_1}\tau_1^H\right] = \exp\left(\frac{t}{R_-}\right), \tag{7}$$

где $H = 2\nu - \nu_+ - F$.

Очевидно, R_- есть корреляционный радиус в отрицательном направлении, а соответствующий ему индекс ν_- имеет вид

$$\nu_- = B + (1 - 2A)H - (2A - 2\alpha) = \alpha + \frac{\varepsilon + 2\alpha}{8}. \tag{8}$$

Из формул (5), (8) непосредственно видно, что модифицированная теория, фактически, описывает переход от направленного к изотропному протеканию. В частности, для корреляционных радиусов имеем $R(0) \ll R(\alpha)$, $R_+(\alpha) \ll R_-(0)$, $R_-(\alpha) \gg R_-(0)$. Сравнивая полученные индексы (5), (8) с $6-d$-разложением критических индексов изотропного протекания, получаем $\gamma < \gamma(\alpha) < \gamma_0$, $\nu < \nu(\alpha) < \nu_0$, $\nu_0 < \nu_+(\alpha) < \nu_+$, где значок нуль отвечает изотропному случаю.

Отметим, что аналогичный переход от самоаффинного к самоподобному скейлингу наблюдается также для структуры движущейся границы в случайно неоднородной среде [15]. Этот переход сопровождается изменением индекса шероховатости (roughness exponent) от 1/2 на больших масштабах (самоаффинность), к единице на малых масштабах (самоподобие).

Ниже порога структура БК для направленного протекания определяется формулой (см. [12])

$$\Gamma(x, t) = P^2\Theta(vt - x), \quad t \gg R_+, \tag{9}$$

где $P \sim \tau^\beta$, $v \sim R/R_+$. С учетом (2), (3) в модифицированной модели получаем

$$2\beta(\alpha) = d\nu(\alpha) + \nu_+(\alpha) - \gamma(\alpha) = 4A + 2\beta(1 - 2A) = 2\left(1 - \frac{\varepsilon + 2\alpha}{6}\right). \tag{10}$$

Имеем также

$$v \sim \tau^{B-A}\frac{R(\tau_1)}{R_+(\tau_1)} \sim \tau^X, \quad X = \nu_+(\alpha) - \nu(\alpha) = \frac{1}{2} - \alpha + \frac{\varepsilon + 2\alpha}{48}.$$

Уравнение, аналогичное (9), непосредственно следует также и из работы [4], причем роль v играет $\sin\theta_c$, где θ_c — максимальный угол между осью t и направлением ухода в бесконечность по БК. Однако при определении $\sin\theta_c$ вне рамок приближения среднего поля в [4] была допущена неточность (связанная с нестандартной нормировкой функции Грина). Повторяя переход от уравнения (34) к уравнению (37) в [4] с ренормированной функцией Грина (4), в итоге получаем, что A следует заменить на AR_+R^{-2}, а вместо r следует подставить ренормированную «массу», т.е. $r = R^{-2}$. Тогда из уравнения (37) имеем $\sin\theta_c = (\mathrm{const})R_+^{-1}R$, т.е. $\sin\theta_c \sim v$.

Для $\alpha = 0$ БК представляет собой узкий конус возможных направлений ухода в бесконечность, которые отклоняются от положительного направления на разрешенные углы порядка v. При увеличении α происходит кроссовер к изотропному протеканию, заключающийся в раскрывании этого конуса, т.е. в увеличении разрешенного угла, так как $v(\alpha) \gg v(0)$. При достижении предельного угла в 90° скачком происходит переход к изотропному протеканию (см. [4]).

Для не слишком больших α прямым проявлением рассмотренного ФП было бы наличие скачков проводимости типа полученных в [7], но при различных температурах, зависящих от направления тока.

Авторы выражают свою благодарность Э.В.Бурсиану и Н.Н.Крайник за полезные обсуждения рассмотренных в статье вопросов.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты № 96-02-16893, 96-02-16958).

Список литературы

[1] J.P. Clerc, G. Giraud, J.M. Laugier, J.M. Luck. Adv. Phys. **39**, *3*, 191 (1990).
[2] А. Колек, А.А. Снарский, А.Е. Морозовский. ЖЭТФ **108**, *3 (9)*, 894 (1995).
[3] С.П. Обухов. Материалы школы ЛИЯФ им. Б.П.Константинова: Физические методы изучения молекулярных и надмолекулярных структур. Л. (1979). С. 136.
[4] S.P. Obukhov. Physica **A 101**, *1*, 145 (1980).
[5] А.А. Лужков. ФТТ **36**, *9*, 2512 (1994).
[6] Л.С. Камзина, А.Л. Корженевский. Письма в ЖЭТФ **50**, *3*, 146 (1989).
[7] I.P. Rayevsky, A.N. Pavlov, M.A. Malitskaya, O.I. Prokopalo. Ferroelectrics **131**, *1–4*, 189 (1992).
[8] Б.И. Стурман, В.М. Фридкин. Фотогальванический эффект в средах без центра симметрии и родственные явления. М. (1992). С. 180.
[9] И.П. Раевский, А.Н. Павлов, М.А. Малицкая, И.А. Сизькова, Ю.М. Попов, П.Ф. Тарасенко. Тез. докл. XIY Всерос. конф. по физике сегнетоэлектриков. Иваново (1995). С. 109.
[10] Э.В. Бурсиан, Я.Г. Гиршберг. Когерентные эффекты в сегнетоэлектриках. М. (1989). С. 130.
[11] Yu. Yuhuan, C.J. Chen, R. Xu, J.D. Mackenzie. J. Appl. Phys. **67**, *6*, 2985 (1990).
[12] J.L. Cardy, R.L. Sugar. J. Phys. **A 13**, *12*, 1423 (1980).
[13] В.Ф. Борин, А.Н. Васильев, М.Ю. Налимов. ТМФ **91**, *1*, 168 (1992).
[14] E. Frey, U.C. Tauber, F. Schwabl. Phys. Rev. **E 49**, *6 (A)*, 5058 (1994).
[15] C.S. Nolle, B. Koiller, N. Martys, M.O. Robbins. Phys. Rev. Lett. **71**, *13*, 2074 (1993).