

©1994 г.

## ВНУТРИЗОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В ТОНКОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ПЛЕНКЕ ПРИ РАССЕЯНИИ НА ПОТЕНЦИАЛАХ НУЛЕВОГО РАДИУСА

*Э.П. Синявский, Е.Ю. Сафронов, Е.Ю. Канаировский*

Институт прикладной физики Академии наук Молдовы, 277028, Кишинев,  
Молдова  
(Получена 9 августа 1993 г. Принята к печати 15 ноября 1993 г.)

Исследовано влияние резонансных примесных состояний на процессы внутризонного поглощения света в тонкой полупроводниковой пленке. Построены зависимости коэффициента поглощения света от температуры и толщины размерно-квантованной пленки, проведено сравнение с расчетами, выполненными в борновском приближении.

Исследование внутризонного поглощения электромагнитной волны в объемном полупроводнике с учетом рассеяния электронов проводимости на короткодействующих потенциалах было проведено в [1]. В [2] был вычислен коэффициент внутризонного поглощения света в полупроводниковой размерно-квантованной пленке (РКП) во втором порядке теории возмущений по электрон-примесному взаимодействию, когда рассеивающими центрами являются заряженные примеси. Однако расчет по теории возмущений не позволяет учесть влияние на коэффициент поглощения света наличия резонансных примесных состояний (резонансные состояния заряженных примесных центров исследовались в [3]).

В настоящей работе проведено исследование внутризонного поглощения света частоты  $\Omega$  в РКП при рассеянии электронов на короткодействующих потенциалах. Использование модели потенциала нулевого радиуса позволяет вычислить коэффициент поглощения света в любом порядке величины по константе взаимодействия электрона с примесным центром. В частности, показано, что даже при  $|\alpha_0 a| \gg 1$  ( $\alpha_0$  — обратная длина рассеяния на примесном потенциале,  $a$  — толщина размерно-квантованной пленки) борновское приближение может оказаться недостаточным. Это связано с возникновением резонансных примесных состояний в размерно-квантованной зоне проводимости. На это обстоятельство было впервые обращено внимание в работах [4, 5]. В

[5] было показано, что существование резонансов в рассеянии электронов на примесных центрах проявляется в температурной зависимости электрического сопротивления.

В модели потенциала нулевого радиуса [6]

$$\hat{V} = V_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) [1 + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \nabla_{\mathbf{r}}],$$

волновая функция зонного электрона с энергией  $\varepsilon_\alpha$  определяется соотношением (см., например, [7])

$$\Psi_\alpha(\mathbf{r}) = \Psi_\alpha^0(\mathbf{r}) + \frac{V_0 \tilde{\Psi}_\alpha^0(z_0)}{1 - V_0 \tilde{G}_\alpha(z_0, z_0)} G_\alpha(\mathbf{r}, z_0), \quad (1)$$

где  $V_0 = (2\pi\hbar^2)/(\alpha_0 m)$  ( $\alpha_0$  — феноменологический параметр),  $\mathbf{r}_0$  указывает точку расположения примеси.

Если потенциал пленки представляет из себя бесконечно высокую прямоугольную яму шириной  $a$  вдоль оси  $0z$ , тогда

$$\Psi_\alpha^0(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{a L_x L_y}} \sin\left(\frac{\pi n z}{a}\right) \exp\{i(\mathbf{k}_\perp \rho)\},$$

$$G_\alpha(\mathbf{r}, z_0) = -\frac{2}{a L_x L_y} \sum_{n \mathbf{k}_\perp} m \frac{\exp\{i(\mathbf{k}_\perp \rho)\}}{E_{n \mathbf{k}_\perp} - \varepsilon_\alpha + i\delta} \sin\left(\frac{\pi n z}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi n z_0}{a}\right), \quad (2)$$

$$\tilde{A}(0) = \left[ 1 + x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} + (z - z_0) \frac{\partial}{\partial z} \right] A(\mathbf{r}) \Big|_{\substack{x=y=0 \\ z=z_0}},$$

$$E_{n \mathbf{k}_\perp} = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m} + \varepsilon_0 n^2, \quad \varepsilon_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2}.$$

При записи соотношения (2) предполагалось, что примесь расположена в точке с координатами  $\mathbf{r}_0(0, 0, z_0)$ ,  $\hbar \mathbf{k}_\perp$  и  $\rho$  соответственно  $2D$ -квазимпульс и  $2D$ -радиус-вектор носителя с эффективной массой  $m$  в плоскости  $XY$ ;  $L_x, L_y$  — длина образца в направлениях  $0x, 0y$ .

Расчет  $\tilde{G}_\alpha(z_0, z_0)$  (при  $\varepsilon_\alpha/\varepsilon_0 > 1$ ) проводится обычным способом [8]. В результате имеем

$$1 - V_0 \tilde{G}_\alpha(z_0, z_0) = 1 - \frac{a_0}{a} \left\{ 2 \ln \left[ 2 \left| \cos \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_\alpha}{\varepsilon_0}} \right) \right| \right] + \int_0^{\pi \sqrt{\varepsilon_\alpha/\varepsilon_0}} \frac{d\tau}{\sin \tau} [1 - \cos(\tau \xi)] - \int_0^\infty \frac{dr}{\operatorname{sh} \tau} [1 - \operatorname{ch}(\tau \xi)] + 2\pi i \sum_{n=1}^\infty \sin^2 \left( \frac{\pi n z_0}{a} \right) \Theta \left( \frac{\varepsilon_\alpha}{\varepsilon_0} - n^2 \right) \right\}, \quad (3)$$

где  $\Theta(x)$  — ступенчатая функция Хевисайда,  $\xi = 1 - 2z_0/a$ ,  $a_0 = 1/\alpha_0$ .

Если примесь расположена в центре размерно-квантованной пленки ( $\xi = 0$ ), то получим

$$1 - V_0 \tilde{G}_\alpha(z_0, z_0) = 1 - \frac{2a_0}{a} \left\{ \ln \left[ 2 \left| \cos \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_\alpha}{\varepsilon_0}} \right) \right| \right] - \frac{i\pi}{2} \left[ p + \sin^2 \left( \frac{p\pi}{2} \right) \right] \right\}, \quad (4)$$

где  $p$  — целая часть  $\sqrt{\varepsilon_\alpha/\varepsilon_0}$ .

Рассмотрим случай  $|a_0/a| \ll 1$ , когда, казалось бы, применимо для дальнейших расчетов кинетических коэффициентов борновское приближение. Действительная часть(4) обращается в нуль, если

$$\left| \cos \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \right) \right| = \frac{1}{2} \exp \left\{ \frac{a}{2a_0} \right\} \equiv \eta. \quad (5)$$

Последнее равенство выполняется, если  $a_0 < 0$ , т.е. когда в объемном полупроводниковом материале локализованные состояния отсутствуют [6]. При  $\eta \ll 1$  решение уравнения (5) находится непосредственно

$$\varepsilon = \varepsilon_0 n^2 \left( 1 \pm \frac{4\eta}{\pi n} \right) \quad (6)$$

( $n$  — нечетное, при  $n = 1$  необходимо сохранить знак плюс). Таким образом, если энергия электрона  $\varepsilon_\alpha \sim \varepsilon$ , второе слагаемое в (1) при  $|a_0/a| \ll 1$  заметно увеличивается. Это обстоятельство должно приводить к особенностям в кинетике низкотемпературных процессов (например, к особенностям внутризонного поглощения света). Резонансные примесные состояния (РПС) с энергией (6) существуют при  $\xi \neq 0$  вблизи каждой зоны размерного квантования аналогично состояниям магнитных примесей [9], возникающим в квантующем магнитном поле в объемном материале.

Пусть электромагнитная волна падает нормально поверхности размерно-ограниченной системы. Матричный элемент координаты  $x$  на волновых функциях (1) носителя в зоне вычисляется элементарно

$$M_{\alpha' \alpha} = \int \Psi_{\alpha'}^*(\mathbf{r}) x \Psi_\alpha(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = i \frac{(2\pi)^2}{L_x L_y} \delta_{nn'} \delta(k'_y - k_y) \frac{\partial}{\partial k'_x} \delta(k'_x - k_x) + \\ + i \frac{2\hbar^2 V_0}{a L_x L_y m(\hbar\Omega)^2} \sin \left( \frac{\pi n z_0}{a} \right) \sin \left( \frac{\pi n' z_0}{a} \right) \times \\ \times \left\{ \frac{k'_x}{1 - V_0 \tilde{G}_\alpha(z_0, z_0)} - \frac{k_x}{1 - V_0 \tilde{G}_{\alpha'}^*(z_0, z_0)} \right\}, \quad (7)$$

$\varepsilon_{\alpha'}(\varepsilon_\alpha)$  — начальное (конечное) значение энергии носителя в зоне. Из закона сохранения энергии для исследуемого внутризонного поглощения света  $\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\alpha'} = \hbar\Omega$  следует, что первое слагаемое в (7) равно нулю, т.е. прямые переходы между состояниями размерного квантования в зоне проводимости отсутствуют. В результате коэффициент поглощения циркулярно поляризованного света для невырожденного полупроводникового материала принимает вид

$$K(\Omega) = K_0 \sum_{nn'} \sin^2 \left( \frac{\pi n z_0}{a} \right) \sin^2 \left( \frac{\pi n' z_0}{a} \right) \exp(-\beta \varepsilon_0 n'^2) \int dk'_\perp \int dk_\perp \exp \left\{ \frac{-\beta \hbar^2}{2m} \mathbf{k}'_\perp \right\} \times \\ \times \left\{ \frac{k'^2_x}{|1 - V_0 \tilde{G}_\alpha(z_0, z_0)|^2} - \frac{k_x^2}{|1 - V_0 \tilde{G}_{\alpha'}^*(z_0, z_0)|^2} \right\} \delta(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_{\alpha'} - \hbar\Omega), \quad (8)$$

$$K_0 = \frac{n_s n_e e^2 \beta \hbar^2 V_0^2}{\pi c n_0 \Omega^3 m^3 a} \left[ \sum_n \exp(-\beta \varepsilon_0 n^2) \right]^{-1},$$

где  $n_s$  — концентрация примесных центров,  $n_e$  — концентрация электронов в зоне,  $n_0$  — показатель преломления вещества,  $c$  — скорость света в вакууме.

Рассмотрим случай низких температур ( $\beta \varepsilon_0 \gg 1$ ), когда носители находятся в нижней зоне размерного квантования ( $n' = 1$ ). При этом процессы поглощения света с последующим рассеянием на примеси (первое слагаемое в соотношении (8)), как показывают расчеты, менее вероятны, чем процессы с рассеянием на примесном потенциале с последующим поглощением электромагнитной волны (второе слагаемое в (8)). При  $\beta \hbar \Omega \gg 1$  коэффициент поглощения света можно представить в виде

$$K(\Omega) = K_B(\Omega) \left\{ \left[ 1 - \frac{2a_0}{a} \ln \left( \frac{\pi}{2\beta\varepsilon_0} \right) - \frac{a_0}{a} \int_0^\pi \frac{d\tau}{\sin \tau} [1 - \cos(\tau \xi)] + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{a_0}{a} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\sinh \tau} [1 - \operatorname{ch}(\tau \xi)] \right]^2 + 4\pi^2 \left( \frac{a_0}{a} \right)^2 \right\}^{-1}, \quad (9)$$

$$K_B(\Omega) = K_1 \sum_\pi \sin^2 \left( \frac{\pi n z_0}{a} \right) \left[ \frac{\hbar \Omega}{\varepsilon_0} - n^2 + 1 \right], \quad n^2 - 1 \leq \frac{\hbar \Omega}{\varepsilon_0}, \\ K_1 = \frac{8\pi n_s e^2 n_e V_0^2}{\hbar c n_0 a \varepsilon_0^2} \left[ \frac{\varepsilon_0}{\hbar \Omega} \right]^3 \sin^2 \left( \frac{\pi z_0}{a} \right),$$

где  $K_B(\Omega)$  — коэффициент внутризонного поглощения света, вычисленный в борновском приближении, не зависящий от температуры. Если примесь расположена в центре РКП, то в широкой области частот,

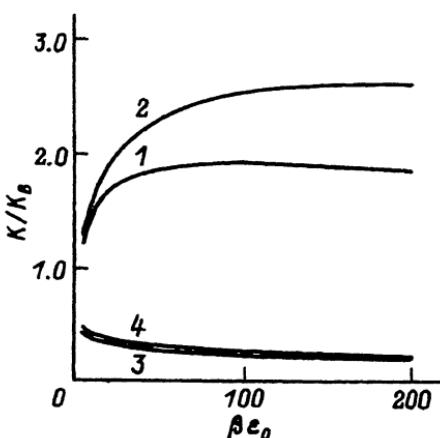


Рис. 1. Температурная зависимость  $K(\Omega)$ . Параметры расчета: 1 —  $\xi = 0$ ,  $\alpha_0 < 0$ ; 2 —  $\xi = 1/4$ ,  $\alpha_0 < 0$ ; 3 —  $\xi = 0$ ,  $\alpha_0 > 0$ ; 4 —  $\xi = 1/4$ ,  $\alpha_0 > 0$ .

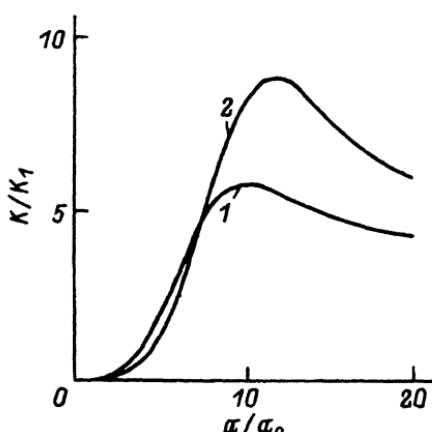


Рис. 2. Зависимость  $K(\Omega)$  от толщины пленки при  $\beta \lambda^2 = 100$  (1) и 500 (2).

соответствующей  $1 < \hbar\Omega/\varepsilon_0 < 8$ ,  $K(\Omega) \sim \Omega^{-2}$ , а при  $8 < \hbar\Omega/\varepsilon_0 < 24$   $K(\Omega) \sim 2\Omega^{-2}(1-4\varepsilon_0/\hbar\Omega)$ . На рис. 1 представлена температурная зависимость коэффициента поглощения света (в относительных единицах). Кривая 1 соответствует случаю, когда примеси расположены в центре РКП ( $\xi = 0$ ), а кривая 2 — случаю  $\xi = 1/4$  при  $V_0 < 0$  ( $\alpha_0 < 0$ ),  $|a_0/a| = 0.1$ . Заметное увеличение  $K(\Omega)/K_B(\Omega)$  с уменьшением  $T$  связано с наличием РПС над дном нижней зоны размерного квантования. Влияние РПС, возникающих у лежащих выше зон размерного квантования, на коэффициент поглощения света незначительно. Если  $a_0 > 0$ , то коэффициент поглощения света при  $\beta\varepsilon_0 > 30$  слабо зависит от температуры и по абсолютной величине меньше, чем  $K_B(\Omega)$  (кривые 3 и 4 на рис. 1 получены при  $a_0/a = 0.1$  соответственно для  $\xi = 0$  и  $1/4$ ). При  $a_0/a > 1$   $K(\Omega)$  заметным образом отличается от  $K_B(\Omega)$ . В широкой области температур ( $\beta\varepsilon_0 > 5$ ) при любом знаке  $a_0$   $K(\Omega) \sim 10^{-3}K_B(\Omega)$  и медленно убывает с уменьшением температуры.

При низких температурах энергия носителей может быть меньше, чем энергия РПС. С ростом толщины РКП энергия РПС согласно (6), уменьшается и при некоторых значениях  $a/a_0$  может быть равна средней энергии зонных носителей. В этом случае процессы рассеяния электронов с последующим поглощением света становятся наиболее активными. Это обстоятельство приводит к немонотонной зависимости  $K(\Omega)$  от толщины РКП. На рис. 2 приведена зависимость коэффициента поглощения света (в относительных единицах) от толщины пленки. Кривая 1 получена при  $\beta\lambda^2 = 100$ , кривая 2 — при  $\beta\lambda^2 = 500$  ( $\lambda^2 = \hbar^2/2ma_0^2$ ). Отчетливо наблюдается максимум коэффициента поглощения света, который с уменьшением температуры смещается в сторону больших толщин исследуемой РКП.

### Список литературы

- [1] Л.Г. Герчиков, А.В. Соловьев. ФТП, **29**, 1710 (1988).
- [2] А.М. Казарян, В.Г. Григорян. ФТП, **22**, 1873 (1988).
- [3] C. Priester, G. Allan, V. Lannoo. Phys. Rev., **29**, 3408 (1984).
- [4] А.В. Чаплик. ЖЭТФ, **59**, 2110 (1970).
- [5] А.В. Чаплик. ФТП, **5**, 1900 (1971).
- [6] Ю.Н. Демков, В.Н. Островский. Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике. Л. (1975).
- [7] Э.П. Синявский, Е.Ю. Сафонов. ФТТ, **31**, вып. 7, 1 (1989).
- [8] Э.П. Синявский, Е.Ю. Канаровский. ФТТ, **34**, 737 (1992).
- [9] С.П. Андреев. УФН, **143**, 213 (1984).

Редактор Л.В. Шаронова