

©1994 г.

ВРЕМЯ ЖИЗНИ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНА В ДВУХБАРЬЕРНОЙ ГЕТЕРОСТРУКТУРЕ

В.Д. Дымников, О.В. Константинов

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе Российской академии наук,
194021, Санкт-Петербург, Россия

(Получена 6 декабря 1993 г. Принята к печати 7 декабря 1993 г.)

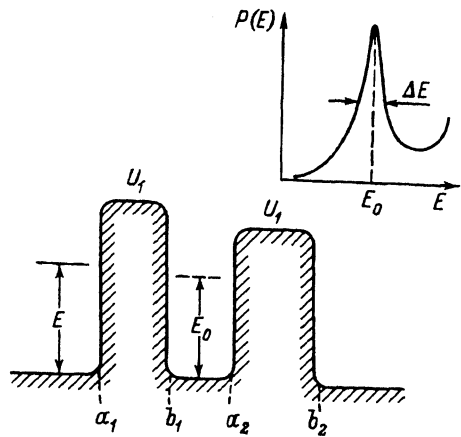
Предложена новая версия известного метода многолучевой интерференции для описания свойств многослойных гетероструктур. Впервые получена аналитическая формула для времени жизни квазистационарного состояния электрона, учитывающая непараболичность его энергетического спектра. Показано, что учет непараболичности уменьшает время жизни в несколько раз. Приведены оценки времени жизни для известной в литературе структуры, которое изменяется от десятка пикосекунд до десятых долей пикосекунды в зависимости от толщины барьера.

Введение

Двухбарьерные гетероструктуры (ДБГС) привлекают к себе значительное внимание, поскольку на их основе предложен ряд приборов полупроводниковой наноэлектроники [1]. Основное свойство ДБГС заключено в эффекте резонансного туннелирования, состоящего в существовании одного или нескольких пиков квантово-механической проницаемости ДБГС как функции энергии электрона. На рис. 1 схематически изображен профиль дна зоны проводимости в ДБГС, и на врезке показан пик проницаемости, который возникает при совпадении энергии налетающего электрона с энергией квазистационарного состояния электрона в яме, находящегося между двумя барьерами структуры. Простейший прибор на основе ДБГС — это резонансно-туннельный диод (РТД). Возникает вопрос о быстродействии РТД, который сводится к задаче о времени нестационарного туннелирования электрона сквозь ДБГС. По этому вопросу в литературе было высказано несколько разных мнений. Так, например, в цитированном сборнике [1] считается, что это время τ_f по порядку величины совпадает со временем пролета электроном расстояния, равного размеру квантовой гетероструктуры L :

$$\tau_f \approx \frac{L}{v}, \quad (1)$$

Рис. 1. Схематическое изображение профиля дна зоны проводимости в двухбарьерной гетероструктуре. E — энергия электрона, E_0 — энергия уровня в яме. На врезке — зависимость квантово-механической прозрачности ДБГС от энергии электрона.



где v — скорость электрона. Длительность времени пролета для типичных гетероструктур составляет величину порядка 10^{-14} с [1,2]. В работе [2] дается оценка времени $\tau_f \approx 7 \cdot 10^{-14}$ с, которое относится к одной из первых ДБГС, осуществленных экспериментально [3]. Другое мнение по поводу быстрействия РТД было высказано в работе [4], где было показано путем численного моделирования, что время прохождения волновым пакетом ДБГС состоит из двух слагаемых

$$\tau_s = \tau_f + \tau, \quad (2)$$

где время пролета τ_f , определяемое формулой (1), рассматривается в [4] как время заполнения ямы. Величина τ — это время распада квазистационарного состояния электрона в яме. Оно дается следующей оценкой:

$$\tau \approx \frac{\tau_f}{D}, \quad (3)$$

где D — квантово-механическая вероятность прохождения одного из барьеров структуры (наименее прозрачного). Формула (3) — это хорошо известное в литературе выражение для времени жизни квазистационарного состояния. Оно было впервые введено Гамовым [5] в связи с объяснением законов радиоактивного распада. Полное время прохождения электрона ДБГС τ_s определяется главным образом временем распада τ , поскольку квантово-механическая вероятность туннелирования сквозь барьер D бывает обычно гораздо меньше единицы. Поэтому время прохождения увеличивается по крайней мере на 1.5 порядка.

В других работах, например в [6], время заполнения ямы τ_f вообще не учитывается, а считается, что внутреннее время запаздывания в структуре совпадает с τ . Полное же время отклика τ_r считается равным сумме

$$\tau_r = \tau + RC, \quad (4)$$

где внешнее время запаздывания RC определяется емкостью диода C и сопротивлением R его цепи. Для внутреннего времени τ авторы работы [6] вообще никаких формул не предлагают, а находят τ в результате

численного расчета квантово-механической проницаемости ДБГС как функции энергии налетающего электрона. У этой функции имеется пик резонансного туннелирования, и авторы работы [6] находят ширину этого пика ΔE на половине высоты пика. Время жизни τ , как считается в [6], связано с ΔE соотношением неопределенности

$$\tau \Delta E = \hbar. \quad (5)$$

Впервые такой способ определения времени жизни τ для ДБГС был предложен в [7]. Отметим, что этот способ определения τ для ДБГС вовсе не является самоочевидным. Он был бы почти очевидным, если бы речь шла не о квантово-механической проницаемости ДБГС как функции энергии электрона, а о спектральной плотности энергетических состояний. Впервые это было отмечено в работе Крылова и Фока [8], посвященной соотношению неопределенности для энергии (5) и распаду квазистационарного состояния. Там было показано, что для такого состояния, у которого плотность состояний уже не есть δ — функция от энергии, а представляет собой размытую линию, соотношение (5) действительно связывает ширину этой линии ΔE на половине высоты со временем жизни τ . Однако это время будет характеризовать экспоненциальный закон распада только в том случае, если контур линии является лоренцовым. Между тем форма энергетической зависимости проницаемости ДБГС, вообще говоря, вовсе не является лоренцовой. Мы покажем далее, что для малой проницаемости отдельного барьера ($D \ll 1$) форму пика резонансного туннелирования всегда можно приближенно считать лоренцовой, а значит, временной закон распада — экспоненциальным.

1. Основные результаты

В данной работе был развит усовершенствованный метод многолучевой интерференции (МИ), который приводит к удобному способу аналитического определения квантово-механической проницаемости ДБГС, ширины пика ΔE на половине высоты и времени распада τ . Основное преимущество нашей версии метода МИ состоит в том, что она позволяет последовательно описывать аналитически все более сложные конструкции. Начав с одиночной гетерограницы, мы находим для нее коэффициенты отражения и прохождения из обычных условий сшивания волновой функции и потока частиц. Далее уже эти условия более нигде не используются; коэффициенты прохождения и отражения для одиночного барьера мы выражаем через аналогичные коэффициенты отдельных гетерограниц не с помощью условий сшивания, а с помощью процедуры отождествления, составляющей сущность метода МИ. Затем, располагая коэффициентами для одиночного барьера, мы находим аналогичные коэффициенты для ДБГС. При желании эту процедуру можно легко продолжить и далее, например, для двухмных гетероструктур. Сам по себе метод МИ известен в литературе [9], однако здесь мы используем свою версию, применяя которую мы получили следующее выражение для времени жизни квазистационарного состояния в ДБГС, которое имеет структуру известной формулы Гамова [5]:

$$\tau = \frac{\tau_0}{D_1 + D_2}, \quad (6)$$

где τ_0 — период прохождения электроном структуры туда и назад (период колебания в яме) с учетом захода его в подбарьерные области

$$\tau_0 = 2(l + \lambda_1 + \lambda_2)/v, \quad (7)$$

где v — скорость электрона в яме

$$v = \sqrt{\frac{2E_0}{m}}, \quad (8)$$

m — эффективная масса во внебарьерной области, E_0 — энергия электрона в яме, l — толщина ямы, λ_1 и λ_2 — длины, на которые электрон заходит в подбарьерные области; например, λ_1 будет

$$\lambda_1 = \frac{1}{\kappa_1} \frac{1}{\alpha_1 + \beta_1}, \quad (9)$$

где κ_1 — постоянная спада волновой функции электрона под барьером

$$\hbar\kappa_1 = \sqrt{2m_1(U_1 - E_0)}, \quad (10)$$

где U_1 и m_1 — высота барьера и эффективная масса электрона в области барьера. Параметры α_1 и β_1 возникают вследствие разрыва эффективной массы на гетерогранице:

$$\alpha_1 = \frac{E_0}{U_1}; \quad \beta = \frac{m}{m_1} \left(1 - \frac{E_0}{U_1}\right). \quad (11)$$

Если этого разрыва нет ($m = m_1$), то $\alpha_1 + \beta_1 = 1$. В формулу (6) входят квантово-механические проницаемости двух барьеров, D_1 и D_2 , как это и должно быть в выражении для времени жизни. Например, D_1 будет

$$D_1 = D_0 e^{-2\kappa_1 d_1}, \quad (12)$$

$$D_0 = \frac{16\alpha_1\beta_1}{(\alpha_1 + \beta_1)^2}. \quad (13)$$

Туннельная экспонента имеет обычный вид и содержит толщину 1-го барьера d_1 . Предэкспонента D_0 отличается от хорошо известного выражения для прямоугольного барьера тем, что в ней учтен разрыв масс $m \neq m_1$. Для второго барьера все величины получаются заменой индексов $1 \rightarrow 2$.

В последних работах по РТД внебарьерная область изготавливается из твердого раствора состава $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, а в качестве барьеров используются слои чистого арсенида алюминия [6,10]. Эти слои не очень хорошо согласованы по постоянной решетки с твердым раствором. Однако, ввиду того, что барьерные области тонкие, не более 30 Å, они оказываются податливыми и способными к деформации — так называемые псевдоаморфные структуры. Когда речь идет о высоте барьеров, следует иметь ввиду, что AlAs — не прямозонный материал и наименьшая ширина запрещенной зоны связана с X-долиной (2.14 эВ

при $T = 300$ К). Однако тем не менее высота барьера определяется Γ -долиной, где ширина запрещенной зоны гораздо больше, $E_{\Gamma} = 2.95$ эВ [11]. Твердые растворы $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, образующие внебарьерные области — это прямозонные материалы, наименьшая ширина запрещенной зоны которых связана с Γ -долиной. Возникает вопрос, как происходит туннелирование: или по Γ -долине или же электрон в процессе туннелирования переходит в X -долину. В литературе этот вопрос в настоящее время считается уже решенным; существует ряд работ, например [12], в которых экспериментально доказано, что с подавляющей вероятностью туннелирование происходит через Γ -долину. При туннелировании электрон практически не перебрасывается в X -долину арсенида алюминия, хотя последняя и расположена по энергии значительно ниже. Такому процессу и соответствуют туннельные формулы (7)–(13), полученные в приближении эффективной массы для Γ -длины. Это приближение, однако, оказывается плохо применимым для очень высоких барьеров из AlAs, которые образуют квантовую яму в твердом растворе $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$, использованном в [6] и [10] для создания РТД. Ширина запрещенной зоны твердого раствора составляет 0.75 эВ и согласно «правилу 60%» высота барьера по Γ -долине оказывается 1.32 эВ. При толщине ямы 41 Å уровень в ней приподнят всего лишь на 0.19 эВ, и поэтому электрон оказывается «погруженным» в запрещенную зону AlAs на глубину 1.13 эВ. Если бы электрон был «приподнят» по энергии над дном зоны проводимости AlAs на такую высоту, то однозонное приближение эффективной массы было бы, очевидно, неприменимым. Столь же очевидна и некорректность приближения однозонной модели, когда энергия электрона «погружена» на такую же глубину в запрещенную зону. Это было отмечено в [6] и подчеркивалось, что учет непараболичности позволит получить усиление туннелирования по сравнению с квадратичным приближением. В [6] не приводится никаких аналитических формул, указывается лишь, что строился контур проницаемости и по ширине его на половине высоты определялось время туннелирования. При этом учитывалась непараболичность спектра в двухзонной модели. Мы также используем формулу Кейна для закона дисперсии электрона, который имеет вид

$$E - U_1 = \frac{E_{\Gamma}}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{2\hbar^2 q^2}{E_{\Gamma}} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m_0} \right)} - 1 \right] + \frac{\hbar^2 q^2}{2m_0}, \quad (14)$$

где E и $\hbar q$ — энергия и импульс электрона, $m_1 = 0.124m_0$ — эффективная масса электрона в Γ -долине AlAs, $E_{\Gamma} = 2.95$ эВ. Формула (14) относится к случаю, когда $E > U_1$, а волновой вектор q — веществен. В случае туннелирования энергия электрона находится ниже дна зоны проводимости ($E < U_1$). При этом волновой вектор электрона будет чисто мнимым:

$$U_1 - E = 1.13 \text{ эВ}; \quad q = i\kappa. \quad (15)$$

Тогда следует произвести соответствующие изменения в формуле (14), и она примет следующий вид

$$U_1 - E = \frac{E_{\Gamma}}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{\kappa_{\max}^2}} \right) + \frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m_0}, \quad (16)$$

$$\kappa_{\max}^2 = \frac{E_{\Gamma}}{2\hbar^2} \frac{m_1 m_0}{m_0 - m_1} \quad (17)$$

— максимально возможное значение параметра спада волновой функции под барьером. При $\kappa = \kappa_{\max}$ энергия электрона максимально глубоко погружается в запрещенную зону, почти на половину запрещенной зоны. Глубже она опуститься не может, так как туннелирование будет идти уже не через зону проводимости, как это предполагалось выше, а через валентную зону. Вообще говоря, следовало бы построить более последовательную теорию с двухкомпонентной волновой функцией. Это, однако, выходит за рамки данной работы; здесь мы используем обычное однозонное приближение эффективной массы, в котором лишь корректируем величину параметра спада, используя (16) вместо (10). Обсудим, как при этом изменяется параметр спада. Согласно (16) мы получаем, что непараболическая формула дает $\kappa_{np} = 1.58 \cdot 10^7 \text{ см}^{-1}$, что уже довольно близко к $\kappa_{\max} = 1.66 \cdot 10^7 \text{ см}^{-1}$. Но непараболическое значение κ_{np} не очень сильно отличается от параболического, которое дается формулой (10) и будет $\kappa_p = 1.92 \cdot 10^7 \text{ см}^{-1}$. Отличие κ_p от κ_{np} составляет всего лишь 18% и этим отличием можно пренебрегать во всех выражениях, за исключением туннельной экспоненты в (12). Для относительно толстых барьеров, в 10 монослоев, переход от параболического значения κ_p к непараболическому κ_{np} приводит к увеличению туннельной экспоненты в 6 раз. Сравнение результатов, рассчитанных по нашим формулам в параболическом и непараболическом приближениях, друг с другом и с результатами работы [6] приведено в таблице. Расчет проводился для ДБГС в $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ с толщиной ямы $l = 41 \text{ \AA}$ (эффективная масса $m = 0.046m_0$). Толщина барьеров из AlAs варьировалась от 10 до 6 монослоев. Толщину монослоя (с учетом деформации) мы принимали, следуя [6], равной 2.7 \AA . Глубина проникновения электрона в подбарьерную область оказывается равной $\lambda \approx 11.7 \text{ \AA}$ и приближается к 5 монослоям. Анализ таблицы позволяет сделать следующие выводы: 1) проницаемость барьера, даже самого тонкого, много меньше единицы ($D_{np} \ll 2 \cdot 10^{-2}$); 2) учет непараболическости увеличивает проницаемость и уменьшает время спада в несколько раз по сравнению с параболическим приближением; 3) предложенные нами аналитические формулы позволяют получить числовые значения для времени распада, весьма близкие к тем, что получили авторы работы [6] путем численного анализа спектральной зависимости вероятности прохождения электрона сквозь ДБГС.

Число монослоев	D_p	D_{np}	τ_p пс	τ_{np} пс	$\tau^{[6]}$ пс
10	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$6.7 \cdot 10^{-4}$	48.7	7.9	8.2
8	$8.5 \cdot 10^{-4}$	$3.7 \cdot 10^{-3}$	6.1	1.4	1.6
7	$2.4 \cdot 10^{-3}$	$8.7 \cdot 10^{-3}$	2.2	0.61	0.65
6	$6.8 \cdot 10^{-3}$	$2.0 \cdot 10^{-2}$	0.8	0.26	0.30

2. Уравнения многолучевой интерференции (МИ) для коэффициентов прохождения и отражения двухбарьерной структуры

Проиллюстрируем использование метода МИ на вычислении коэффициента прохождения двухбарьерной структуры $T^{(1,2)}$ и ее коэффициента отражения $R^{(1,2)}$. Индексы 1 и 2 в скобках обозначают 1-й и 2-й барьер. На рис. 2 дается схематическое изображение структуры, на котором области барьеров заштрихованы, а стрелками показаны волновые векторы волн, распространяющихся в различных направлениях во внебарьерных областях. Буквы a_1, b_1, a_2, b_2 обозначают пространственное положение границ барьеров, толщины которых мы будем обозначать

$$d_1 = b_1 - a_1; \quad d_2 = b_2 - a_2. \quad (18)$$

На рис. 3 эта картина показана мысленно расчлененной; рис. 3, *a* демонстрирует падение волны единичной амплитуды из левой внебарьерной области, ее прохождение в межбарьерную область с амплитудой T_1 и отражение от границы при $x = a_1$ с амплитудой $R_1(a_1)$. Эти коэффициенты характеризуют прохождение и отражение на одном изолированном барьере 1. На рис. 3, *b* показано падение обратной волны с амплитудой B из межбарьерной области на барьер 1; ее коэффициенты прохождения и отражения обозначены символами \tilde{T}_1 и $\tilde{R}_1(b_1)$. Знак «тильда» означает, что волна падает на барьер 1 справа налево, т.е. волновой вектор k заменяется на $-k$. Соответственно аргумент в коэффициенте отражения также изменяется: вместо отражающей грани a_1 появляется отражающая грань b_1 . Наконец, на рис. 3, *c* показано падение волны с амплитудой A на 2-й барьер, ее прохождение с коэффициентом T_2 и отражение от грани a_2 с коэффициентом отражения $R_2(a_2)$. Согласно основной идее метода МИ все, что требуется сделать — это

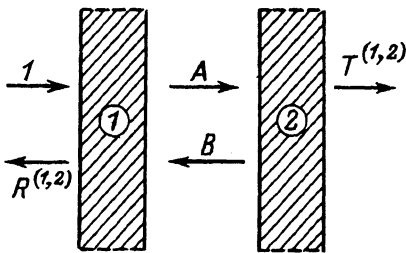


Рис. 2. Схематическое изображение волн, распространяющихся в различных направлениях во внебарьерных областях ДБГС. Над стрелками — амплитуды волн, барьерные области 1 и 2 заштрихованы.

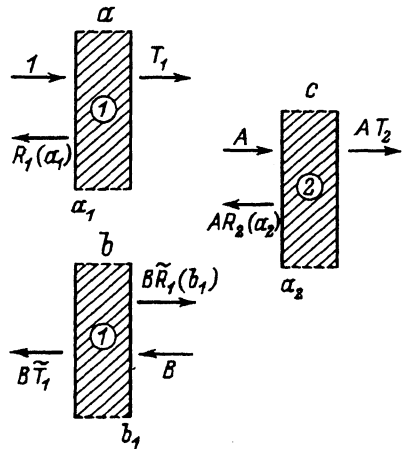


Рис. 3. Проходящие и отражающиеся волны на отдельных барьерах ДБГС.

произвести «отождествление» картин, изображенных на рис. 2 и 3, *a, b, c*. Так, волна с амплитудой A в межбарьерном промежутке получается в результате суммирования двух волн — непосредственно прошедшей волны, порожденной падающей слева волной с единичной амплитудой (рис. 3, *a*), и волны, получившейся в результате отражения обратной волны с амплитудой B (рис. 3, *b*), т.е.

$$A = T_1 + B\tilde{R}_1(b_1). \quad (19)$$

Совершенно аналогично из рис. 3, *a, b* получается суперпозиция волн, идущих в обратном направлении в левой внебарьерной области

$$R^{(1,2)}(a_1) = R_1(a_1) + B\tilde{T}_1. \quad (20)$$

Отождествление рис. 3, *c* и 2 дает еще два уравнения для прохождения и отражения на 2-м барьере:

$$T^{(1,2)} = AT_2, \quad (21)$$

$$B = AR_2(a_2). \quad (22)$$

В четырех уравнениях МИ (19)–(22) содержатся четыре неизвестных $R^{(1,2)}(a_1)$, A , B , $T^{(1,2)}$. Они легко находятся из этих слабо зацепляющихся уравнений, которые по существу являются двумя уравнениями для двух неизвестных. Мы выпишем лишь $T^{(1,2)}$

$$T^{(1,2)} = \frac{T_1 T_2}{1 - R_2(a_2)\tilde{R}_1(b_1)}. \quad (23)$$

Далее будет показано, что коэффициенты отражения $R_2(a_2)$ и $\tilde{R}_1(b_1)$ зависят от положения отражающих границ через посредство фазовых множителей

$$R_2(a_2) = e^{i2ka_2} R_2, \quad (24)$$

$$\tilde{R}_1(b_1) = e^{-i2kb_1} R_1, \quad (25)$$

$$\tilde{T}_1 = T_1; \quad \tilde{T}_2 = T_2, \quad (26)$$

где R_1 и R_2 — коэффициенты отражения отдельных изолированных барьеров, зависящие только от их толщин, T_1 и T_2 — коэффициенты прохождения этих барьеров. Введем коэффициент прозрачности D_1 :

$$D_1 = |T_1|^2; \quad R_1 = \sqrt{1 - D_1} e^{-i2\varphi_1}. \quad (27)$$

Аналогично коэффициенты R_2 и T_2 выражаются через прозрачность D_2 . Квадрат модуля $|T^{(1,2)}|^2$ обозначим через P и подставим в (23) выражения (24)–(27). Тогда квантово-механическая прозрачность P двухбарьерной структуры приобретает вид

$$P = \frac{D_1 D_2}{\left[1 - \sqrt{(1 - D_1)(1 - D_2)}\right]^2 + 4\sqrt{(1 - D_1)(1 - D_2)} \sin^2 \psi}, \quad (28)$$

где

$$\psi = kl - \varphi_1 - \varphi_2; \quad l = a_2 - b_1, \quad (29a)$$

l — толщина квантовой ямы между барьерами. Условие резонанса

$$\psi = n\pi; \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (29б)$$

соответствует максимумам прозрачности P . Это условие, как можно показать, будет определять положения квазистационарных уровней в яме. В случае симметричных барьеров, когда $D_1 = D_2$, значение прозрачности в максимуме оказывается равным единице. Частный случай выражения (28) при $D_1 = D_2$ известен в литературе под названием формулы Эйри [9]. Общее выражение (28) приведено в литературе лишь для электромагнитных волн в резонаторе Фабри-Перо, когда фазы φ_1 и φ_2 определяются металлизацией зеркал [13]. Формула (28) заметно упрощается, когда барьеры мало прозрачные, $D_1, D_2 \ll 1$:

$$P = \frac{4D_1D_2}{(D_1 + D_2)^2 + 16 \sin^2 \psi}. \quad (29в)$$

В этом случае выражения для амплитудных коэффициентов прохождения и отражения R_1 , также упрощаются

$$R_1 = \frac{v - is_1}{v + is_1} \left[1 - \frac{8v^2s_1^2}{(v^2 + s_1^2)^2} e^{-2\kappa_1 d_1} \right], \quad (30)$$

$$T_1 = \frac{i4vs_1}{(v + is_1)^2} e^{-\kappa_1 d_1 - ikd_1}. \quad (31)$$

Здесь v — скорость электрона в области вне барьера, даваемая формулой (8), а s_1 — параметр скорости электрона в подбарьерной области, определяемый параметром спада волновой функции κ_1 в этой области

$$s_1 = \frac{\hbar\kappa_1}{m_1}; \quad \frac{s_1}{v} = \sqrt{\frac{m}{m_1} \left(\frac{U_1}{E} - 1 \right)}. \quad (32)$$

При определении фазы φ_1 , характеризующей согласно (27) коэффициент отражения, для мало прозрачного барьера можно пренебречь малой туннельной экспонентой. Тогда получим

$$\varphi_1 = \text{arctg} \frac{s_1}{v} = \text{arctg} \sqrt{\frac{m}{m_1} \left(\frac{U_1}{E} - 1 \right)}. \quad (33)$$

Полезно рассмотреть условие резонанса (29б) для основного состояния симметричной потенциальной ямы, когда барьерные области 1 и 2 одинаковы. Для основного состояния $n = 0$, т.е. $\psi = 0$. Тогда, согласно определению (29а) величины ψ , мы получаем

$$\frac{kl}{2} = \varphi_1. \quad (34)$$

Если взять тангенс от обеих частей равенства (34), то получим обычное трансцендентное уравнение для определения четных состояний в яме с учетом разрыва массы на границе:

$$\operatorname{tg} \frac{kl}{2} = \sqrt{\frac{m}{m_1} \left(\frac{U_1}{E} - 1 \right)}. \quad (35)$$

Найдем далее ширину пика функции прозрачности $P(E)$ на половине высоты пика. Когда $D_1, D_2 \ll 1$, половина высоты пика будет достигаться при малом отходе $\Delta\psi$ величины ψ от резонансного значения $\psi = \psi_n$, при котором $\sin \psi_n = 0$. При этом энергетической зависимостью величин D_1 и D_2 можно пренебречь, считая, что они находятся при том значении энергии, когда имеет место резонанс. Это дает

$$\Delta\psi = \frac{1}{4}(D_1 + D_2). \quad (36)$$

С другой стороны,

$$\Delta\psi = \frac{\partial\psi}{\partial k} \delta k = \frac{\partial\psi}{\partial k} \frac{\hbar}{v} \delta E. \quad (37)$$

Величина δE есть ширина пика, отсчитанная от центра, поэтому полная ширина пика ΔE в 2 раза ее превосходит. Используя (37), мы без труда находим ΔE и связанное с нею время жизни τ в форме соотношений (6)–(13). При использовании приближения $\sin \psi \simeq \Delta\psi$ форма пика оказывается лоренцевой, поскольку $\Delta\psi$ пропорциональна отступлению энергии электрона от энергии уровня в яме. Тогда выражение (29в) и будет лоренцевым контуром, а, согласно теореме Фока и Крылова, временной закон распада квазистационарного состояния — экспоненциальным. К такому же заключению можно прийти и путем непосредственного решения временного уравнения Шредингера для квазистационарного состояния.

3. Коэффициенты отражения и прохождения одиночного барьера

В этом параграфе мы дадим краткое, но последовательное изложение метода МИ, начиная с одиночного гетероперехода. Будем обозначать характеристики узкозонной области индексом «0». Ранее величины, относящиеся к внебарьерной области, мы вообще никаким индексом не отмечали, например эффективную массу m , скорость v и

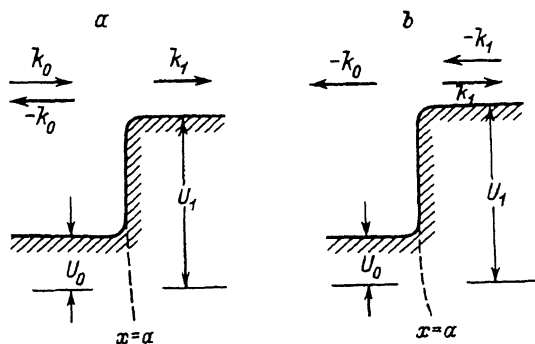


Рис. 4. Различные режимы падения, прохождения и отражения волн на одиночном гетеропереходе.

т.д. На рис. 4,а показано падение волны на гетерограницу со стороны узкозонной области, которое описывается волнами

$$\Psi_0(x) = e^{ik_0x} + r_{01}(a)e^{-ik_0x}; \quad \Psi_1(x) = t_{01}(a)e^{ik_1x}. \quad (38)$$

Здесь k_0 и k_1 — волновые векторы в областях 0 и 1:

$$\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m_0} + U_0 = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m_1} + U_1 = E, \quad (39)$$

E — энергия электрона. Амплитудные коэффициенты отражения $r_{01}(a)$ и прохождения $t_{01}(a)$ находятся из условий непрерывности волновой функции и потока частиц, которые в приближении эффективной массы имеют вид

$$\Psi_0 \Big|_{x=a} = \Psi_1 \Big|_{x=a}; \quad \frac{1}{m_0} \frac{d\Psi_0}{dx} \Big|_{x=a} = \frac{1}{m_1} \frac{d\Psi_1}{dx} \Big|_{x=a}. \quad (40)$$

Подставляя (38) в (40), мы найдем коэффициенты отражения и прохождения, зависящие через посредство фазового множителя от положения гетерограницы

$$r_{01}(a) = e^{i2k_0a} r_{01}; \quad t_{01}(a) = e^{i(k_0-k_1)a} t_{01}. \quad (41)$$

Здесь уже величины r_{01} и t_{01} от положения границы не зависят:

$$r_{01} = \frac{v_0 - v_1}{v_0 + v_1}; \quad t_{01} = \frac{2v_0}{v_0 + v_1}, \quad (42)$$

где v_0 и v_1 — скорости электрона в областях 0 и 1:

$$v_0 = \frac{\hbar k_0}{m_0}, \quad v_1 = \frac{\hbar k_1}{m_1}. \quad (43)$$

На рис. 4,б показано падение обратной волны на ту же гетерограницу, что и на рис. 4,а, т.е. с широкозонной стороны

$$\Psi_0(x) = \tilde{t}_{10}(a)e^{-ik_0x}; \quad \Psi_1(x) = e^{-ik_1x} + \tilde{r}_{10}(a)e^{ik_1x}. \quad (44)$$

Применение условий сшивания (40) позволяет заключить, что коэффициенты $\tilde{t}_{10}(a)$ и $\tilde{r}_{10}(a)$ получаются из коэффициентов $t_{01}(a)$ и $r_{01}(a)$ путем замены $k_0 \rightleftharpoons -k_1$, $v_0 \rightleftharpoons -v$. Таким образом, из формул (41), (42) получаем

$$\tilde{r}_{10}(a) = e^{-i2k_1a} r_{10}; \quad \tilde{t}_{10}(a) = e^{i(k_1-k_0)a} t_{10}. \quad (45)$$

$$r_{10} = \frac{v_1 - v_0}{v_1 + v_0} = -r_{01}; \quad t_{10} = \frac{2v_1}{v_1 + v_0} = \frac{v_1}{v_0} t_{01}. \quad (46)$$

С помощью подобных формул можно использовать метод МИ для получения амплитудных коэффициентов прохождения и отражения одиночных барьеров. Такая процедура аналогична той, которую мы применили для описания двухбарьерной структуры. Схематически одиночный барьер изображен на рис. 5. Этот рисунок аналогичен рис. 2

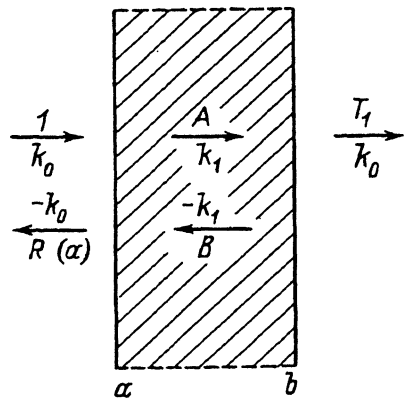


Рис. 5. Схематическое изображение волн, распространяющихся в различных направлениях в одиночном барьере. Барьерная область заштрихована.

для двухбарьерной структуры, только A и B — амплитуды волн в области барьера, где волновой вектор есть k_1 . Расчленив этот рисунок подобно тому, как это было сделано на рис. 3, мы получим с помощью метода МИ уравнение для коэффициентов отражения и прохождения амплитуд A и B на границе $x = a$:

$$A = t_{01}(a) + B\tilde{r}_{10}(a). \quad (47)$$

Это уравнение аналогично (19). Другое уравнение, также относящееся к границе $x = a$, будет аналогично (20):

$$R(a) = r_{01}(a) + B\tilde{t}_{10}(a). \quad (48)$$

Два других уравнения, аналогичные (21), (22), относятся к границе $x = b$:

$$T = At_{10}(b); \quad B = Ar_{10}(b). \quad (49)$$

Решая эти уравнения, мы получаем амплитудные коэффициенты отражения и прохождения для одиночного барьера:

$$R(a) = e^{i2k_0 a} R; \quad R = r_{01} \frac{1 - e^{i2k_1 d_1}}{1 - r_{10}^2 e^{i2k_1 d_1}}, \quad (50)$$

$$T = e^{-ik_0 d_1} \frac{t_{01} t_{10} e^{ik_1 d_1}}{1 - r_{10}^2 e^{i2k_1 d_1}}. \quad (51)$$

Если энергия электрона ниже высоты барьера, то

$$k_1 = i\kappa_1; \quad e^{ik_1 d_1} = e^{-\kappa_1 d_1}. \quad (52)$$

Когда барьер мало проницаем, туннельная экспонента $e^{-\kappa_1 d_1}$ мала и выражения (50), (51) можно упростить, сведя их к виду формул (30), (31).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований, проект 93-02-2254.

Авторы выражают благодарность Р.А. Сурису за обсуждение работы и Л.В. Чернышевой за помощь в выполнении работы.

Список литературы

- [1] Physics of Quantum Electron Devices (ed. by F. Capasso). Springer, Berlin (1990).
- [2] Y. Fu, M. Willander. J. Appl. Phys., **72**, 3593 (1992).
- [3] T.S. Sollner, W.D. Goodhue, P.E. Tannelwald et al. Appl. Phys. Lett., **43**, 588 (1983).
- [4] Е.А. Волкова, А.М. Попов, О.В. Поповичева. ФТП, **25**, 1618 (1991).
- [5] G.A. Gamov. Zs. f Phys., **51**, 204; **52**, 510 (1928).
- [6] D.H. Chew, J.N. Shulman et al. Appl. Phys. Lett., **61**, 1685 (1992).
- [7] B. Ricco, M.Ya. Azbel. Phys. Rev. B, **29**, 1979 (1984).
- [8] Н.С. Крылов, В.А. Фок. ЖЭТФ, **17**, 193 (1947).
- [9] М. Борн, В. Вольф. Основы оптики. М.: Наука (1970).
- [10] J.H. Smet, T.P. Broekaert, C.G. Fonstad. J. Appl. Phys., **71**, 2475 (1992).
- [11] The semiconductor Card, publication of Howard Univ. Mater. Sci. Res. Center, D.C. Washington. (1992).
- [12] M.G.W. Alexander, M. Nido et al. Appl. Phys. Lett., **55**, 2517 (1989).
- [13] А.С. Тагер. Электрон. техн., сер. 1, Электроника СВЧ, вып. 9 (403), 19 (1987).

Редактор В.В. Чалдышев
