К ВОПРОСУ ОБ ЭФФЕКТЕ БРИДЖМЕНА

В.Г.Охрем

Черновицкий государственный университет им. Ю.Федьковича,
274012, Черновцы, Украина
(Получена 23 ноября 1993 г. Принята к печати 22 декабря 1993 г.)

Эффект Бриджмена состоит в выделении (поглощении) тепла в анизотропном кристалле в местах, где вектор плотности протекающего через него электрического тока изменяет ориентацию относительно кристаллографических осей. Количество тепла, приходящегося на единицу объема, составляет величину

$$Q_\sigma = \alpha_{ik} T \frac{\partial J_i}{\partial x_k}, \tag{1}$$

где α_{ik} — компоненты тензора термоэдс, T — температура, J_i — i-я компонента плотности электрического тока.

В работах [1,2] говорится о принципиальной возможности существования эффекта Бриджмена. Однако работ, в которых бы обсуждались какие-либо количественные или другие аспекты эффекта, автором не найдено.

В данной работе на феноменологическом уровне предложена физическая модель, с помощью которой выяснены условия наблюдения эффекта Бриждмена, а также кратко обсуждены возможности и преимущества практического его использования.

Чтобы оценить вклад Q_σ в общий тепловой баланс при стационарном процессе будем исходить из обобщенного уравнения теплопроводности в двухмерном случае при независящих от температуры кинетических коэффициентах для однородного термоэлектрически анизотропного кристалла:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - a_1 T \frac{\partial J_1}{\partial x} + b_1 \left(J_1^2 + J_2^2 \right) = 0, \tag{2}$$

где оси лабораторной системы координат x и y совпадают с кристаллографическими осями, J_1 и J_2 — компоненты вектора плотности электрического тока, $a_1 = \Delta\alpha/\chi$, $b_1 = \rho/\chi$, $\Delta\alpha = \alpha_{11} - \alpha_{22}$ — анизотропия термоэдс, χ и ρ — удельные теплопроводность и электрическое сопротивление, которые считаются изотропными. При написании (2) использовано уравнение непрерывности для стационарного случая

$$\frac{\partial J_1}{\partial x} + \frac{\partial J_2}{\partial y} = 0. \tag{3}$$

Первые два члена в (2) описывают выделение тепла за счет теплопроводности, последний член — тепло Джоуля, третий — связан с эффектом Бриджмена.

Конкретизируя задачу, выберем сначала модель тока. В наиболее простом случае в полярной системе координат плотность тока можно определить только азимутальной составляющей $J = J_{\varphi'} = J_0/r$, где J_0 — постоянная. Такую модель тока можно обосновать следующим образом. Согласно обобщенному закону электропроводности выражение для компоненты вектора напряженности электрического поля для термоэлектрически анизотропного кристалла имеет вид

$$E_e = \rho J_e + \alpha_{ek} \frac{\partial T}{\partial x_k},$$

где α_{ek} — компоненты тензора термоэдс. Отсюда для двухмерной однородной термоэлектрически анизотропной среды в декартовой системе координат, оси которой совпадают с кристаллографическими осями, получим

$$\frac{\partial J_2}{\partial x} - \frac{\partial J_1}{\partial y} = \frac{\Delta\alpha}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y}.$$

Считая $\Delta\alpha/\rho$ малой величиной, а T — слабо зависящей от координат, можно положить

$$\frac{\partial J_2}{\partial x} - \frac{\partial J_1}{\partial y} \approx 0. \tag{4}$$

Запишем (3) и (4) в полярных координатах r и φ':

$$\frac{\partial (rJ_r)}{\partial r} + \frac{\partial J_{\varphi'}}{\partial \varphi'} = 0, \qquad \frac{\partial (rJ_{\varphi'})}{\partial r} - \frac{\partial J_r}{\partial \varphi'} = 0,$$

где J_r и $J_{\varphi'}$ — радиальная и азимутальная составляющие плотности электрического тока. Из последних выражений видно, что если $J_r = 0$, то $J_{\varphi'} = J_0/r$.

С учетом изложенного в полярной системе координат имеем

$$\frac{\partial J_1}{\partial x} = -J_0 \frac{\sin 2\varphi'}{r^2}. \tag{5}$$

Уравнение (2) в полярных координатах с учетом (5) будет иметь вид

$$r\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{d^2 T}{d\varphi^2} + aT\sin 2\varphi' + b = 0,$$

где $a = a_1 J_0$, $b = b_1 J_0^2$. При условии, что $T = T(\varphi')$,

$$\frac{d^2 T}{d\varphi^2} + aT\sin 2\varphi' + b = 0. \tag{6}$$

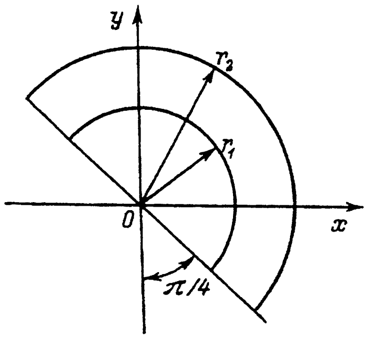

Рис. 1. Схематическое изображение образца.

Сделаем в (6) замену $\varphi' = \varphi + \pi/4$, получим

$$\frac{d^2T}{d\varphi^2} + aT\cos 2\varphi + b = 0. \tag{7}$$

Найдем распределение температуры в образце, который в схематическом виде изображен на рисунке. Уравнение (7) рассмотрим совместно с граничными условиями

$$T(0) = T(\pi) = T_0, \tag{8}$$

и тогда задача состоит в выяснении, при каких условиях будет иметь место неравенство $T(\varphi)\Big|_{0<\varphi<\pi} < T_0$, т.е. будет охлаждение.

Решение уравнения (7) представим рядом Фурье

$$T(\varphi) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin n\varphi. \tag{9}$$

Рассматривая совместно (8) и (9), получим выражение для коэффициентов C_n. Ряды типа (9) быстро сходятся [3], поэтому ограничимся тремя членами разложения в (9). Подставив (9) в (7), найдем

$$C_1 = -\frac{a^2}{a^2 - 18a - 36}\left[\frac{2(b+T_0)E_1}{2+a} + \left(\frac{2b}{a} + \frac{aT_0}{2+a}\right)E_3\right] +$$

$$+\frac{2b - aT_0}{2+a}E_1 + \frac{aT_0}{2+a}E_3, \qquad C_2 = 0,$$

$$C_3 = -\frac{a(a+2)}{a^2 - 18a - 36}\left[\frac{2(b+T_0)E_1}{2+a} + \left(\frac{2b}{a} + \frac{aT_0}{2+a}\right)E_3\right], \tag{10}$$

где $E_n = (2/n\pi)[1 + (-1)^{n+1}]$ — коэффициенты разложения 1 в ряд Фурье по синусам. Таким образом, охлаждение будет иметь место при условии, что сумма ряда в (9) отрицательна. Оценим, например, эту сумму для точки $\varphi = \pi/2$. В качестве термоэлектрически анизотропного кристалла выберем полупроводник CdSb, для которого $\Delta\alpha = 2 \cdot 10^{-4}$ В/К, $\rho \sim 0.001$ Ом·см, $\chi \sim 0.01$ В/см·К. Оценим J_0. Ток через образец $I = J_0 l \ln(r_2/r_1)$, где l — толщина (см. рисунок). Примем, что $\ln(r_2/r_1) = 2$, $l = 0.1$ см, $T_0 = 300$ К. Тогда при силе тока $I = 1$ А, $J_0 = 5$ А/см. Для этого случая $a = 0.1$, $b = 2.5$ К и $\Delta T = T(\pi/2) - T_0 = -10$ К. При $J_0 = 10$ А/см имеем $a = 0.2$, $b = 10$ К, $\Delta T = -20$ К. Таким образом, в исследованной модели эффект Бриджмена играет доминирующую роль и может быть использован для получения охлаждения.

Отметим в заключение, что приведенные численные расчеты не являются исчерпывающими, а носят только иллюстративный характер. Более конкретная работа с акцентом на практическое использование эффекта Бриджмена для охлаждения должна состоять в поиске оптимальных материалов, а также в оптимизации по геометрическим размерам, по току и т.д. Однако несмотря на это, можно указать на преимущества, которыми обладали бы холодильники на эффекте Бриджмена по сравнению с холодильниками Пельтье. Это — использование только одного материала и отсутствие в связи с этим коммутации ветвей.

Список литературы

[1] Дж. Най. Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц. М. (1967).

[2] Л.И. Анатычук. Термоэлементы и термоэлектрические устройства, Киев (1979).

[3] Л.И. Толстов. Ряды Фурье. М. (1960).

Редактор Л.В. Шаронова