

# Эффекты локального поля в магнитооптике двумерных массивов ферромагнитных наночастиц

© В.А. Кособукин, Б.Б. Кричевцов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Kosobukin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 28 сентября 2009 г.)

В рамках метода функций Грина электродинамика построена теория полярного магнитооптического эффекта Керра в слое малых частиц ферромагнетика. Для модели квадратной решетки ферромагнитных эллипсоидов исследовано проявление в магнитооптике эффекта локального поля, который обусловлен вкладом в действующее поле дипольных моментов, индуцированных в частицах. Представлены результаты анализа магнитооптического эффекта Керра при нормальном падении линейно поляризованной электромагнитной волны на слой частиц, намагниченных перпендикулярно плоскости слоя. Для массива эллипсоидальных частиц  $\text{Co}$ , находящихся в прозрачном диэлектрике  $\text{CaF}_2$ , численно исследована зависимость угла керровского вращения от частоты света, параметров эллипсоидальных частиц и периода решетки (концентрации магнетика в слое). Показано, что в широком (2–4.5 eV) спектральном диапазоне эффект локального поля при увеличении концентрации частиц  $\text{Co}$  в слое выражается в обращении знака керровского вращения по сравнению с керровским вращением в изолированном эллипсоиде или сплошной пленке  $\text{Co}$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 08-02-00703 и 07-02-00900).

## 1. Введение

Оптические и магнитооптические свойства структур, содержащих магнитные нанослои в диэлектрическом окружении, могут существенно зависеть от морфологии магнетика. Морфология слоев, образованных изолированными или связанными магнитными частицами, может влиять как на их собственные оптические свойства, так и на особенности распространения световых волн в диэлектрической среде. При изучении магнитооптических эффектов Керра недавно было обнаружено [1,2], что изменение морфологии при переходе от островковой структуры кобальта к квазисплошной пленке приводит к обращению знака керровского вращения (угла ориентации эллипса поляризации отраженного света).

В работе [1] исследовались магнитооптические свойства наночастиц  $\text{Co}$  диаметром 8, 10 и 12 nm, приготовленных химическим методом (wet-chemical preparation method) и нанесенных методом испарения на алюминиевые и кремниевые подложки. Было установлено, что в полярном эффекте Керра на таких системах угол керровского вращения в широком спектральном диапазоне имеет иной знак, чем наблюдается в случае сплошных пленок или объемных образцов  $\text{Co}$ . В [1] сообщалось также о различии знака керровского вращения в объемных образцах и наноразмерных системах, приготовленных из  $\text{CoAg}$  и магнетита  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ . В работе [2] изучались полярный и меридиональный эффекты Керра в двумерных массивах nanoостровков  $\text{Co}$ , выращенных с помощью молекулярно-лучевой эпитаксии на подложках  $\text{CaF}_2/\text{Si}(111)$  и покрытых слоем  $\text{CaF}_2$ . Характерный поперечный диаметр островков составлял 12 nm, а высота 18 nm. Изменение знака магнитооптических эффектов Керра наблюдалось при увеличении концентрации  $\text{Co}$  в слое, т.е. при переходе от

системы отдельных островков к системе плотно упакованных (касающихся) островков. Существенно подчеркнуть, что массивы частиц, для которых характерен необычный знак керровского вращения, являются весьма плотными в том смысле, что в них расстояния между наночастицами сравнимы с их размерами. Причины изменения знака керровского вращения в зависимости от морфологии слоев  $\text{Co}$  ранее не были выявлены.

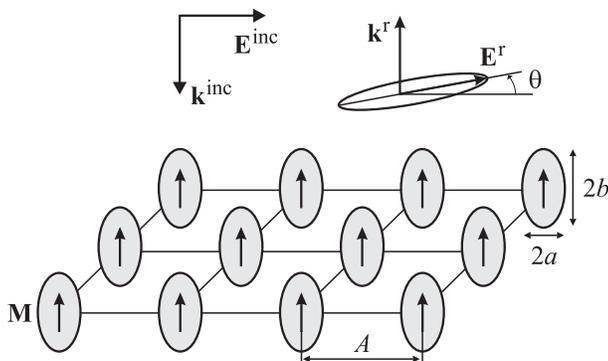
Для расчета эффективной диэлектрической проницаемости и оптических свойств гранулированных систем разной размерности и топологии обычно используются теории среднего поля и эффективной среды (например, [3–5]). Попытки обобщить теорию эффективной среды на композитные магнитные материалы не вполне удовлетворительны (см. [4] и цитированные там работы). В рамках таких модифицированных теорий для количественной интерпретации магнитооптического эксперимента требуется выход за пределы физически допустимых значений параметров [4], используется предположение о сложной внутренней структуре частиц [5] и т.д. С другой стороны, для исследования оптических явлений в агрегатах близко расположенных (соприкасающихся) малых частиц разработаны методы [3,6–8], существенно выходящие за рамки указанных выше приближений электродинамики неоднородных сред. Эти методы, основанные на непосредственном учете диполь-дипольных взаимодействий между частицами, позволяют описывать флуктуации электромагнитного поля, которые в агрегатах реальных частиц не малы по сравнению со средним (макроскопическим) полем [8]. В магнитооптике наноструктур указанные методы не применялись, хотя эффекты локального поля рассматривались для трехмерных массивов магнитных и диэлектрических диполей, связанных с атомами [9].

Задачей настоящей работы является теоретический анализ полярного магнитооптического эффекта Керра при нормальном падении света на слой, образованный эллипсоидальными наночастицами ферромагнетика. Предполагается, что, как в атомных трех- [9] и двумерных [10] системах, действующее поле в слое наночастиц может существенно отличаться от внешнего из-за наличия поля диполей, возбуждаемых внешней волной в частицах. В магнитооптике плотных слоев ферромагнитных частиц учет эффектов локального (действующего) поля является принципиально новым теоретическим аспектом. В рамках предложенной теории исследованы оптические и магнитооптические свойства гетероструктур  $\text{CaF}_2/\text{Co}/\text{CaF}_2/\text{Si}(111)$  при изменении формы магнитных частиц и их концентрации в слое. В результате предложен механизм обращения знака керровского вращения при изменении структурных параметров слоя ферромагнитных частиц.

Содержание работы заключается в следующем. В разделе 2 представлены модель и постановка задачи о полярном магнитооптическом эффекте Керра в слоях ферромагнитных частиц с учетом эффекта локального поля. В разделе 3 представлено аналитическое решение задачи, и в разделе 4 — результаты численного анализа керровского вращения в отдельных ферромагнитных частицах и в слоях таких частиц в сравнении с тонкими сплошными пленками ферромагнетика.

## 2. Модель и постановка задачи

В качестве модели рассмотрим показанный на рис. 1 плоский слой ферромагнитных наночастиц, который находится в однородной диэлектрической среде. В отсутствие намагниченности изотропные диэлектрические проницаемости ферромагнетика и диэлектрика равны  $\epsilon$  и  $\epsilon_1$  соответственно. Ненулевые компоненты диэлектрической проницаемости ферромагнетика, обусловленные намагниченностью  $\mathbf{M}$ , в случае полярного эффекта Керра равны  $\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = ig$ , где  $g \sim M_z = M$ ,



**Рис. 1.** Схема наблюдения полярного магнитооптического эффекта Керра в слое малых эллипсоидальных частиц с намагниченностью  $\mathbf{M}$ . Показаны падающая (inc) и отраженная (r) волны.

$M_x = M_y = 0$ . Ферромагнитные частицы моделируем одинаковыми эллипсоидами вращения с длинами полуосей  $a$  в плоскости слоя  $xy$  и  $b$  вдоль нормали к слою  $z$ . Центры эллипсоидов лежат в плоскости  $z = 0$  в узлах  $\rho_n = \mathbf{A}\mathbf{n}$  квадратной решетки с периодом  $A$  и  $\mathbf{n} = n_x \mathbf{e}_x + n_y \mathbf{e}_y$ , где  $n_x$  и  $n_y$  — целые числа.

Предполагаем, что вдоль нормали к слою магнитных частиц падает линейно поляризованная по оси  $x$  электромагнитная волна  $\mathbf{E}^{\text{inc}} = \mathbf{e}_x E^{\text{inc}} e^{-ik_1 z}$  с частотой  $\omega$ ,  $k_1 = k_0 \sqrt{\epsilon_1}$  и  $k_0 = \omega/c$  (рис. 1). В случае, когда намагниченность частиц перпендикулярна плоскости слоя, эта волна индуцирует на каждой частице оптический и магнитооптический дипольные моменты с компонентами  $p_x$  и  $p_y$  соответственно. Индуцированную дипольную диэлектрическую поляризацию слоя одинаковых намагниченных эллипсоидов представим в виде

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{n}} (p_x \mathbf{e}_x + p_y \mathbf{e}_y) \delta(\rho - \rho_{\mathbf{n}}) \delta(z). \quad (1)$$

Наличие в (1) дельта-функций предполагает, что выполнены условия малости эллипсоидальных частиц с  $a \sim b \ll c/\omega$ ; при этом для описания их электромагнитного отклика применимо квазистатическое приближение.

Нашей задачей является исследование полярного магнитооптического эффекта Керра (излучения эллиптически поляризованных волн) слоем частиц с диэлектрической поляризацией (1). Рассматривается излучение в направлении  $\mathbf{e}_z$ , обратном направлению падения волны  $\mathbf{E}^{\text{inc}}$ , причем в отсутствие намагниченности излучаемый свет линейно поляризован по оси  $x$ . Решение задачи удобно искать, используя компоненты внешнего поля  $E_\alpha^0(z; \boldsymbol{\kappa})$  и тензорной функции Грина  $G_{\alpha\beta}^0(z, z'; \boldsymbol{\kappa})$  с волновым вектором  $\boldsymbol{\kappa} = \kappa_x \mathbf{e}_x + \kappa_y \mathbf{e}_y$ , которые вычисляются при отсутствии частиц. Эти функции определяются уравнениями электродинамики [10–12]

$$\sum_{\mu} \left[ \sum_{\nu} \text{rot}_{\alpha\nu} \text{rot}_{\nu\mu} - \epsilon_1 k_0^2 \delta_{\alpha\mu} \right] \{ E_{\mu}^0(z; \boldsymbol{\kappa}), G_{\mu\beta}^0(z, z'; \boldsymbol{\kappa}) \} = \{ 0, 4\pi k_0^2 \delta_{\alpha\beta} \delta(z - z') \}, \quad (2)$$

где  $\text{rot}_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma} e_{\alpha\gamma\beta} (\partial/\partial r_{\gamma})$ ,  $e_{\alpha\gamma\beta}$  — компоненты единичного антисимметричного псевдотензора,  $(\partial/\partial \mathbf{r}) = (i\kappa_x, i\kappa_y, d/dz)$ . Следуя [12], поле излучения слоя эллипсоидов с поляризацией (1) в однородной среде с проницаемостью  $\epsilon_1$  выражаем через решения уравнений (2) в виде

$$E_{\alpha}(z) = E_{\alpha}^0(z) \delta_{\alpha x} + \sum_{\beta} \int \frac{d^2 \boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} e^{i\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\rho}} G_{\alpha\beta}^0(z, 0; \boldsymbol{\kappa}) \left( \sum_{\mathbf{n}} e^{-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{n}}} \right) \chi_{\beta x} E_x^0(0). \quad (3)$$

Здесь  $\chi_{\beta x}$  — компоненты эффективной поляризуемости с  $\beta = x, y$ , являющейся дипольным откликом частицы на внешнее поле, и  $E_x^0(z) \equiv E_x^0(z; \boldsymbol{\kappa} = 0)$  в случае нормального падения света на слой частиц. Оставляя в

суммах по  $\mathbf{n}$ , входящих в (1) и (3), только член с  $\mathbf{n} = 0$ , приходим к обычной задаче дипольного или магнитооптического рассеяния света изолированным эллипсоидом с центром в точке  $\mathbf{r} = 0$ .

Для слоя диполей, расположенных в узлах  $\rho_{\mathbf{n}} = A\mathbf{n}$  решетки, выражение (3) с учетом соотношения

$$\sum_{\mathbf{n}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\rho_{\mathbf{n}}} = \left(\frac{2\pi}{A}\right)^2 \times \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} \delta\left(\kappa_x - \frac{2\pi}{A}m_1\right) \delta\left(\kappa_y - \frac{2\pi}{A}m_2\right)$$

дает поле вторичного излучения

$$E_{\alpha}(\mathbf{r}) - E_x^0(z)\delta_{\alpha x} = \frac{1}{A^2} \sum_{\beta} \left[ G_{\alpha\beta}^0(z, 0; \mathbf{m} = 0) + \sum_{\mathbf{m}(\neq 0)} e^{i\frac{2\pi}{A}(\mathbf{m}\cdot\rho)} G_{\alpha\beta}^0\left(z, 0; \frac{2\pi}{A}\mathbf{m}\right) \right] \chi_{\beta x} E_x^0(0), \quad (4)$$

которое включает вклады с  $\kappa = 2\pi\mathbf{m}/A$ ,  $\mathbf{m} = m_1\mathbf{e}_x + m_2\mathbf{e}_y$ , где  $m_1$  и  $m_2$  — целые числа. В волновой зоне ( $|z| \rightarrow \infty$ ) для функции Грина имеем  $G_{\alpha\beta}^0(z, 0; 0) \sim \exp(ik_1|z|)$  при  $\mathbf{m} = 0$  и

$$\left| G_{\alpha\beta}^0\left(z, 0; \frac{2\pi}{A}\mathbf{m}\right) \right| \sim \exp\left[\frac{-2\pi|z|}{A} \sqrt{|\mathbf{m}|^2 - \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_1}k_0A}{2\pi}\right)^2}\right]$$

при  $\mathbf{m} \neq 0$ . Считая далее, что  $\sqrt{\varepsilon_1}k_0A \ll 2\pi$ , пренебрежем в (4) суммой по  $\mathbf{m} \neq 0$ , которая выражает ближнее поле слоя диполей. В результате для компонент поля излучения слоя в однородный диэлектрик при  $z \rightarrow \infty$  из (4) получаем асимптотические выражения вида

$$E_{\alpha}^r = r_{\alpha x} E^{\text{inc}} \exp(ik_1z) \quad (5)$$

с ортогональными линейными поляризациями по осям  $\alpha = x, y$ .

Для отраженной волны с компонентами (5) углы ориентации эллипса поляризации (керровского вращения)

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\text{Re}X}{1 - |X|^2}\right) \quad (6)$$

и эллиптичности

$$\eta = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2\text{Im}X}{1 + |X|^2}\right)$$

выражаются через отношение  $X = E_y^r/E_x^r$  [13]. При условии  $|X| \ll 1$ , которое выполняется для поля (5) в магнитооптическом эффекте Керра, поляризационные наблюдаемые величины принимают вид

$$\theta = \text{Re}X, \quad \eta = \text{Im}X. \quad (7)$$

В следующем разделе мы получим аналитические выражения для этих величин.

### 3. Магнитооптика частиц в однородном диэлектрике

Вычислим величины (7) для ферромагнитных наноструктур в виде 1) изолированного эллипсоида; 2) упорядоченного слоя эллипсоидов; 3) сплошной пленки. Во всех случаях наноструктура находится в однородном прозрачном диэлектрике с проницаемостью  $\varepsilon_1$ .

3.1. Изолированный эллипсоид. Воспользуемся известным решением задачи о диэлектрической поляризации эллипсоида [14,15]. Однородное внешнее поле  $\mathbf{E}^0 = \mathbf{e}_x E^{\text{inc}}$  индуцирует внутри эллипсоида однородное поле с компонентой

$$E_x^{(i)} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon N_x + \varepsilon_1(1 - N_x)} E_x^0, \quad (8)$$

где  $N_x$  — коэффициент деполяризации вдоль оси  $x$ , который в случае эллипсоида вращения зависит от отношения длин полуосей  $b/a$ . Поле (8) индуцирует внутри эллипсоида однородную диэлектрическую поляризацию с ненулевой компонентой  $P_x = (\varepsilon - \varepsilon_1)E_x^{(i)}/(4\pi\varepsilon_1)$ . При этом дипольный момент эллипсоида равен

$$p_x = \frac{a^2b}{3} \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} E_x^{(i)}. \quad (9)$$

При однородном намагничении эллипсоида вдоль оси  $\mathbf{e}_z$  внутреннее поле (8) возбуждает в нем магнитооптическую поляризацию  $P_y = -igE_x^{(i)}/(4\pi)$  и магнитооптический дипольный момент с ненулевой компонентой

$$p_y = -\frac{a^2b}{3} ig E_x^{(i)}. \quad (10)$$

Каждая компонента индуцированного диполя эллипсоида  $\mathbf{p} = p_x\mathbf{e}_x + p_y\mathbf{e}_y$  вызывает излучение с частотой падающего света. При этом волна, излученная (отраженная) в направлении орта  $\mathbf{e}_z$ , имеет компоненты  $E_{\alpha}^r \sim p_{\alpha}$ . Из формулы (7), представленной в виде  $\theta_1 = \text{Re}(p_y/p_x)$ , получаем угол керровского вращения для изолированного эллипсоида

$$\theta_1 = \text{Re}\left(\frac{ig\varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon}\right). \quad (11)$$

3.2. Эффекты локального поля в решетке эллипсоидов. В случае квадратной решетки, заполненной эллипсоидальными частицами, однородное внешнее поле  $\mathbf{E}^0 = \mathbf{e}_x E^{\text{inc}}$  индуцирует в ее узлах  $\rho_{\mathbf{n}'}$  дипольные моменты  $\mathbf{p}_{\mathbf{n}'}$ . В результате локальное поле, действующее на выделенный диполь  $\mathbf{p}_{\mathbf{n}}$ , складывается из внешнего поля  $\mathbf{E}^0$  и поля, которое создается в точке расположения диполя  $\mathbf{p}_{\mathbf{n}}$  диполями слоя  $\mathbf{p}_{\mathbf{n}'}$  с  $\mathbf{n}' \neq \mathbf{n}$ . В квазистатическом приближении (при  $A \ll c/\omega$ ) получаем, уравнение связанных диполей

$$p_{\alpha} = \chi_{\alpha\alpha}^0 \left[ E_{\alpha}^0 + \frac{1}{\varepsilon_1 A^3} \sum_{\beta} \left( \sum_{\mathbf{n}'(\neq 0)} \frac{3n_{\alpha}n_{\beta} - n^2\delta_{\alpha\beta}}{n^5} \right) p_{\beta} \right], \quad (12)$$

где предполагается, что все частицы одинаковые ( $\mathbf{p}_n = \mathbf{p}$ ). В (12)  $n = \sqrt{n_x^2 + n_y^2}$ , а выражения

$$\chi_{\alpha\alpha}^0 = \frac{a^2 b}{3} \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon N_\alpha + \varepsilon_1(1 - N_\alpha)} \quad (13)$$

определяют ненулевые компоненты диагонального тензора дипольной поляризуемости эллипсоида вдоль оси  $\alpha$  с коэффициентом деполаризации  $N_\alpha$ .

Вычисление в (12) решеточной суммы по  $\mathbf{n}$ , соответствующей диполь-дипольному взаимодействию в бесконечной квадратной решетке эллипсоидов, дает [10]

$$\sum_{\mathbf{n}(\neq 0)} \frac{3n_\alpha n_\beta - \delta_{\alpha\beta} n^2}{n^5} = \delta_{\alpha\beta} S, \quad (14)$$

где  $\alpha, \beta = x, y$  и

$$S = 2\xi(2) + \xi(3) + 8\pi \sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_2=1}^{\infty} \frac{m_1}{m_2} K_1(2\pi m_1 m_2).$$

При подстановке в это выражение значений дзета-функции Римана  $\xi(n)$  и функции Макдональда  $K_1(z)$  получаем  $S = 4.52$ . Самосогласованное решение задачи (12), учитывающее эффект локального поля, определяет компоненты

$$\chi_{\alpha\alpha} = \frac{\chi_{\alpha\alpha}^0}{1 - \chi_{\alpha\alpha}^0 S (\varepsilon_1 A^3)^{-1}} \quad (15)$$

тензора поляризуемости эффективных диполей, имеющих проекции  $p_\alpha = \chi_{\alpha\alpha} E_\alpha^0$ .

При учете диполь-дипольных взаимодействий в слое частиц внешнее поле по отношению к выделенному диполью равно  $\tilde{E}_x^0 = E_x^0 / [1 - \chi_{xx}^0 S / (\varepsilon_1 A^3)]$ . При этом использование соотношения вида (8) между полем  $\tilde{E}_x^0$  и квазиоднородным полем  $\tilde{E}_x^{(i)}$  внутри эллипсоида дает

$$\tilde{E}_x^{(i)} = \frac{\chi_{xx}}{\chi_{xx}^0} E_x^{(i)}. \quad (16)$$

Здесь  $E_x^{(i)}$  — поле (8), в которое (16) переходит при  $A \rightarrow \infty$  в выражении (15), т.е. при исчезновении диполь-дипольных взаимодействий вследствие малой концентрации частиц в слое. Эффект локального поля определяется разностью  $\tilde{E}_x^{(i)} - E_x^{(i)}$ .

Дипольный момент  $p_y$  намагниченного эллипсоида в слое, возбуждаемый внутренним полем  $\tilde{E}_x^{(i)}$ , по аналогии с (12) определим уравнением

$$p_y = -\frac{a^2 b}{3} i g \tilde{E}_x^{(i)} + \chi_{xx}^0 \frac{S}{\varepsilon_1 A^3} p_y, \quad (17)$$

где учтено, что для эллипсоида вращения  $\chi_{yy}^0 = \chi_{xx}^0$ . Второй член в правой части уравнения (17) учитывает эффект локального поля, исчезающий при  $A \rightarrow \infty$ .

Из (16) и (17) для магнитооптической поляризуемости, входящей в соотношение  $p_y = \chi_{yx} E_x^0$ , получаем

$$\chi_{yx} = \frac{i g \varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon} \frac{1}{1 - \chi_{xx}^0 S (\varepsilon_1 A^3)^{-1}} \chi_{xx}. \quad (18)$$

С учетом выражения (18) для угла керровского вращения намагниченным слоем эллипсоидов из формулы (7), записанной в виде  $\theta_2 = \text{Re}(\chi_{yx}/\chi_{xx})$ , получаем

$$\theta_2 = \text{Re} \left( \frac{i g \varepsilon_1}{\varepsilon_1 - \varepsilon} \frac{1}{1 - \chi_{xx}^0 S (\varepsilon_1 A^3)^{-1}} \right). \quad (19)$$

Выражения (15)–(19), относящиеся к слою, переходят при  $A \rightarrow \infty$  в выражения, относящиеся к изолированному эллипсоиду, причем  $\theta_2$  из (19) переходит в  $\theta_1$  из (11).

3.3. Сплошная пленка. Для сравнения рассмотрим полярный магнитооптический эффект Керра в сплошной ферромагнитной пленке толщиной  $L$ , которая имеет проницаемость  $\varepsilon$  (при  $\mathbf{M} = 0$ ) и помещена в среду с проницаемостью  $\varepsilon_1$ . Коэффициенты отражения от пленки циркулярно поляризованных волн  $r_\pm$  при нормальном падении линейно поляризованной волны  $\mathbf{E}^{\text{inc}} = \mathbf{e}_x E^{\text{inc}} e^{-ik_1 z}$  равны [16]

$$r_\pm = \rho_\pm \frac{1 - e^{2ik_\pm L}}{1 - \rho_\pm^2 e^{2ik_\pm L}}, \quad \rho_\pm = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon \pm g}}{\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon \pm g}}, \quad (20)$$

где  $k_\pm = k_0 \sqrt{\varepsilon \pm g}$ . В терминах (20) для угла керровского вращения отраженной волны получаем

$$\theta_3 = -\text{Re} \left( i \frac{r_+ - r_-}{r_+ + r_-} \right). \quad (21)$$

Для полубесконечного ферромагнетика из выражений (20), (21) при  $L \rightarrow \infty$  ( $r_\pm \rightarrow \rho_\pm$ ) следует

$$\theta_4 = \text{Re} \left( \frac{i g}{\varepsilon_1 - \varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}} \right). \quad (22)$$

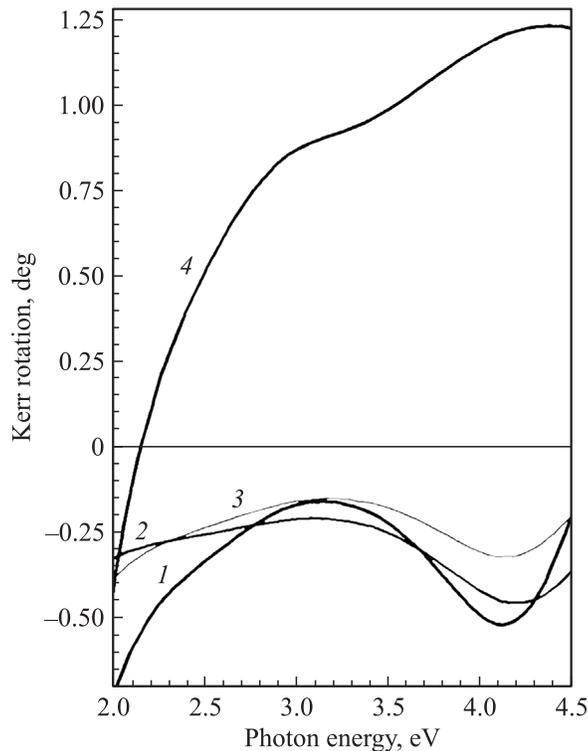
Эта формула обычно приводится в литературе при  $\varepsilon_1 = 1$  [17]. В предельном случае ультратонкой пленки ( $L \ll |k_\pm|^{-1}$ ) из (20), (21) находим

$$\theta_5 = \text{Re} \left( \frac{i g}{\varepsilon_1 - \varepsilon} \right). \quad (23)$$

Выражения для эллиптичности  $\eta$  отраженных волн в перечисленных ситуациях получаются заменой  $\text{Re}$  на  $\text{Im}$  в формулах (11), (19) и (21)–(23), что непосредственно следует из (7).

#### 4. Численный расчет и обсуждение

На рис. 2 представлены результаты численного расчета спектров угла керровского вращения (11) для изолированного эллипсоида  $\text{Co}$ , (19) для слоя эллипсоидов  $\text{Co}$ , (21) для сплошной пленки  $\text{Co}$  и (22) для



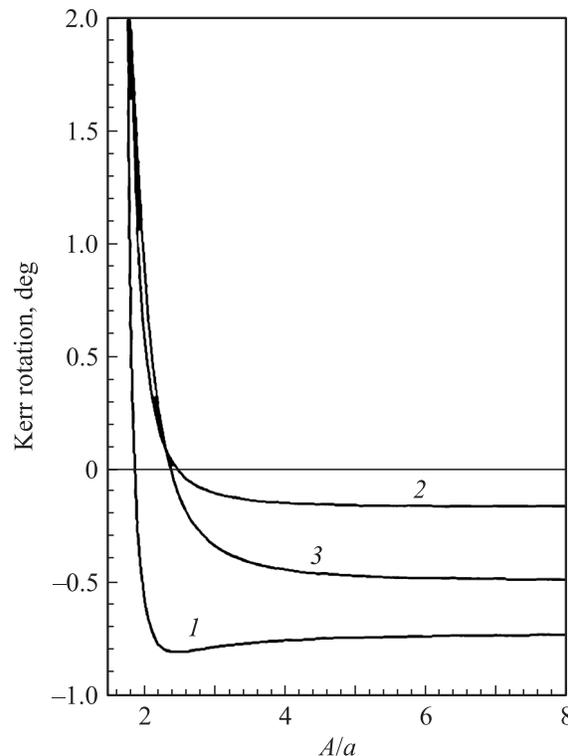
**Рис. 2.** Угол керровского вращения в зависимости от энергии фотонов для различных наноструктур Co, внедренных в диэлектрик CaF<sub>2</sub>. 1 — изолированный эллипсоид Co, 2 — полубесконечный Co, 3 — сплошная пленка Co толщиной  $L = 10$  nm, 4 — квадратная решетка эллипсоидов Co с  $b/a = 2.5$ ,  $a = 5$  nm и периодом  $A = 10$  nm. Вычисления проводились по формулам (11), (19), (21) и (22) с параметрами Co из [18,19] и CaF<sub>2</sub> из [19].

полубесконечного Co. Во всех случаях окружающей средой является диэлектрик CaF<sub>2</sub>. Спектральные зависимости величин  $\epsilon$  и  $g$  объемного Co взяты из [18,19], а величина  $\epsilon_1$  объемного CaF<sub>2</sub> — из [19]. Размеры эллипсоидов  $a$ ,  $b$  и толщина пленки  $L$  взяты меньше глубины скин-слоя  $c/(\omega \text{Im} \sqrt{\epsilon})$ , которая для Co при  $2 < \hbar\omega < 4.5$  eV превышает 20 nm. Из рис. 2 видно, что в широком спектральном диапазоне керровское вращение имеет один и тот же знак для изолированного эллипсоида (кривая 1), толстой (кривая 2) и тонкой (кривая 3) сплошных пленок Co. Для плоского слоя эллипсоидальных частиц Co большая часть спектра керровского вращения, представленного кривой 4, имеет иной знак, чем в трех указанных выше случаях.

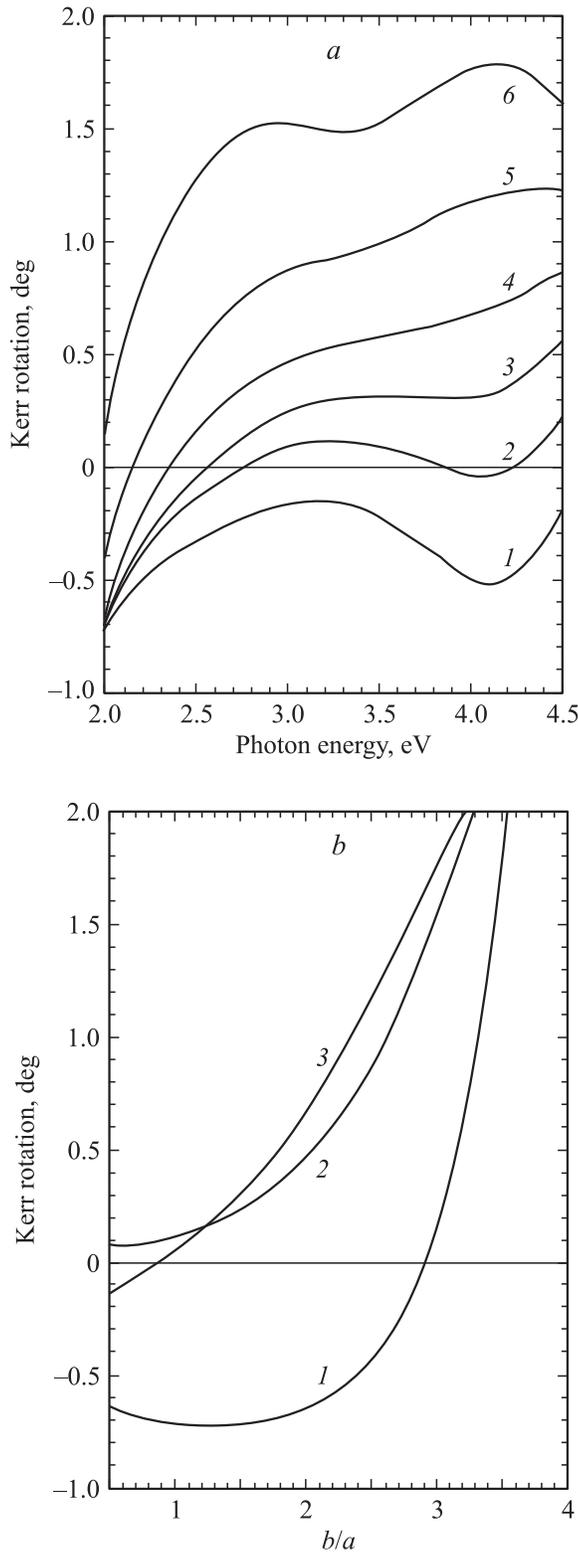
Согласно (19), спектр керровского вращения для слоя частиц зависит от периода решетки  $A$ , образованной частицами. Угол керровского вращения как функция расстояния между частицами  $A$  (концентрации частиц в слое) показан на рис. 3 при разных энергиях фотонов. Видно, что при  $A \gg a$ , когда диполь-дипольное взаимодействие между эллипсоидами с полуосями  $a \sim b$  слабое, проявляется керровское вращение, характерное

для отдельных эллипсоидов. При уменьшении периода решетки угол керровского вращения меняется, причем он приобретает иной знак вблизи  $A \approx 2a$ . Характер этого перехода в слое частиц (в частности, конкретное значение параметра  $A$ , при котором обращается знак эффекта Керра) зависит от энергии фотонов.

Условие  $A \approx 2a$ , при котором эффект Керра меняет знак (рис. 2 и 3), означает близость реальных частиц друг к другу и даже их касание. При этом дипольное приближение, предполагающее малость размеров частиц  $2a$  по сравнению с расстоянием между ними  $A$ , строго говоря, неприменимо. Действительно, если частицы соприкасаются, то поле диполя одной из них, действующее на соседнюю, сильно неоднородно, из-за чего становятся существенными мультипольные взаимодействия. Однако, согласно работам [6,7], это обстоятельство можно учесть феноменологически, используя уравнения связанных диполей (12), но относя их к дипольным моментам взаимопроникающих эффективных эллипсоидов. Принимая уравнение (17), мы обобщаем эту идею на магнитооптику частиц. По аналогии с расчетами для шаровых частиц [6,7] для учета мультипольных эффектов в слое эллипсоидов мы принимаем соотношение  $\pi a^2 = A^2$  между параметрами модели и из него определяем нижнюю границу отношения  $A/a = \sqrt{\pi}$  (рис. 3).



**Рис. 3.** Угол керровского вращения как функция отношения  $A/a$  для решетки эллипсоидов Co с  $b/a = 2.5$  в диэлектрике CaF<sub>2</sub>. Вычисления проводились по формуле (19) при энергиях фотонов  $\hbar\omega = 2$  (1), 3 (2) и 4 eV (3). Параметры Co и CaF<sub>2</sub> те же, что для рис. 2.



**Рис. 4.** Угол керровского вращения в зависимости от энергии фотонов для изолированного эллипсоида  $Co$  с  $b/a = 2.5$  в диэлектрике  $CaF_2$  (1) и для слоя эллипсоидов с  $A/a = 2$  при значениях параметра  $b/a = 0.75$  (2), 1.5 (3), 2 (4), 2.5 (5) и 3 (6) (a) и для слоя эллипсоидов  $Co$  в зависимости от отношения  $b/a$  при энергиях фотонов  $\hbar\omega = 2$  (1), 3 (2) и 4 eV (3) (b). Вычисления проводились при  $A = 10$  nm с теми же параметрами, что и в случае рис. 2.

Результаты, представленные на рис. 2 и 3, относятся к эллипсоидам вращения  $Co$ , вытянутым в направлении нормали к слою. Зависимость спектров керровского вращения от отношения полуосей  $b/a$  (т.е. от формы эллипсоидов) показана на рис. 4. Рис. 4, a указывает на следующую тенденцию, характерную для слоев ферромагнитных частиц. При  $b/a \ll 1$ , когда из формул (13) и (19) следует слабость эффекта локального поля в силу условия  $(b/a)(a/A)^3 \ll 1$ , керровское вращение во всем спектральном диапазоне 2–4.5 eV имеет знак, характерный для изолированного эллипсоида или пленки  $Co$ . При  $b \sim a$  угол керровского вращения может иметь разный знак в разных частях рассматриваемого спектрального диапазона. Наконец, при  $b/a \gg 1$  в широкой спектральной области наблюдается обращение знака керровского вращения по сравнению с его знаком для изолированного эллипсоида. Из рис. 4, b видно, что значение параметра  $b/a$ , при котором эффект Керра меняет знак, существенно разное при разных энергиях фотонов.

На магнитооптические спектры (рис. 2 и 4, a) влияет частотная дисперсия диэлектрической проницаемости ферромагнитного металла  $\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$ . Эта функция входит в множитель  $g/(\varepsilon_1 - \varepsilon)$ , общий для наблюдаемых величин (11), (19), (22), (23). Для  $Co$  в видимой части спектра функция  $\varepsilon'(\omega) < 0$  имеет друдевский вид [18–20], поэтому может возникнуть вопрос о возможной роли в магнитооптических эффектах локальных плазмонов, возбуждаемых в частицах ферромагнитного металла. Для изолированного эллипсоида спектр плазмонных резонансов определяется полюсами компонент поляризуемости (13), а его сдвиг за счет эффекта локального поля учитывается в эффективных поляризуемостях (15) и (18). Теоретически [21] плазмонные эффекты могли бы проявиться в магнитооптических эффектах, определяемых произведением  $E_x^r(E_y^r)^* \sim \chi_{xx}\chi_{yx}^*$  ортогональных компонент из (3), (5), которые на плазмонной частоте частиц  $Co$  описывают сильно демпфированные резонансы, так как для  $Co$   $\varepsilon'' \sim |\varepsilon'|$  [20]. Что касается наблюдаемых величин (7), которые определяются отношением  $E_y^r/E_x^r$ , то в них резонансные особенности ортогональных компонент в значительной степени погашают друг друга; поэтому плазмоны  $Co$  могли бы проявиться в спектре (19) только в меру значимости эффектов локального поля.

Итак, мы показали (рис. 2–4), что для слоев ферромагнитных частиц спектры угла керровского вращения качественно меняются при изменении локального поля вследствие увеличения концентрации частиц. Эффекты локального поля отчетливо проявляются в плотной системе ( $A \approx 2a$ ) вытянутых частиц ( $b/a \geq 1$ ). Хотя теория построена для безграничной квадратной решетки, можно ожидать, что качественно выводы будут справедливы для решеток другого типа, а также для неупорядоченных слоев и агрегатов магнитных частиц.

## 5. Заключение

Представлена теория полярного магнитооптического эффекта Керра в двумерном слое ферромагнитных частиц, помещенных в диэлектрик. В модели магнитных эллипсоидов, заполняющих квадратную решетку, рассмотрены эффекты локального поля, обусловленные отличием действующего поля от внешнего из-за наличия взаимодействующих диполей, индуцированных в частицах. Из анализа спектров керровского вращения отраженного света при нормальном падении сделан общий вывод, что при увеличении концентрации частиц в слое (уменьшении расстояния между ними) эффекты локального поля приводят к качественному изменению магнитооптических спектров. В частности, усиление эффекта локального поля при увеличении концентрации эллипсоидальных частиц  $Co$  в двумерном слое может служить причиной наблюдавшегося для системы  $Co/CaF_2$  изменения знака керровского вращения в широком (2–4.5 eV) спектральном диапазоне по сравнению с эффектом Керра в сплошных пленках  $Co$ . Таким образом, обращение знака керровского вращения связывается с фундаментальным механизмом электромагнитного взаимодействия частиц, который эффективен как в кристаллических, так и в неупорядоченных структурах.

Авторы благодарны Н.С. Соколову за полезные дискуссии.

## Список литературы

- [1] B. Kalska, J.J. Paggel, P. Fumagalli, M. Hilgendorff, M. Giersig. *J. Appl. Phys.* **92**, 7481 (2002).
- [2] Б.Б. Кричевцов, А.Г. Банщиков, С.В. Гастев, А.В. Нащекин, С.М. Сутурин, В.А. Кособукин, Н.С. Соколов, Т. Shimada. В сб.: Тр. XXI Междунар. конф. „Новое в магнетизме и магнитных материалах“. МГУ, М. (2009). С. 186.
- [3] *Topics Appl. Phys.* V. 82. Optical properties of nanostructured random media / Ed. V.M. Shalaev. Springer, Berlin (2002). P. 1.
- [4] C.-Y. You, S.-C. Shin, S.-Y. Kim. *Phys. Rev. B* **55**, 5953 (1997).
- [5] C. Clavero, G. Armelles, J. Margueritat, J. Gonzalo, M. Garcia del Muro, A. Labarta, X. Batlle. *Appl. Phys. Lett.* **90**, 182 506 (2007).
- [6] E.M. Purcell, C.R. Pennypacker. *Astrophys. J.* **186**, 705 (1973).
- [7] B.T. Drane. *Astrophys. J.* **333**, 848 (1988).
- [8] V.M. Shalaev. In: *Handbook of nanostructured materials and nanotechnology* / Ed. H.S. Nalwa. V. 4. Optical properties. Academic Press, N. Y. (2002). P. 393.
- [9] J. Kastel, M. Fleischhauser, G. Juzeliunas. *Phys. Rev. A* **76**, 062 509 (2007).
- [10] В.Л. Берковиц, А.Б. Гордеева, В.А. Кособукин. *ФТТ* **43**, 985 (2001); *Solid State Commun.* **119**, 647 (2001).
- [11] A.A. Maradudin, D.L. Mills. *Phys. Rev. B* **11**, 1392 (1975); *ibid.* V **12**, 2943 (1975).
- [12] В.А. Кособукин. *ФТТ* **36**, 3015 (1994).
- [13] Р. Аззам, Н. Башара. *Эллипсометрия и поляризованный свет.* Мир, М. (1981). 583 с.

- [14] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред.* Наука, М. (1982). 620 с.
- [15] C.F. Bohren, D.R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles.* Wiley, N. Y. (1983). 530 p.
- [16] В.А. Кособукин. *ФТТ* **48**, 2089 (2006).
- [17] V. Antonov, B. Harmon, A. Yareshko. *Electronic structure and magneto-optical properties of solids.* Kluwer, Dordrecht (2004). 528 p.
- [18] Г.С. Кринчик, В.А. Артемьев. *ЖЭТФ* **53**, 1901 (1967).
- [19] M.B. Stearns. In: Landolt–Börnstein. *Group III Condensed matter numerical data and functional relationships in science and technology.* (1986). V. 19a. P. 113.
- [20] P.B. Johnson, R.W. Christy. *Phys. Rev. B* **9**, 5056 (1974).
- [21] V.A. Kosobukin. *J. Magn. Magn. Mater.* **153**, 397 (1996); *ФТТ* **38**, 3461 (1996).