

©1995 г.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕТЕКАНИЯ ПРИ ЛАТЕРАЛЬНОМ ТРАНСПОРТЕ В ДВУХЪЯМНОЙ НАНОСТРУКТУРЕ

В.Ф.Елесин, О.А.Винокуров[†], В.Е.Кондрашов, А.И.Подливаев,
Б.Н.Шамраев[†]*

Московский инженерно-физический институт,
115409, Москва, Россия

* Научно-исследовательский институт импульсной техники

[†] Всероссийский научно-исследовательский институт
экспериментальной физики

(Получена 3 февраля 1994 г. Принята к печати 23 мая 1994 г.)

Рассмотрено влияние процессов шунтирования на управление латеральной проводимостью двухъямной наноструктуры. Найдена критическая длина образца, при превышении которой шунтирование становится определяющим.

Известно [1], что можно приложением сравнительно небольшого напряжения перевести (передислоцировать) электроны из одной квантовой ямы в другую, если соответствующим образом подобрать параметры двух ям и барьера между ними. Это дает принципиальную возможность управлять проводимостью вдоль квантовых ям, так называемой латеральной проводимостью.

Однако возникает опасность шунтирования ямы с меньшей проводимостью из-за перетекания тока через барьер в яму с большей проводимостью. Если шунтирование оказывается большим, то процесс управления латеральной проводимостью становится неэффективным. Поэтому представляется интересным исследовать процессы перетекания на примере двухъямной структуры. В общей постановке, учитывающей двумерный (трехмерный) характер движения электронов, процессы рассеяния и квантовой интерференции, распределение электрического поля и зарядов, задача исключительно сложна.

В настоящей работе рассматривается некоторая модель, строго учитывающая распределения поля и тока в двухъямной структуре, состоящей из 3 областей. При этом квантовые ямы моделируются областями 1 и 3 с проводимостью σ_1 и σ_3 (см. рис. 1), а барьер — областью 2 с $\sigma_2 \ll \sigma_1, \sigma_3$. Предполагается, что поле E_y , вызывающее ток вдоль квантовых ям, мало, так что ток через барьер можно аппроксимировать линейной зависимостью от компоненты этого поля E_x .

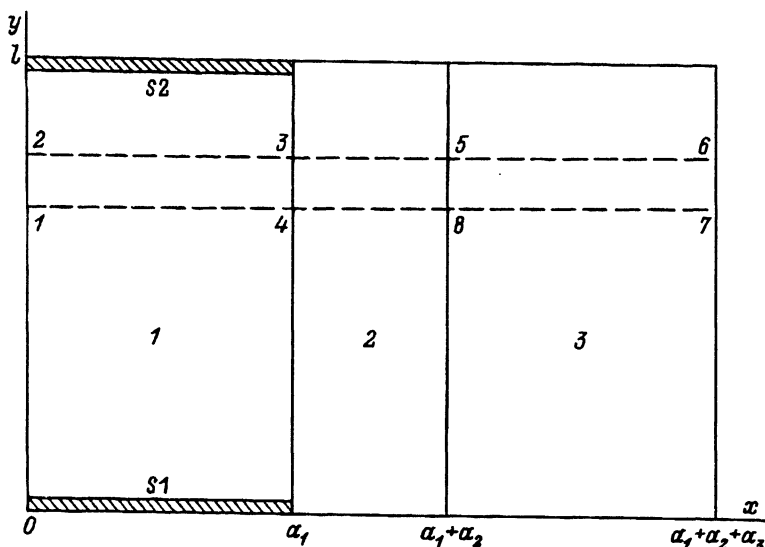


Рис. 1. Двухъямная наноструктура. Заштрихованные области — S_1 и S_2 подводящие контакты.

В работе показано, что существует некоторая критическая длина образца l_c , зависящая от параметров структуры. Для образцов с длиной $l < l_c$ процессы шунтирования малы, в то время как при $l > l_c$ они подавляют модуляцию латеральной проводимости. Численно и аналитически найдены длина l_c , коэффициенты модуляции (см. далее) для разных длин, распределение поля в структуре и сделаны оценки l_c для типичных значений параметров квантовых структур.

1. Постановка задачи и основные уравнения

На рис. 1 изображена рассматриваемая двухъямная структура. Ширина областей 1 и 3 принимается равной a_1 и a_3 , области 2 — a_2 , а их длина — l . Токковые контакты подведены к области 1 (при $y = 0$ и $y = l$), и приложено напряжение φ_0 . Ток вычисляется при различных длинах l , в областях 1 и 3 — для двух значений пар проводимостей ($\sigma_1 = \sigma_{\max}$, $\sigma_3 = \sigma_{\min}$) и ($\sigma_1 = \sigma_{\min}$, $\sigma_3 = \sigma_{\max}$), где σ_{\max} , σ_{\min} — некоторые фиксированные величины и $\sigma_{\max} \gg \sigma_{\min}$. Уравнения для тока j_i и потенциала $\varphi(x, y)$ в безразмерной форме для трех областей имеют следующий вид:

$$\operatorname{div} j_i = 0, \quad (1)$$

$$j_i = -\sigma_i \nabla \varphi. \quad (2)$$

Для численного определения потенциала φ в дальнейшем используется следующее уравнение, получаемое из системы (1), (2):

$$\partial^2 \varphi / \partial x^2 + \partial^2 \varphi / \partial y^2 = 0. \quad (3)$$

Граничные условия имеют следующий вид:

$$\sigma_1 \partial \varphi / \partial x \Big|_{x=a_1-0} = \sigma_2 \partial \varphi / \partial x \Big|_{x=a_1+0},$$

$$\sigma_2 \partial \varphi / \partial x \Big|_{x=a_1+a_2-0} = \sigma_3 \partial \varphi / \partial x \Big|_{x=a_1+a_2+0},$$

$$\varphi(x = a_1 - 0) = \varphi(x = a_1 + 0), \quad \varphi(x = a_1 + a_2 - 0) = \varphi(x = a_1 + a_2 + 0),$$

$$\partial \varphi / \partial \mathbf{n} \Big|_S = 0, \quad \varphi(0 < x < a_1, y = 0) = \varphi_0, \quad \varphi_1(0 < x < a_1, y = l) = 0, \quad (4)$$

где S — внешняя поверхность структуры, не включающая контакты, \mathbf{n} — нормаль к этой поверхности.

После нахождения решения системы (1), (2) вычислялись токи

$$I_i(0) = I_i(l) = \sigma_1 \int_0^{a_1} (\partial \varphi / \partial y) dx$$

(интегрирование ведется по площади контактов). Ток является функцией длины l , поперечных размеров a_1 , а также удельных сопротивлений ρ_1, ρ_2, ρ_3 , ($\rho_i = 1/\sigma_i$). Далее мы будем считать величины a_i, ρ_2 фиксированными и равными для численного решения (в безразмерных единицах) $\rho_2 = 1, a_1 = 10, a_2 = 2$, так что ток через систему есть функция трех переменных $I \equiv I(\rho_1, \rho_3, l)$.

Моделирование передислокации происходит следующим образом. Вначале вычисляется ток $I(\rho_1, \rho_3, l)$ при $\rho_1 = 10^{-4}, \rho_3 = 10^{-3}$ для фиксированного l , что соответствует преимущественному нахождению электронов в области 1. Затем вычисляем ток $I(\rho_3, \rho_1, l)$, полагаем $\rho_1 = 10^{-3}, \rho_3 = 10^{-4}$, тем самым моделируя передислокацию электронов во вторую яму. Важной характеристикой шунтирования системы является величина отношения токов

$$D(l) = I(\rho_1, \rho_3, l) / I(\rho_3, \rho_1, l), \quad (5)$$

которую в дальнейшем будем называть коэффициентом модуляции. Очевидно, что максимальное и минимальное значения коэффициента модуляции равны соответственно

$$D_{\max} = \rho_{\max} / \rho_{\min}, \quad D_{\min} = 1,$$

где ρ_{\max} (ρ_{\min}) — максимальное (минимальное) значение из ρ_1, ρ_3 .

2. Методика и результаты численного решения задачи

Вместо (3) решалось уравнение

$$\partial \varphi / \partial t = \partial^2 \varphi / \partial x^2 + \partial^2 \varphi / \partial y^2 \quad (6)$$

методом установления, когда производная $\partial \varphi / \partial t$ со временем стремится к нулю. Область решения разбивалась на некоторое количество непересекающихся областей так, чтобы в каждой можно было построить регулярную четырехугольную сетку. Влияние одной счетной области

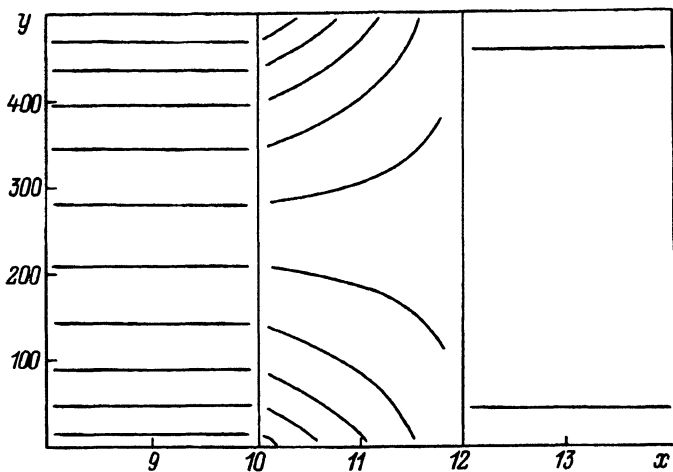


Рис. 2. Изолинии потенциала наноструктуры при $l = 500$, $\rho_1 = 10^{-3}$, $\rho_3 = 10^{-4}$.

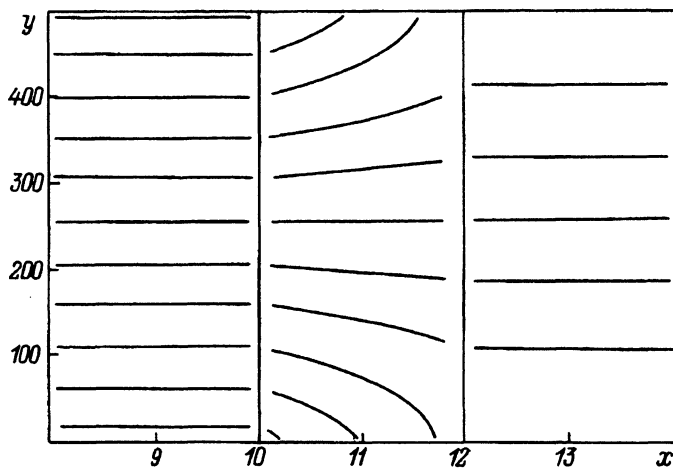


Рис. 3. Изолинии потенциала наноструктуры при $l = 500$, $\rho_1 = 10^{-4}$, $\rho_3 = 10^{-3}$.

на другую осуществляется посредством обмена граничными условиями [2]. В каждой области уравнение (6) решалось независимо по неявной итерационной разностной схеме на каждом шаге по времени. По данной методике были проведены расчеты для 9 значений l (20, 150, 300, 500, 1000, 2000, 4000, 8000, 12000). На рис. 2, 3 приведены изолинии потенциала поля для двух комбинаций ρ_1, ρ_3 $10^{-3}, 10^{-4}$ и $10^{-4}, 10^{-3}$ для длины $l = 500$, а на рис. 4, 5 изолинии приведены для $l = 2000$. Из рисунков хорошо виден процесс перетекания. Действительно, в области 2 изолинии искривлены так, чтобы вблизи $y = 0$ обеспечить ток из области 1 в 3, а вблизи $y = l$ — наоборот. Изолинии в областях 1 и 3 остаются на рисунках параллельными оси y . В действительности искривления существуют (по числовым выдачам), но они малы из-за высокой проводимости σ_1 и σ_3 .

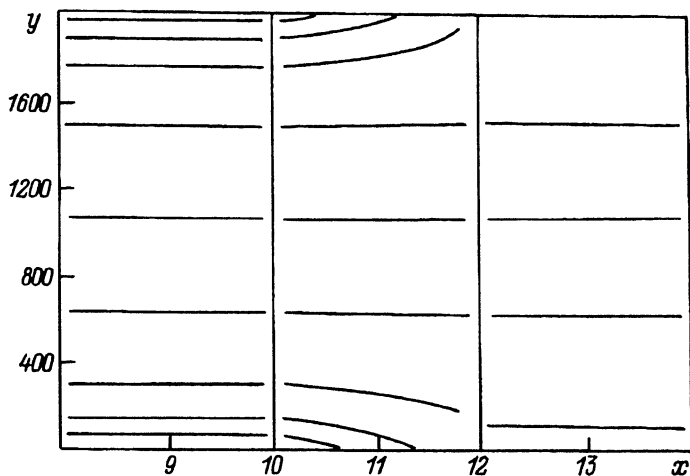


Рис. 4. Изолинии потенциала наноструктуры при $l = 2000$, $\rho_1 = 10^{-3}$, $\rho_2 = 10^{-4}$.

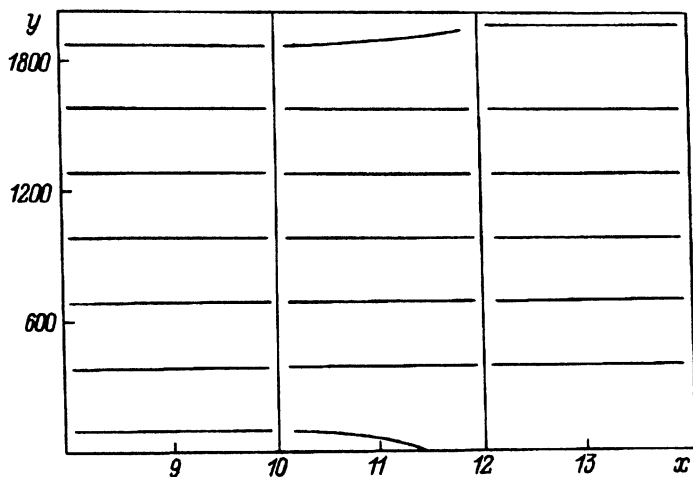


Рис. 5. Изолинии потенциала наноструктуры при $l = 2000$, $\rho_1 = 10^{-4}$, $\rho_2 = 10^{-3}$.

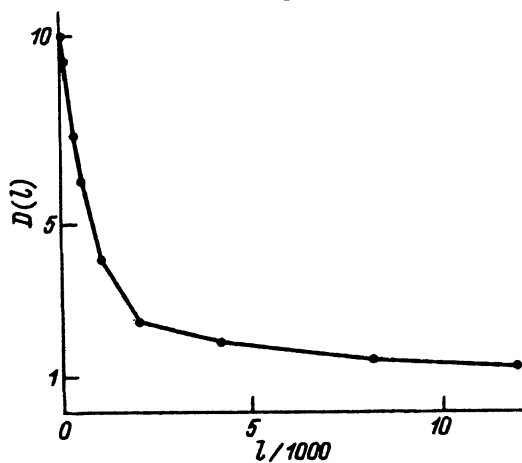


Рис. 6. Зависимость коэффициента модуляции D от длины образца l .

Видно существенное отличие поведения потенциала для $l = 500$ и $l = 2000$. В первом случае область перетекания тока распространяется почти на всю длину образца, в то время как во втором она локализуется у краев на длине порядка 200–300. Отсюда видно, что существует некоторая критическая длина l_c , такая, что для образцов размером $l > l_c$ роль шунтирования становится определяющей. Отметим также больший градиент потенциала вблизи контактов в области l в случае меньшей там проводимости (рис. 2, 4) по сравнению с обратной ситуацией (см. рис. 3, 5).

На рис. 6 представлена зависимость величины D от длины образца. При $l = 20$ величина $D = 10$, т. е. шунтирование отсутствует. Начиная примерно с $l = 100$, коэффициент D быстро падает (например, $D = 9.2$, $l = 150$) и стремится к единице при $l > 4 \cdot 10^3$. Если принять за критическую длину l_c величину, при которой $D(l_c) = 0.5D(0)$ уменьшается вдвое, то из рис. 6 находим $l \approx 600$, в согласии с размером области перетекания.

3. Приближенное аналитическое решение

В случае, когда для удельных сопротивлений ρ_1, ρ_2, ρ_3 выполняется сильное неравенство

$$\rho_2 \gg \rho_1, \quad \rho_2 \gg \rho_3, \quad (7)$$

система дифференциальных уравнений (1)–(2) может быть сведена к системе четырех обыкновенных дифференциальных уравнений 1 порядка для величин $I_1(y), I_2(y), U_1(y), U_2(y)$:

$$I_1(y) = \int_0^{a_1} j(x, y) dx, \quad I_3(y) = \int_{a_1+a_2}^{a_1+a_2+a_3} j(x, y) dx,$$

$$U_1(y) = \int_0^{a_1} \varphi(x, y) dx, \quad U_3(y) = \int_{a_1+a_2}^{a_1+a_2+a_3} \varphi(x, y) dx, \quad (8)$$

где $I_1(y), I_2(y)$ — полные токи, протекающие по 1 и 3 области через поперечное сечение с координатой y , а $U_1(y), U_2(y)$ — усредненные по этому же сечению потенциалы 1 и 3 области. Усредняя по y уравнения (2) и используя определение (8), получаем уравнения

$$a_1 dU_1/dy = -I_1 \rho_1, \quad (9)$$

$$a_1 dU_3/dy = -I_3 \rho_3. \quad (10)$$

Интегрируя уравнения (1), (2) по контурам $1-2-3-4$, $5-6-7-8$, $2-5-8-3$ в областях $1, 2, 3$, изображенных на рис. 1, и учитывая малость $(\rho_1 + \rho_3)/\rho_2$ (см. (7)), приходим еще к двум уравнениям:

$$dI_1/dy + dI_3/dy = 0, \quad (11)$$

$$a_2 \rho_2 dI_1/dy = U_3 - U_1. \quad (12)$$

Система уравнений (9)–(12) аналогична по своей структуре стационарным уравнениям, описывающим ток и потенциал двухпроводной линии [3] с тем отличием, что в [3] потенциал одной из линий считался постоянной величиной.

Граничные условия (4) трансформируются для данной системы в следующие:

$$\begin{aligned} I_3(0) &= I_3(l) = 0, \\ U(0) &= U_0; \quad U(l) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Решение системы (9)–(13) позволяет найти следующее выражение для тока I в области 1:

$$I_1(z) = U_0 a_1 (\rho_1 + \rho_3) / [l \rho_1 \rho_3 (1 + f(z) \rho_1 / \rho_3)], \quad (14)$$

$$f(z) = \text{th}(z)/z, \quad z = l/2\lambda, \quad (15)$$

$$\lambda = [a_1 a_2 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_3)]^{1/2}. \quad (16)$$

Используя (14), коэффициент модуляции D (см. (5)) можно представить в виде

$$D(z) = \left[1 + \frac{\rho_1}{\rho_3} f(z) \right] \left[1 + \frac{\rho_3}{\rho_1} f(z) \right]^{-1}. \quad (17)$$

Для малых длин, когда $z \ll 1$, из (15) и (17) находим

$$f(z) \approx 1 - z^2/2, \quad D \approx \rho_1/\rho_3 = D_{\max}, \quad (18)$$

так что эффект шунтирования отсутствует. Для больших длин $z \gg 1$ имеем

$$\begin{aligned} f(z) &\approx [1 - 2 \exp(-2z)]/z, \\ D &\approx 1 + (\rho_1/\rho_3) 2\lambda/l, \end{aligned} \quad (19)$$

т.е. величина D с ростом l падает и стремится к единице при $l \gg \gg 2\lambda\rho_1/\rho_2$. Критическое значение l_c , определенное из условия $D(l_c) = = 0.5D(0)$, равно

$$l_c = 2\lambda(\rho_1/\rho_3 - 1/2)/(\rho_1/2\rho_3 - 1). \quad (20)$$

Видно, что формула (17) описывает поведение, качественно аналогичное поведению $D(l)$ на рис. 6. Сравним их более детально. Для используемых в работе параметров $a_1 = a_3 = 10$, $a_2 = 2$, $\rho_2 = 1$, $\rho_1, \rho_3 = 10^{-4}, 10^{-3}$ характерная длина λ оказывается равной 135. Тогда из (20) находим l_c равным 630, в согласии с результатами разд. 2. При $l = 20$ $z \ll 1$ имеем $D \approx 10$, а при $l = 150$ $D = 9.2$, т.е. также хорошее совпадение. Для $l = 500, 1000, 2000$ аналитическая зависимость несколько отличается от зависимости на рис. 6 (примерно на 10%) и затем снова приближается к найденной численно.

Заклучение

Таким образом, можно считать доказанным существование минимальной длины образца, выше которой начинается шунтирование и падение коэффициента модуляции. Так как вычисления были сделаны в безразмерных переменных, то с помощью формулы (20) можно оценить l_c для любого набора параметров. В частности, полагая $a_3 = a_1 = 50$ нм, $a_2 = 50$ нм, $\rho_2/\rho_1 = 1000$, $\rho_1/\rho_3 = 10$ (что соответствует параметрам GaAs с концентрацией носителей $10^{17} - 10^{18}$ см $^{-3}$), получаем $\lambda \approx 4 \cdot 10^{-5}$ см, $l_c = 2 \cdot 10^{-4}$ см.

Обсудим подробнее соответствие между рассмотренной моделью (уравнения (9)–(13)) и двухъямной квантовой структурой. Уравнения (9) и (10), описывающие ток вдоль квантовых ям, справедливы (по крайней мере качественно), если длины l превосходят длину свободного пробега или если времена измерения больше времен релаксации по импульсу. Учитывая слабую зависимость потенциала φ от y в I и III областях, (9) (и (10)) можно представить в виде

$$I_i(y) = \frac{\partial U_i}{\partial y} a_i \int_0^{a_1} \sigma_i(x) dx.$$

Тогда ток определяется полной концентрацией носителей в яме.

Уравнение (11) является следствием уравнения непрерывности (1) и может быть обобщено на нестационарный случай. Наконец, уравнение (12), описывающее ток через барьер, всегда справедливо при малом напряжении ($U_3 - U_1$). Если воспользоваться связью $dI_1/dy = j_x^{(2)}(a_1)$ (получаемой из (1)) и выражением тока через барьер (см., например, [4]), то параметр ρ_2 можно выразить через коэффициент прохождения барьера T :

$$\rho_2^{-1} = F\{T\},$$

где F — некоторый функционал, зависящий от конкретных условий задачи. Таким образом, система (9)–(13) справедлива для описания двухъямной структуры в квазистационарном режиме.

Авторы выражают глубокую признательность Ю.В. Копаеву за плодотворное обсуждение постановки задачи и результатов работы.

Работа выполнялась в рамках проекта по программе «Физика твердотельных наноструктур» (Министерство науки РФ).

Список литературы

- [1] А.А. Горбацевич, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев. Письма ЖЭТФ, **57**, 565 (1993).
- [2] В.Л. Загускин, В.Е. Коендрашов. ДАН СССР, **163**, 1107 (1965).
- [3] А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики (М., 1953).
- [4] P. Johansson, G. Wendin. Phys. Rev. B, **46**, 1451 (1992).

Редактор В.В. Чалдышев