ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО РАССЕЯНИЯ НА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТОНКОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ПЛЕНКИ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Е.Е.Нариманов

Московский физико-технический институт
141700, Долгопрудный, Россия
(Получена 22 апреля 1994 г. Принята к печати 8 июня 1994 г.)

Вычислена проводимость тонкой полупроводниковой пленки $\sigma(H)$ в перпендикулярном поверхности квантующем магнитном поле H. Показано, что изучение зависимости $\sigma(H)$ можно использовать для определения высоты шероховатостей и среднего размера плоского участка поверхности.

Хорошо известно, что в ограниченных системах существенное влияние рассеяния электронов границей раздела на явления переноса приводит к резкому изменению зависимости кинетических коэффициентов от магнитного поля [1–4]. Поэтому исследования гальваномагнитных явлений в пленках могут быть положены в основу метода изучения свойств рассеяния носителей заряда на поверхности. Естественно, что для получения наиболее полной информации о границе раздела по измерениям кинетических коэффициентов необходимо выполнение условия $d \ll l_\perp$ (d — толщина пленки, $l_\perp$ — длина свободного пробега по отношению к объемным механизмам рассеяния в направлении, перпендикулярном поверхности), поскольку в этом случае носители заряда рассеиваются в основном на границе раздела. При этом наиболее удобной является ориентация магнитного поля перпендикулярно поверхности, поскольку в противном случае $l_\perp \simeq l_0/(1+\Omega^2\tau_0^2)$ [5] (l_0, τ_0 — соответственно длина свободного пробега и время релаксации носителей заряда в отсутствие магнитного поля, $\Omega = eH/mc$ — ларморовская частота), и в сильных полях неравенство $d \ll l_\perp$ может быть нарушено.

Как правило, явления переноса в тонких пленках исследуются с помощью уравнения Больцмана, где поверхностное рассеяние учитывается с помощью налагаемых на функцию распределения граничных условий [6]. При этом входящие в граничное условие параметры, определяющие долю диффузно рассеянных электронов, могут быть теоретически рассчитаны исходя из микроскопических характеристик границы раздела [7] или определены в независимом эксперименте [8,9]. Такое рассмотрение является корректным, если $v_e/\Omega \geqslant d$ (здесь v_e — скорость электрона), т.е. между последовательными столкновениями с поверхностью магнитное поле лишь слегка искажает траекторию носителей заряда, и их движение может быть описано квазиклассически. Однако если $v_e/\Omega \leqslant d$, то подобное рассмотрение не является адекватным [10]. Особенно существенным последнее обстоятельство становится в квантующем магнитном поле $\hbar\Omega \gg kT$, когда квазиклассическое описание оказывается невозможным [11,12].

В настоящей работе исследуются гальваномагнитные явления в пленках в квантующем магнитном поле $\hbar\Omega \gg kT$, $\Omega\tau_0 \gg 1$, $d\Omega/v_e \gg 1$ в условиях, когда выполнено сильное неравенство $d \ll l_0$. Предполагается, что магнитное поле $H \parallel z$ перпендикулярно поверхностям образца, фиксированным плоскостями $z = \pm d$.

В представлении Ландау соответствующие ограниченному образцу волновые функции и энергия электронов в электрическом поле $\mathbf{E}$ имеют вид

$$\Psi_{n,p_z,p_y} = \chi_{p_z}(z)\exp(ip_y y/\hbar)\Phi_n\left(\frac{x-x_0}{a_H}\right), \tag{1}$$

$$\varepsilon^E_{n,p_z,p_y} = \varepsilon_{n,p_z} - eE_x x_0 - mc^2E_x^2/(2H^2),$$

$$\varepsilon_{n,p_z} = \hbar\Omega(n+1/2) + p_z^2/2m,$$

где

$$x_0 = a_H^2 p_y/\hbar - mc^2E_x/(eH^2),$$

$a_H = (\hbar c/eH)^{1/2}$ — магнитная длина, $\Phi_n(t)$ — нормированная функция гармонического осциллятора, а функция $\chi(z)$ определена в [13]. В наиболее простом случае прямоугольного потенциального барьера высотой V_0 на поверхности

$$\chi_{p_z}(z) = \begin{cases} d^{-1/2}\cos(-p_z d/\hbar + \varphi_p)\exp[\kappa(d+z)], & z < -d, \\ d^{-1/2}\cos(p_z z/\hbar + \varphi_p), & |z| < d, \\ d^{-1/2}\cos(p_z d/\hbar + \varphi_p)\exp[\kappa(d-z)], & z > d, \end{cases}$$

где

$$\kappa = \hbar^{-1}(2mV_0 - p_z^2)^{-1/2}, \quad \varphi_p = \begin{cases} \pi/2, & p_z > 0, \\ 0, & p_z < 0. \end{cases}$$

Рассеивающий потенциал $V(\mathbf{r}) = V_{\text{bulk}}(\mathbf{r}) + V_{\text{sur}}(\mathbf{r})$, где первое слагаемое соответствует рассеянию в объеме образца, а второе — взаимодействию с границей раздела. Тогда полный ток в пленке может быть записан в виде [14]

$$J = -e\sum\Big\{W_{kk'}f_k(1-f_{k'}) - W_{k'k}f_{k'}(1-f_k)\Big\}, \tag{2}$$

где $\mathbf{k} \equiv (n, p_z, x_0)$, $\mathbf{k}' \equiv (n', p'_z, x'_0)$; суммирование ведется по состояниям n, n' при $x'_0 > 0$ и p_z, p'_z при $x_0 < 0$. $f_k = f^0(\varepsilon^E_{n,p_z,x_y})$ — равновесная фермиевская функция распределения носителей заряда,

$W_{kk'} = (W^b)kk' + (W^s)_{kk'}$ — полная вероятность перехода из состояния k в состояние k' в результате рассеяния в объеме (слагаемое W^b) и на поверхности (слагаемое W^s); в первом борновском приближении

$$(W^b)_{kk'} = (2\pi/\hbar)\left|\langle k|V_{\rm bulk}|k'\rangle\right|^2 \delta(\varepsilon_k - \varepsilon_{k'}),$$

$$(W^s)_{kk'} = (2\pi/\hbar)\left|\langle k|V_{\rm sur}|k'\rangle\right|^2 \delta(\varepsilon_k - \varepsilon_{k'}).$$

Раскладывая (2) по электрическому полю, для проводимости получим

$$\sigma^{\Sigma}_{xx} = (\sigma^b_{xx}) + (\sigma^s_{xx}). \tag{3}$$

Здесь σ^b_{xx} описывает влияние рассеяния носителей заряда в объеме образца [14], а σ^s_{xx} — взаимодействие с границей раздела

$$\sigma^s_{xx} = e^2 \frac{2\pi a_H^2 S}{(2\pi\hbar)^3} \sum_{n,n'} \int dp_z \int dp'_z \int dq_x \int dq_y q_y^2 I^2_{nn'}(a_H q) \times$$

$$\times \left|\langle p_z|V^q_s|p'_z\rangle\right|^2 \delta\left[p_z^2/2m + p_z'^2/2m + \hbar\Omega(n - n')\right](-\partial f^0/\partial\varepsilon),$$

где $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$, $q = (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}$, S — площадь поверхности пленки,

$$I_{nn'}(x) = \left\{\frac{[\min(n,n')]!}{[\max(n,n')]!}\right\}^{1/2} x^{|n-n'|} L^{|n-n'|}_{\max(n,n')}(x^2),$$

$$V^q_s(z) = \frac{1}{(2\pi)^2 S} \int V_{\rm sur}(x,y,z) \exp[i(q_x x + q_y y)] dx dy$$

$L^n_m(x)$ — полином Лагерра. Заметим, что (3) справедливо при $\Omega\tau_0 \gg 1$ вне зависимости от соотношения между l и d. Если $d/l \ll 1$, то $\sigma^b_{xx} \ll \sigma^s_{xx}$ и $\sigma^{\Sigma}_{xx} \simeq \sigma^s_{xx}$.

В модели прямоугольного потенциального барьера высотой V_0 на границе раздела рассеивающий потенциал шероховатостей можно записать в виде

$$V_s(\rho, \Delta z) = V_0 \left\{\theta[\Delta z - h(\rho)] - \theta(\Delta z)\right\}, \tag{4}$$

где $\theta(X)$ — функция Хевисайда, $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$, а координата Δz отсчитывается от границы раздела. В [13] показано, что если амплитуда шероховатостей h меньше де-Бройлевской длины волны электрона λ, то можно ограничиться линейным членом в разложении V_s в ряд по степеням $h(\boldsymbol{\rho})$:

$$V_s(\boldsymbol{\rho}, \Delta z) = -V_0 h(\boldsymbol{\rho}) \delta(\Delta z). \tag{5}$$

Отметим, что условие $h \ll \lambda$ не налагает слишком жестких ограничений на качество поверхности образца. Так, для полупроводниковых пленок при гелиевых температурах $\lambda \geqslant 10^{-5}$ см, в то время как средняя высота шероховатостей h, согласно [15,16], может быть меньше 10^{-6} см. Тогда

$$\left|\langle p_z|V_s^q(z)|p'_z\rangle\right|^2 = p_z^2 p_z'^2 (h^2/d^2)\xi(q)/S(2m)^2, \tag{6}$$

где $\xi(q)$ — фурье-образ корреляционной функции шероховатостей $\xi(\delta\boldsymbol{\rho}) = (1/h^2)\langle h(\boldsymbol{\rho}+\delta\boldsymbol{\rho})h(\boldsymbol{\rho})\rangle$, $h^2 = \langle h^2(\boldsymbol{\rho})\rangle$, а скобки $\langle\rangle$ здесь означают усреднение по всей поверхности образца. Для гауссовской функции распределения высот шероховатостей

$$\xi(\mathbf{q}) = (L^2/4\pi)\exp(-q^2L^2/4),$$

где корреляционный радиус L имеет смысл средней длины плоского участка поверхности. Тогда

$$\sigma_{xx} = (\pi/2)\frac{mh^2e^2}{d(2\pi\hbar)^3}\sum_{n,n'} g_{nn'}(L^2/a_H^2)\times$$

$$\times\int\limits_{\hbar\Omega/2}^{\infty} d\varepsilon(-\partial f^0/\partial\varepsilon)\Big[\varepsilon-\hbar\Omega(n+1/2)\Big]^{1/2}\Big[\varepsilon-\hbar\Omega(n'+1/2)\Big]^{1/2}, \tag{7}$$

где

$$g_{nn'}(x) = -\frac{(M-m)!}{M!}x\frac{d}{dx}\times$$

$$\times\left\{\frac{x^{2M}}{(x+1)^{2M+m+1}}F\left[-M,-M,(-2M-m);(1-1/x^2)\right]\right\},$$

$M = \max(n',n)$, $m = |n-n'|$, $F(m,n,k;x)$ — гипергеометрическая функция. Отметим, что (7) справедливо для любой степени вырождения носителей заряда.

Для невырожденных электронов при $\hbar\Omega \gg kT$

$$\sigma_{xx} = (\pi/2)^{3/2}\frac{(mkT)^{1/2}h^2}{8\hbar d}\,\frac{ne^2(1/\Omega)}{m}\,\frac{L^2a_H^2}{(L^2+a_H^2)^2}\sim$$

$$\sim\begin{cases}\text{const}, & H < H_0,\\ 1/H, & H > H_0,\end{cases} \tag{8}$$

где $H_0 = \hbar c/eL$. Если размер плоского участка поверхности $L = 100$ Å, то $H_0 = 1$ Тл.

Полученный результат имеет ясный физический смысл. При рассеянии на поверхности передаваемый ей импульс, а следовательно, и проводимость тонкой пленки определяются диффузностью рассеяния. Зеркальное отражение не влияет на кинетические коэффициенты [5]. В квантующем магнитном поле, перпендикулярном поверхности, рассеяние электрона на границе раздела определяется свойствами поверхности на расстоянии порядка магнитной длины a_H. Поэтому если $a_H/L \ll 1$ (где L — средняя длина плоского участка поверхности), то рассеяние носителей заряда будет близким к зеркальному, что и объясняет появление в этом предельном случае множителя $(a_H/L)^2 \sim 1/H$.

Таким образом, изучение зависимости проводимости тонкой полупроводниковой пленки от магнитного поля в квантовом пределе ($\hbar\Omega \gg kT$) может быть использовано для определения амплитуды шероховатостей и средней длины плоского участка поверхности.

Автор выражает благодарность В.А.Козлову и К.А.Сахарову за обсуждение результатов работы.

Список литературы

[1] E.H. Sondheimer. Phys. Rev., **80**, 401 (1950).
[2] В.Г. Полников, В.Я. Рябошапко. ЖЭТФ, **67**, 712 (1974).
[3] О.В. Кириченко, В.Г. Песчанский, С.Н. Савельева. Письма ЖЭТФ, **25**, 187 (1977).
[4] B.M. Askerov, B.I. Kuliev, S.R. Figarova. Phys. St. Sol. (b), **121**, 1 (1984).
[5] Дж. Займан. *Электроны и фононы* (М., Мир, 1962).
[6] K. Fuch. Proc. Camb. Phil. Soc., **34**, 100 (1938).
[7] L.A. Falkovsky. Adv. Phys., **32**, 753 (1983).
[8] В.П. Альперович, В.И. Белиничер, В.Н. Новиков, А.С. Терехов. ЖЭТФ, **80**, 2298 (1989).
[9] И.Ф. Свекло, В.С. Цой. Письма ЖЭТФ, **49**, 290 (1989).
[10] В.Ф. Гантмахер, И.Б. Левинсов. *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках* (М., Наука, 1984).
[11] Б.М. Аскеров. *Электронные явления переноса в полупроводниках* (М., 1985).
[12] П.С. Зырянов, М.И. Клингер. *Квантовая теория явлений электронного переноса в кристаллических полупроводниках* (М., Наука, 1976).
[13] В.И. Окулов, В.В. Устинов. ФНТ, **5**, 213 (1979).
[14] E.N. Adams, T.D. Holstein. J. Phys. Chem. Sol., **10**, 254 (1959).
[15] Ю.П. Гайдуков, Н.П. Данилова, Р.Ш. Георгиус-Манкариус. ЖЭТФ, **73**, 1967 (1977).
[16] В.С. Цой, Н.П. Цой. ЖЭТФ, **73**, 289 (1977).

Редактор Т.А. Полянская

Influence of the surface scattering on the thin semiconductor film conductivity in a high magnetic field in quantum limit

E.E. Narimanov

Moscow Physico-Technical Institute, 141700, Dolgoprudny, Russia

The thin film conductivity in a high magnetic field $\sigma(H)$ perpendicular to the surface is calculated. It is shown that the investigation of $\sigma(H)$ can be used when finding the roughness degree and the average length of the flat region on the surface.