

©1995 г.

ДИНАМИКА И РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ

А.Л.Санин, Ю.Л.Ермолаев

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251, Санкт-Петербург, Россия
(Получена 22 марта 1994 г. Принята к печати 6 декабря 1994 г.)

На основе моментов уравнения Больцмана проведен анализ электронного отклика в GaAs n -типа с пространственно-периодической модуляцией плотности доноров. При определенном соотношении периодов модуляции и собственных колебаний электронного газа возможны интенсивные пространственные резонансы в колебаниях плотности электронов. Выполнены численные расчеты силы трения при различных механизмах рассеяния и их совместном действии на резонансы. При пороговых условиях доминирует механизм сильного рассеяния на продольных оптических фононах. Если в течение части периода модуляции действует механизм сильного рассеяния, то происходит ограничение амплитуды колебаний. Нелинейная динамика электрона характеризуется генерацией субгармоник и высших гармоник. Функциональные зависимости электронной плотности и других переменных колебательного движения от координаты, а также фурье-спектры процессов представлены в виде графиков.

Введение

Транспорт баллистических электронов в полупроводнике с пространственно-периодической модуляцией плотности доноров может носить резонансный характер — так называемые «пространственные резонансы» в неоднородном полупроводнике [1]. Они имеют место также при модуляции плотности типа «белого шума» [2]. Исследования динамики электронов в таком объекте выполнены в работах [1,2] на основе простых моделей рассеяния импульса электронов. Одна из них — это модель рассеяния электронов с постоянным временем релаксации. В другой предполагается, что время релаксации изменяется скачком при определенной пороговой энергии электрона. Эти модели становятся недостаточными для описания пространственных резонансов, если зависимость времени релаксации импульса от энергии существенно влияет на динамику электронов.

В данной работе рассматриваются более сложные модели рассеяния, чем в [1,2]. В частности, учтено рассеяние на фононах и на ионизованных донорах, а также пороговый механизм сильного рассеяния электронов на продольных оптических фононах. Кроме того, представлены результаты как качественного, так и численного анализа нелинейных колебаний и резонансов при более сложных моделях рассеяния. Детальное изучение динамических свойств таких систем необходимо в связи с проблемами самоорганизации и управления электронными потоками в полупроводниках.

1. Транспортные уравнения

Рассмотрим образец, в котором транспорт баллистических электронов происходит в области $0 \leq x \leq L$. Поток холодных электронов инжектируется в эту область через плоскость $x = 0$. В этой плоскости электронный поток характеризуется плотностью n_b и скоростью направленного движения v_b . В области $x > 0$ эти переменные равны n , v . Динамику электронных потоков рассмотрим в приближении холодных электронов. Это означает, что тепловая скорость v_T и электронная температура T малы. Кроме того, возможное возрастание электронной температуры на транспортной длине L также игнорируется. Функция распределения электронов по скоростям аппроксимируется δ -функцией.

Для одномерного транспорта переменные n , v зависят от одной координаты x . Если временные производные $\partial n/\partial t$ и $\partial v/\partial t$ равны нулю, то процессы являются стационарными. Гидродинамические уравнения в виде первых двух моментов уравнения Больцмана широко применяются для анализа транспорта баллистических электронов [3-5]. Следуя [6], транспортные гидродинамические уравнения можно представить в виде

$$\frac{d}{dx}(nv) = 0, \quad (1)$$

$$v \frac{dv}{dx} = -\frac{e}{m} E + \frac{1}{m} \mathcal{R}. \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) приняты обозначения: E — напряженность электрического поля, $-e$, m — заряд и эффективная масса электрона, \mathcal{R} — средняя сила трения, приходящаяся на один электрон. Величина \mathcal{R} может быть определена как

$$\mathcal{R} = \frac{1}{n} \int \frac{m(-u_x)}{\tau_p(\varepsilon)} f(\mathbf{u}) d\mathbf{u}. \quad (3)$$

Здесь $f(\mathbf{u})$ — функция распределения электронов по скоростям, u_x , u_y , u_z — компоненты скорости отдельного электрона, $d\mathbf{u} = du_x du_y du_z$ — элемент объема в пространстве скоростей. При малой дисперсии для $f(\mathbf{u})$ принимаем определение в виде

$$f(\mathbf{u}) = n \delta(u_x - v) \delta u_y \delta u_z. \quad (4)$$

Величина $\tau_p(\varepsilon)$ характеризует время релаксации импульса. Она зависит от энергии электрона $\varepsilon = m(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)/2$.

Систему уравнений (1)–(2) рассматриваем совместно с уравнением Максвелла для электронного поля

$$\kappa dE/dx = -4\pi e(n - n_d), \quad n_d = n_d^0 + n_d^{(1)}(x), \quad (5)$$

где n_d — плотность доноров, которая имеет однородную компоненту n_d^0 и добавку $n_d^{(1)}(x)$, зависящую от координаты. При гармонической добавке вида $n_d^{(1)}(x) = n_d^{(1)} \cos k_0 x$ величины $n_d^{(1)}$, $2\pi/k_0$ определяют амплитуду и период пространственной модуляции доноров.

Интегрирование уравнения (1) приводит к алгебраическому равенству $nv = n_b v_b$. Учитывая это соотношение, можно перейти от размерных величин $n, v, v_T, E, x, L, d/dx$ к нормированным $N, V, V_T, E, \zeta, \zeta_L, d/d\zeta$. Для этого используем соотношения

$$N = n/n_b, \quad V = v/v_b, \quad V_T = v_T/v_b,$$

$$E = E/E_\delta, \quad \xi = k_p x, \quad \xi_L = k_p L, \quad d/d\xi = k_p^{-1} d/dx,$$

при этом

$$E_\delta = 4\pi e n_b / \kappa k_p, \quad k_p = \omega_p / v_b, \quad \omega_p = (4\pi e^2 n_b / \kappa m)^{1/2},$$

где ω_p — плазменная частота при $n = n_b$, а плазменный масштаб определяется как $\lambda_p = 2\pi/k_p$. Нормированная температура электронов $T = k_B T / m v_b^2$, k_B — постоянная Больцмана.

Величина \mathcal{R}/m имеет размерность ускорения и преобразуется к нормированной величине $\eta\mathcal{R}$ при помощи соотношения

$$\eta\mathcal{R} = -\mathcal{R}/m k_p v_b^2.$$

Знак «-» вводится для удобства и учитывается в последующих соотношениях. В результате уравнения (1), (2), (5) преобразуются к виду

$$NV = 1, \quad (6)$$

$$V \frac{dV}{d\zeta} = -\tilde{E} - \eta\mathcal{R}, \quad (7)$$

$$\frac{d\tilde{E}}{d\zeta} = -N + N_d, \quad N_d = \gamma(1 + h \cos r\zeta). \quad (8)$$

В уравнении (8)

$$\gamma = n_d^0/n_b, \quad h = n_d^{(1)}/n_d^{(0)}, \quad r = k_0/k_p.$$

Для слабых неоднородностей $h \ll 1$; при $r = 1$ период модуляции и $2\pi/k_p$ плазменный масштаб λ_p равны. Уравнение (7) — классическое; условие игнорирования квантовых эффектов можно сформулировать как

$$[\hbar\omega_p / (m v_b^2 / 2)]^2 \ll 48.$$

Это условие следует из уравнений квантовой гидродинамики, которые представляют собой моменты уравнения Вигнера–Больцмана [7,8]. Граничные условия для N , V и \tilde{E} в плоскости $\zeta = 0$ имеют вид $N = 1$, $V = 1$, $\tilde{E} = \tilde{E}_b$. Далее приведен анализ решений системы уравнений (6)–(8) при заданных граничных условиях для режимов движения с $V > 0$. Для изучения свойств решений необходимо, чтобы длины реализаций фурье-спектров, т.е. максимальные значения ζ , были много больше $2\pi/r$, т.е. больше или равны ζ_L .

2. Пространственные резонансы

Динамические свойства электронного потока являются взаимосогласованными, и переменные N , V , \tilde{E} зависят друг от друга. Исключая N , \tilde{E} из уравнений (6)–(8), можно получить уравнение для скорости V :

$$V^2 \frac{d^2 V}{d\zeta^2} + V \left(\frac{dV}{d\zeta} \right)^2 + V \frac{d\eta\kappa}{dV} \frac{dV}{d\zeta} + \gamma V = 1 - \gamma h V \cos r\zeta. \quad (9)$$

Это неавтономное уравнение 2 порядка. Неавтономный член $-\gamma h V \cos r\zeta$ зависит от координаты ζ и определяет воздействие гармонической модуляции плотности доноров на движение электронов. Первые три члена в левой части (9) являются нелинейными. Производная $d\eta\kappa/dV$ характеризует диссипацию энергии электронного потока, ее величина и знак зависят от V . Уравнение (9) описывает неоднородную динамику и имеет различные решения, которые отражают резонансные явления, процессы синхронизации и биений, мелкомасштабные колебания. Интенсивность резонансного механизма зависит от амплитуды воздействия h , диссипации энергии и других параметров.

При $h = 0$ уравнение (9) переходит в автономное. В зависимости от выбора параметров и от величины $d\eta\kappa/dV$ решения автономного уравнения различаются по свойствам. Это решения для колебаний без затухания или с затуханием, а также для аperiodических процессов. В аperiodическом процессе исходное возмущение релаксирует к равновесию. Наряду с решениями, зависящими от координаты, возможны однородные решения.

Если $h = 0$ и $dV/d\zeta = dN/d\zeta = 0$, то уравнения (6)–(8) упрощаются и переходят в алгебраические или трансцендентные. Переменные N , V , \tilde{E} , удовлетворяющие таким упрощенным уравнениям, обозначим N_{eq} , V_{eq} , \tilde{E}_{eq} , которые определяются как

$$N_{eq} = \gamma, \quad V_{eq} = \gamma^{-1}, \quad \tilde{E}_{eq} = -\eta\kappa(V_{eq}). \quad (10)$$

Это однородные решения для неограниченного полупроводника. Если $\gamma = 1$, $\tilde{E}_b = \tilde{E}_{eq}$, то состояние остается также однородным для полугораничного полупроводника ($0 \leq \zeta < \infty$). При $\gamma = 1$, $\tilde{E}_b \neq \tilde{E}_{eq}$ возможны собственные колебания.

Используя однородные решения (10), можно выполнить приближенный анализ исходных уравнений (6)–(8) или (9). При $h \neq 0$, $dV/d\zeta \neq 0$ и

$d\tilde{E}/d\zeta \neq 0$ решения для переменных N, V, \tilde{E} можно представить в виде сумм

$$N = N_{eq} + N^{(1)}, \quad V = V_{eq} + V^{(1)}, \quad \tilde{E} = \tilde{E}_{eq} + \tilde{E}^{(1)}, \quad (11)$$

где переменные $N^{(1)}, V^{(1)}, \tilde{E}^{(1)}$ зависят от координаты ζ . Если переменные $N^{(1)}, V^{(1)}, \tilde{E}^{(1)}$ малы, то в линейном приближении уравнение (9) упрощается. Учитывая решения (10), линейное приближение для уравнения (9) имеет вид

$$\frac{d^2 V^{(1)}}{d\zeta^2} + \frac{d\eta_{\mathcal{R}}(V_{eq})}{dV_{eq}} \frac{dV^{(1)}}{d\zeta} + \gamma^3 V^{(1)} = -\gamma^2 h \cos r\zeta. \quad (12)$$

В следующем приближении правую часть следует дополнить членом $-\gamma^3 h V^{(1)} \cos r\zeta$. Второе слагаемое правой части (9) в линейном приближении (12) можно интерпретировать как вынуждающее воздействие. При этом $\gamma^2 h$ определяет амплитуду, а r — пространственную частоту вынуждающего воздействия. Дополнительное слагаемое в следующем приближении определяет параметрическое изменение частоты колебаний.

Если диссипативный коэффициент $d\eta_{\mathcal{R}}(V_{eq})/dV_{eq} = 0$, то уравнение (12) описывает консервативную систему. При соблюдении резонансных условий

$$r = l\gamma^{3/2}, \quad l = 1, 2$$

возможны интенсивные колебания, обусловленные резонансами. Характерные особенности — секулярный рост амплитуды с увеличением ζ . Если диссипативный член мал и

$$[d\eta_{\mathcal{R}}(V_{eq})/dV_{eq}]^2/4 \ll \gamma^3,$$

то частота собственных колебаний q_s близка к $\gamma^{3/2}$. При слабой диссипации и постоянной производной $d\eta_{\mathcal{R}}(V_{eq})/dV_{eq}$ резонансные решения уравнений (6)–(8) могут иметь большие амплитуды. Для режима движения, характеризующегося параметрами $\gamma = 1, r = 1, d\eta_{\mathcal{R}}/dV = 0.003$, и при значениях $h = 10^{-2}, \tilde{E}_b = -0.05$ проведены расчеты для $\zeta \in (0 \div 120)$. Колебания электронной плотности N и других величин быстро возрастают с увеличением ζ , и скорость возрастания зависит от h . Для характеристики резонансного колебания определим амплитуду колебаний как $\Delta N = N_{\max} - N_{eq}$. Здесь $N_{\max} = N(\xi_{\max})$ определяет максимальные значения N в точках ξ_{\max} . В точке $\xi_{\max} \simeq 10(2\pi/r)$ величина отношения $\Delta N/h \simeq 50$ для параметров рассматриваемого режима. Через полупериод величина N принимает минимальное значение N_{\min} , величина $(N_{eq} - N_{\min})/h \simeq 20$, при этом колебания несимметричны относительно N_{eq} . Нелинейные свойства проявляются в генерации высших гармоник.

С увеличением $d\eta_{\mathcal{R}}/dV$ амплитуда колебаний уменьшается и происходит ограничение ее роста. Если диссипативный член мал, но зависит от скорости, то также возможны интенсивные резонансные колебания. Диссипативный член может быть значительным на определенной части периода колебаний и малым на остальной части его. При таком режиме движения влияние диссипации на резонансы может быть существенным.

В уравнении (2) тепловое движение игнорируется. Учет теплового движения приводит к изменению собственной частоты q_s пространственных колебаний. Зависимость электронной температуры от ζ можно установить из трехмоментных гидродинамических уравнений [5,6]. Если электронная температура увеличивается, то q_s также возрастает. Разница $q_s - r$ определяет расстройку Δ . При фиксированной частоте r расстройка Δ увеличивается. Для некоторой ζ_T расстройка достигает критической величины Δ_T и условия резонанса нарушаются. Если расстройка продолжает расти, то в области $\zeta > \zeta_T$ возникают биения. Транспортная длина и условие игнорирования эффектов возрастания T могут быть получены из требования $\Delta < \Delta_T$. При этом на длине ζ_L может укладываться значительное число периодов $2\pi/r$.

3. Нелинейный отклик и синхронизация

Рассмотрим колебания электронов для GaAs n -типа. Полагаем, что транспорт электронов происходит в центральной долине Γ зоны проводимости, а междолинные переходы игнорируются.

При совместном действии различных механизмов рассеяния η_R в (7) и последующих формулах следует представить в виде суммы $\eta_R^\Sigma = \sum_i \eta_R^{(i)}$. Величина $\eta_R^{(i)}$ соответствует конкретному механизму рассеяния. Для расчетов используются формулы времен релаксации $\tau_p(\varepsilon)$, представленные в монографии [9] или в статье [10]. Подстановка зависимости $\tau_p(\varepsilon)$ и функции распределения (4) в выражение (3), а также переход к нормированным величинам позволяет найти как $\eta_R^{(i)}$ для конкретных механизмов рассеяния, так и суммарную величину η_R^Σ . Для рассеяния на продольных оптических фононах

$$\eta_R^{LO} = \eta_p^{LO} \left[\exp\left(\frac{T_D}{T_L}\right) - 1 \right]^{-1} \left[\left(\frac{V_D^2}{V^2} + 1 \right)^{1/2} - \frac{V_0^2}{V^2} \operatorname{Arsh}\left(\frac{V}{V_D}\right) + \Theta \exp\left(\frac{T_D}{T_L}\right) \left(1 - \frac{V_D^2}{V^2} \right)^{1/2} + \frac{V_D^2}{V^2} \operatorname{Arsh}\left(\frac{V^2}{V_D^2} - 1\right)^{1/2} \right],$$

$$\eta_p^{LO} = (\omega_p \tau_p^{LO})^{-1}, \quad \tau_p^{LO} = e E_p (2m k_B T_D)^{-1/2}, \quad v_D = (2k_B T_D / m)^{1/2},$$

$$T_D = k_B T_D / m v_b^2, \quad T_L = k_B T_L / m v_b^2, \quad V_D = v_D / v_b.$$

Здесь T_D , T_L — температуры Лебая и решетки, E_p — эффективная напряженность электрического поля; величина V_D — нормированная пороговая скорость; $\Theta = 1$ для $V \geq V_D$, $\Theta = 0$ для $V < V_D$. При взаимодействии через оптический деформационный потенциал

$$\eta_R^O = \eta_p^O V \left[\exp\left(\frac{T_D}{T_L}\right) - 1 \right]^{-1} \left[\left(\frac{V^2}{V_D^2} + 1 \right)^{1/2} + \Theta \exp\left(\frac{T}{T_L}\right) \left(\frac{V^2}{V_D^2} - 1 \right)^{1/2} \right],$$

где $\eta_p^O = (\omega_p \tau_p^O)^{-1}$,

$$(\tau_p^O)^{-1} = D^2 m^{3/2} / \sqrt{2\pi} \rho \hbar^2 (k_B T_D)^{1/2},$$

ρ — плотность решетки, D — константа оптического деформационного потенциала.

Для рассеяния на ионизованных донорах

$$\eta_{\mathcal{R}}^d = \eta_p^d (2T_L)^{3/2} / V^2,$$

где $\eta_p^d = (\omega_p \tau_p^d)^{-1}$,

$$(\tau_p^d)^{-1} = \pi e^4 n_d \Lambda / \kappa^2 \sqrt{2m} (k_B T_L)^{3/2},$$

Λ — кулоновский логарифм.

При рассеянии на акустическом деформационном потенциале

$$\eta_{\mathcal{R}}^{ac} = \eta_p^{ac} (2T_L)^{-1/2} V^2,$$

где $\eta_p^{ac} = (\omega_p \tau_p^{ac})^{-1}$,

$$(\tau_p^{ac})^{-1} = \sqrt{2} G^2 (m k_B T_L)^{3/2} / \pi \rho s^2 h^4,$$

G — константа акустического взаимодействия, s — скорость звука.

Зависимости нормированных величин $\eta_{\mathcal{R}}^{(i)}$ от скорости V (т.е. от энергии направленного движения) для параметров $T_L = 300$ К, $n_b = 10^{16}$ см $^{-3}$, $\gamma = 1$ даны на рис. 1, а. Изменение V по оси абсцисс от 2 до 10 соответствует диапазону v от $2 \cdot 10^7$ см/с до 10^8 см/с. При этом для $m = 0.07 m_0$, m_0 — масса свободного электрона, плазменная частота $\omega_p = 5.8 \cdot 10^{12}$ с $^{-1}$, а $v_D = 4.25 \cdot 10^7$ см/с. Характер функциональных зависимостей $\eta_{\mathcal{R}}^{(i)}$, $\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}$ отражает основные свойства рассеяния и согласуется с результатами в других работах [11,12]. Если $V < v_D$,

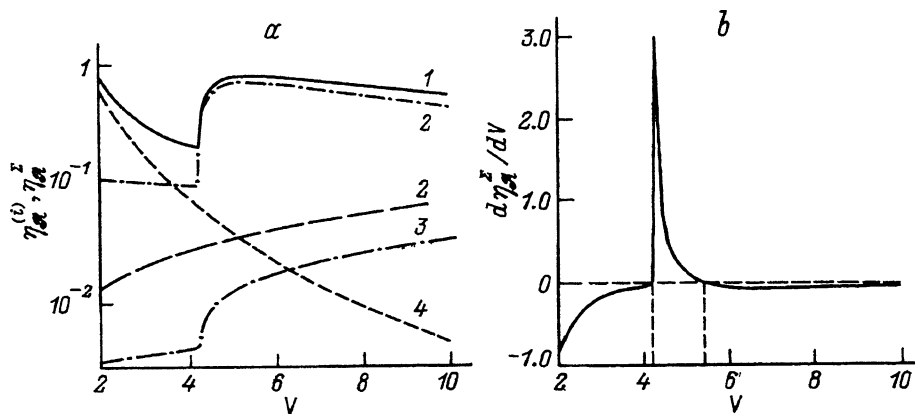


Рис. 1. Зависимости от нормированной скорости V величин: а — $\eta_{\mathcal{R}}^{(i)}$ (штриховые и штрихпунктирные линии) и $\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}$ (сплошная линия), номера у кривых соответствуют:

1 — $\eta_{\mathcal{R}}^{LO}$, 2 — $\eta_{\mathcal{R}}^{ac}$, 3 — $\eta_{\mathcal{R}}^O$, 4 — $\eta_{\mathcal{R}}^d$; б — производной $d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV$.

то основной вклад в рассеяние импульса определяется ионизованными донорами. Когда $V > V_D$, происходит генерация оптических фононов и рассеяние на продольных оптических фононах становится доминирующим. Зависимость производной $d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV$ от скорости дана на рис. 1, б. Резкое изменение производной происходит в области $V_D + \Delta V$ при $\Delta V \simeq 0.22V_D$. Это соответствует изменению v от $v_D = 4.25 \cdot 10^7$ см/с до $v \simeq 5.2 \cdot 10^7$ см/с. Зависимость $d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV$ от V имеет пикообразный характер, максимальное значение производной равно 3.0. На правом конце промежутка $V_D + \Delta V$ величина производной $d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV \simeq 0$, а затем меняет знак и остается малой и отрицательной.

При уменьшении температуры и постоянной величины концентрации n_b значения $\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}$ и $d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV$ уменьшается. При уменьшении n_b и при постоянной температуре величины $\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}$, $d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV$ возрастают. Характер функциональных зависимостей остается тем же. Свойства колебаний зависят от соотношения между V_{eq} и V_D . Далее рассмотрен режим движения, когда $V_{eq} < V_D$.

Колебания скорости $V^{(1)}$ происходят относительно V_{eq} . В течение одной части периода полная скорость $V = V_{eq} - |V^{(1)}|$, т.е. удаляется от V_D . В течение другой части $V = V_{eq} + |V^{(1)}|$, т.е. приближается к V_D и может включиться механизм сильного рассеяния. Таким образом, колебания в течение одного периода могут происходить при знакопеременной величине $d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV$. При этом величина $(1/4)(d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV)^2$ может быть значительной при $V \simeq V_D$ на определенном участке периода.

Далее проведено сравнение свойств колебаний в однородном ($h = 0$) и неоднородном ($h \neq 0$) полупроводниках для двух режимов движения — А и В. Режим движения А характеризуется параметрами: $n_b = 10^{16}$ см $^{-3}$, $v_b = 4 \cdot 10^7$ см/с, $T_L = 300$ К и $\gamma = 1$, $\tilde{E}_b = -0.05$. При $h = 0$ решение для электронной плотности $N(\zeta)$ имеет переходный участок с выбросом и установившиеся периодические колебания (рис. 2). Выброс обусловлен различием значений \tilde{E}_b и \tilde{E}_{eq} . При $\gamma = 1$ величина равновесной плотности $N_{eq} = 1$. Установившиеся колебания происходят относительно N_{eq} с амплитудой 0.06. Величина равновесной скорости $V_{eq} = 1$ или $v_{eq} = v_b$. Минимальным значениям плотности электронов соответствуют максимальные скорости и наоборот, максимальные значения скорости близки к V_D . Фурье-спектр для реализации $N(\zeta)$ имеет две резко выраженные спектральные линии. Фурье-амплитуды $FN(q)$, соответствующие этим линиям, имеют значения $FN(1) = 11.5$, $FN(2) \simeq 2$. Значению аргумента $q = 1$ соответствует пространственный период в 2π , вторая гармоника возбуждена слабее.

Для режима движения А при $h = 0.1$, $r = 1$ выполняется равенство $\gamma^{3/2} = r$. Оно выражает условие резонанса для системы без диссипации. Гармоническое воздействие с $h \neq 0$ приводит к более интенсивным колебаниям, чем при $h = 0$. После переходного участка эти колебания имеют трапецевидный характер для скорости V , для электронной плотности N они имеют треугольную форму (рис. 3). Расстояние между одинаковыми максимумами равно 4π , это составляет $1/2$ от частоты r . Таким образом, происходит синхронизация колебаний вынуждающим воздействием с частотой r (рис. 3). Фурье-амплитуда элек-

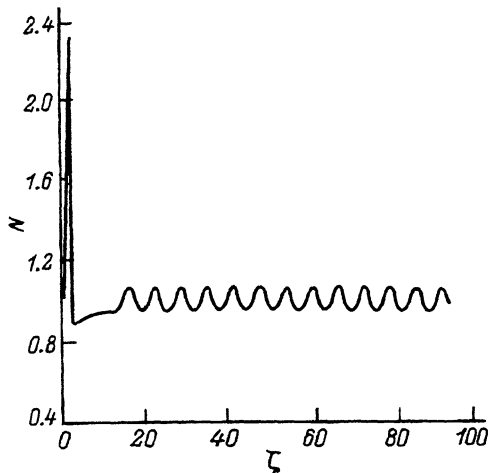


Рис. 2. Зависимость $N(\zeta)$ — собственные колебания.

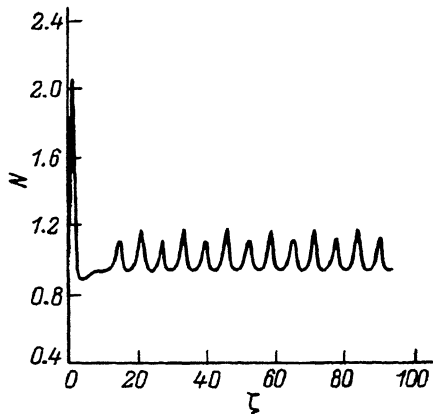


Рис. 3. Зависимость $N(\zeta)$ — установившиеся пространственные колебания при $h = 0.1$, $r = 1$.

тронной плотности $FN(1)$ соответствует частоте воздействия $r = 1$. Величина $FN(1)$ в 3 раза больше, а $FN(2)$ в 10 раз больше, чем соответствующие фурье-амплитуды при $h = 0$. Кроме высших гармоник, возбуждается субгармоника для $q = 0.5$, фурье-амплитуда субгармоники $FN(0.5)$ меньше $FN(1)$, $FN(2)$, но больше $FN(3)$.

Для режима движения А при $h = 0.1$, $r = 2$ выполняется равенство $2\gamma^{3/2} = r$. Оно выражает условие параметрического резонанса. Зависимость $N(\zeta)$ дана на рис. 4. Минимальные значения N и максимальные значения V ограничены действием сильного рассеяния при $V \simeq V_D$. Решения представляют собой суперпозицию двух видов колебаний: для одного из них амплитуда колебаний убывает с увеличением ζ , для другого вида — возрастает, секулярный рост мал. Изменения переменных N и V согласованы между собой и с \tilde{E} . Генерация спектральной линии $FN(q)$ при $q = 1$ происходит под воздействием $FN(r)$ при $r = 2$. При этом $FN(2) < FN(1)$.

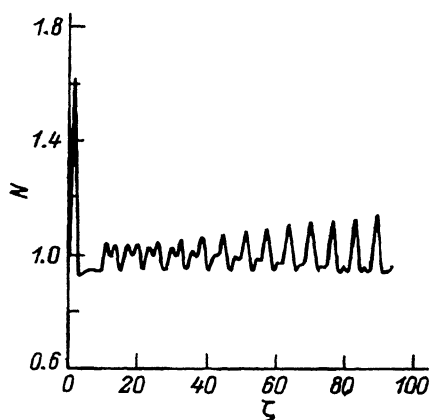


Рис. 4. Зависимость $N(\zeta)$ — параметрический резонанс при $h = 0.1$, $r = 2$.

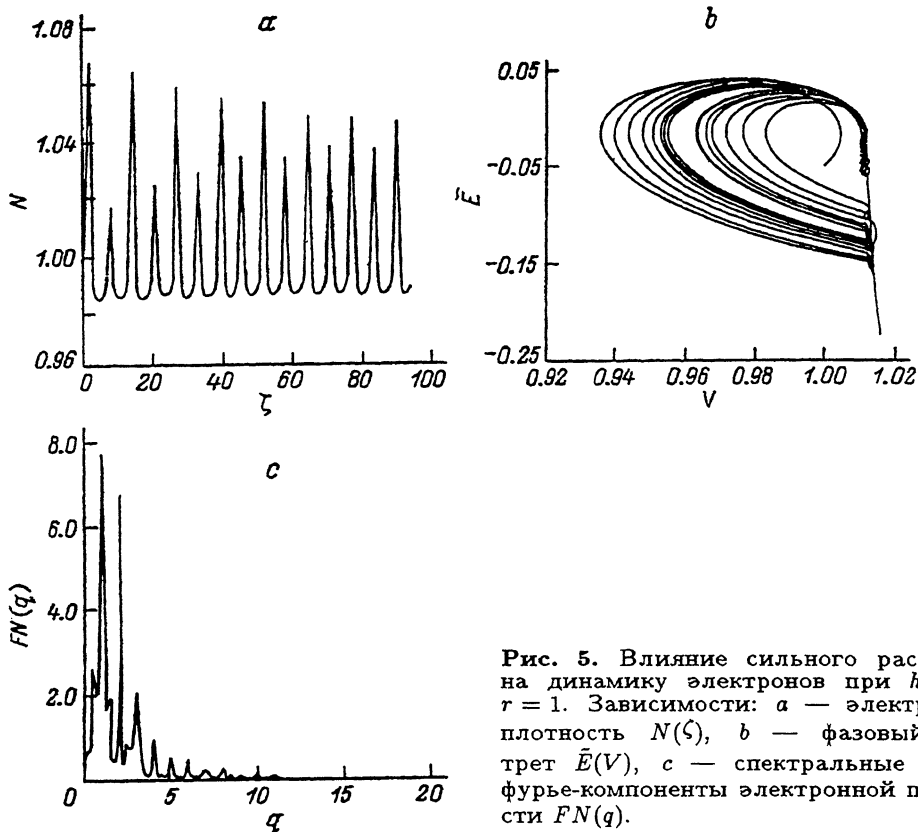


Рис. 5. Влияние сильного рассеяния на динамику электронов при $\hbar = 0.1$, $r = 1$. Зависимости: *a* — электронная плотность $N(\zeta)$, *b* — фазовый портрет $\tilde{E}(V)$, *c* — спектральные линии фурье-компоненты электронной плотности $FN(q)$.

Режим движения В характеризуется параметрами: $n_b = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $v_b = 4.2 \cdot 10^7 \text{ см/с}$, $T_L = 5 \text{ К}$ и $\gamma = 1$, $\tilde{E}_b = -0.05$. При $\hbar = 0$ собственные колебания имеют очень малые амплитуды относительно равновесных значений, для электронной плотности амплитуда равна 0.011, для основной гармоники $FN(1) = 4$. Это объясняется очень малой разницей $V_D - V_{eq}$ и увеличением $\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}$, $d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV$ для параметров режима В. При $\hbar = 0.1$, $r = 1$ для режима движения В происходит субгармонический нелинейный резонанс. На частоте $0.5r$ возбуждаются два вида колебаний: амплитуда одного из них увеличивается, а другого — убывает с ростом ζ (рис. 5, *a*). Их величины больше амплитуды собственных колебаний. Фазовый портрет $\tilde{E}(V)$ характеризует механизм сильного рассеяния и ограничение амплитуды колебаний скорости V (рис. 5, *b*). Кроме субгармоники $FN(0.5r)$, а также $FN(1.5r)$, $FN(2.5r)$ в спектре содержатся высшие гармоники $FN(lr)$, где $l = 2, 3$. Основная гармоника $FN(r)$, соответствующая частоте синхронизации, максимальна (рис. 5, *c*).

При умеренных плотностях n_b и значительных величинах $d\eta_{\mathcal{R}}^{\Sigma}/dV$ амплитуды колебаний существенно меньше, чем при резонансе и слабой диссипации.

Стационарные пространственные колебания и резонансы, рассмотренные нами, могут быть исследованы экспериментально при помо-

щи двухэлектронного прибора с образцом, как и в работе [13]. При заданном линейном росте тока во времени можно измерять зависимость напряжения на приборе от времени, вольт-амперные характеристики, пространственный период и число периодов на длине межэлектродного пространства. Благодаря резонансам в неоднородном полупроводнике [1] можно реализовать режим пространственных колебаний без затухания на значительных конечных расстояниях от плоскости инжекции и управлять видом вольт-амперной характеристики, т.е. функциональной зависимостью напряжения от тока на приборе.

Заключение

Проведен качественный анализ и численное моделирование совместного действия различных механизмов рассеяния на колебания и резонансы баллистических электронов. Для слабой диссипации в неоднородном полупроводнике возможны интенсивные резонансные колебания. Если диссипация является слабой на части периода колебаний и сильной на другой части его, то резонансы также имеют место, однако действие сильного рассеяния ограничивает секулярный рост и амплитуду колебаний. При таких режимах движения возможны бифуркации удвоения, генерация субгармоник и высших гармоник. Эти процессы синхронизируются с периодом модуляции плотности доноров и формируют нелинейный динамический отклик.

Список литературы

- [1] Ю.Л. Ермолаев, А.Л. Санин. *Электронная синергетика* (Л., 1989).
- [2] А.Л. Санин, Ю.Л. Ермолаев, Д.Б. Мизандронцев. *Изв. вузов. Прикл. нелинейная динамика*, 1, 109 (1993).
- [3] M.C. Cheng, L. Huang, *J. Appl. Phys.*, **72**, 3539 (1992).
- [4] H. Baranger, J. Wilkins *Phys. Rev. B*, **36**, 1487 (1987).
- [5] S.M. Krowne, P.A. Blakey. *J. Appl. Phys.*, **61**, 2257 (1987).
- [6] K. Blotekjar. *IEEE Trans.*, **ED-17**, 38 (1970).
- [7] H.L. Grubin, J.R. Kreskovsky. *Sol. St. Electron.*, **32**, 1071 (1989).
- [8] J.R. Zhou, D.K. Ferry. *IEEE Trans.*, **Ed-39**, 473 (1992).
- [9] Э. Конуэлл. *Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях* (М., Мир, 1970).
- [10] А.А. Кокин, В.И. Толстихин. *Микроэлектроника*, **13**, 24 (1984).
- [11] S. Hinata. *J. Appl. Phys.*, **68**, 5205 (1990).
- [12] R. Jalabert, S. Das Sarma. *Sol. St. Electron.*, **32**, 1259 (1989).
- [13] R.N. Zitter, Xuesong Zhang. *J. Appl. Phys.*, **71**, 2045 (1992).

Редактор Т.А. Полянская

Dynamics and resonance oscillations of ballistic electrons in an inhomogeneous semiconductor

A.L. Sanin, Yu.L. Ermolaev

State Technical University, 195251 St. Petersburg, Russia