

## ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ ЕМКОСТЬ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ

© Н.А.Пенин

Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,  
117924 Москва, Россия

(Получена 23 марта 1995 г. Принята к печати 15 мая 1995 г.)

Рассмотрен эффект «отрицательной емкости» в однородных (без барьеров) полупроводниковых структурах. Показано, что отрицательная емкость возникает, если проводимость в структуре имеет инерционный характер и реактивная компонента тока превышает максвелловский ток смещения.

### 1. Введение

Эффект «отрицательной емкости» (ОЕ) наблюдался в разнообразных полупроводниковых структурах при довольно различных условиях. В диодах с барьером Шоттки  $\text{NiSi}_2$ - $n$ -Si [1],  $\text{NiSi}_2$ - $n$ -Si, Pd- $n$ -Si, Pd- $n$ -GaAs [2],  $\text{WN}_x$ - $n$ -GaAs [3], Al- $n$ -GaAs [4] ОЕ наблюдалась при прямых напряжениях смещения. В гетероструктуре Ni-TiO<sub>2</sub>- $p$ -Si эффект ОЕ наблюдался при обратном напряжении на барьере Шоттки Ni-TiO<sub>2</sub> [5]. В структуре типа металл-диэлектрик-металл, изготовленной из ZnS с примесью Mn, ОЕ наблюдалась при относительно высоких электрических полях в условиях ударной ионизации независимо от полярности приложенного напряжения [6]. Механизм возникновения ОЕ в столь различных системах очевидно различен и в общем недостаточно выяснен. Однако в [4] и [7] отмечалось, что возникновение ОЕ связано с инерционностью изменения тока при приложении ступеньки постоянного или переменного напряжения.

Анализ природы эффекта ОЕ в структурах с барьером Шоттки или в гетероструктурах затруднен из-за нелинейных свойств барьеров. Цель настоящей статьи состоит в анализе возникновения эффекта ОЕ в однородных структурах (без барьеров) с инерционным (точнее, с инерционно-релаксационным) характером электропроводности.

## 2. Структура с инерционной электропроводностью

Методически эффект ОЕ наблюдался при измерении реактивной компоненты полной проводимости структур методом синхронного квадратурного детектирования или при замещении полной проводимости структур, измеренной мостовым методом, эквивалентной схемой, состоящей из параллельно соединенных резистора и конденсатора.

Допустим, что ток через какую-либо полупроводниковую систему (в дальнейшем « $\tau$ -система») под действием приложенного напряжения описывается уравнением

$$\frac{dI}{dt} + \frac{I}{\tau} = bU, \quad (1)$$

где  $\tau$  — постоянная времени, характеризующая время релаксации тока,  $b$  — коэффициент пропорциональности. Тогда при приложенном переменном напряжении  $U = U_0 \sin \omega t$  зависимость тока от частоты  $\omega$  выражается формулой

$$I = U_0 \left( \frac{b\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \sin \omega t - \omega \frac{b\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \cos \omega t \right). \quad (2)$$

Сравним ток  $I$  с током через эквивалентную схему, составленную из параллельно соединенных резистора  $R_e$  и конденсатора  $C_e$ . При том же переменном напряжении ток через эквивалентную схему

$$I_e = U_0 \left( \frac{1}{R_e} \sin \omega t + \omega C_e \cos \omega t \right). \quad (3)$$

Из сравнения токов (2) и (3) следует, что

$$C_e = -\frac{b\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (4)$$

Следовательно, в терминах эквивалентной схемы емкость  $\tau$ -системы, описываемой уравнением (1), имеет отрицательный знак. При этом сдвиг фаз между током и напряжением имеет «индуктивный» характер, т.е.  $\text{tg } \varphi = -\omega\tau$ .

Более естественно отрицательная емкость следует из вычислений полной проводимости схемы, составленной из  $\tau$ -системы и конденсатора  $C$ , соединенных параллельно (рис. 1). Полная проводимость  $\tau$ -системы на частоте  $\omega$

$$Y_\tau = \frac{b\tau}{1 + i\omega\tau}.$$

Полная проводимость конденсатора на той же частоте

$$Y_c = i\omega C.$$

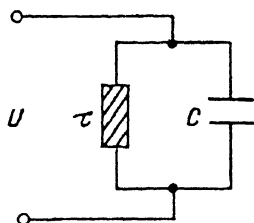


Рис. 1. Пояснения в тексте.

Поэтому полная проводимость параллельной схемы

$$Y = \frac{b\tau}{1 + \omega^2\tau^2} + i\omega \left( C - \frac{b\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} \right).$$

Второй член в скобках имеет размерность емкости. Поэтому можно ввести эффективную или эквивалентную емкость

$$C_e = C - \frac{b\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}$$

и представить реактивную компоненту проводимости  $\text{Im}Y$  в виде

$$\text{Im}Y = \omega C_e.$$

Если  $b\tau^2 > C$ , то в некоторой области частот будем иметь  $\text{Im}Y < 0$ , что можно выразить в терминах эквивалентной емкости  $C_e < 0$ .

Таким образом, отрицательная емкость является по существу эквивалентным представлением отрицательной реактивной проводимости, возникающей вследствие инерционности изменения тока при изменении приложенного напряжения. Следует заметить, однако, что при  $\omega\tau \gg 1$  имеем  $C_e \rightarrow C$  и  $\text{Im}Y \rightarrow \omega C$ . На частоте  $\omega_k = \sqrt{(b/C) - 1/\tau^2}$  эквивалентная емкость  $C_e = 0$ . При этом сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю и, следовательно, схема (рис. 1) обладает чисто активным сопротивлением. Активная компонента проводимости

$$\text{Re}Y = \frac{b\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

является монотонной функцией частоты и поэтому не обладает в отличие от активной компоненты какой-либо «RCL-системы» резонансным свойством. Действительно, мощность, поглощаемая параллельной схемой на частоте

$$P(\omega) = \frac{U_0^2}{2} \text{Re}Y = \frac{U_0^2}{2} \frac{b\tau}{1 + \omega^2\tau^2},$$

монотонно убывает с увеличением частоты. На частоте  $\omega = \omega_k$

$$P(\omega_k) = \frac{U_0^2}{2} \frac{b\tau}{1 + \omega_k^2\tau^2} = \frac{U_0^2 C}{2\tau}.$$

и не является резонансным значением.

### 3. «Друдевский конденсатор»

Одним из простейших примеров системы, в которой может проявиться эффект отрицательной емкости, является конденсатор, наполненный средой с постоянной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и друдевской проводимостью  $\sigma(\omega)$ , зависящей от частоты. Рассмотрим ток

через такой конденсатор при приложенном переменном напряжении. В модели электронного газа Друде уравнение движения электрона

$$m \frac{dv}{dt} + m \frac{v}{\tau} = -eE,$$

где  $v$  — скорость электрона,  $m$  — масса электрона,  $\tau$  — время свободного пробега. Введем плотность тока  $j = -env$ . Тогда получим уравнение для плотности тока

$$\frac{dj}{dt} + \frac{j}{\tau} = \frac{e^2 n}{m} E.$$

Если приложенное переменное поле  $E = E_0 \exp(i\omega t)$ , то для плотности тока проводимости имеем

$$j_\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m} \frac{1}{1 + i\omega \tau} E.$$

Наряду с током проводимости в конденсаторе присутствует максвелловский ток смещения

$$j_M = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t}.$$

Поэтому полная плотность тока через конденсатор

$$j = \frac{e^2 n \tau}{m} \frac{1}{1 + i\omega \tau} E + i\omega \frac{\varepsilon}{4\pi} E.$$

Поскольку  $e^2 n \tau / m = \sigma_0$  — электропроводность на постоянном токе, а  $\varepsilon / (4\pi \sigma_0) = \tau_M$  — максвелловское время диэлектрической релаксации, выражение для плотности тока  $j$  можно представить в виде

$$j = \sigma_0 E \left[ \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} + i\omega \left( \tau_M - \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \right) \right].$$

Если ввести полный ток через конденсатор  $I = jS$  и напряжение на нем  $U = Ed$ , где  $S$  — площадь пластины конденсатора, а  $d$  — расстояние между пластинами, то ток через такой конденсатор можно представить в виде

$$I = U \left[ \frac{1}{R_0} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} + i\omega \left( C_0 - \frac{1}{R_0} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \right) \right],$$

где  $R_0 = d/S\sigma_0$  и  $C_0 = \varepsilon S/4\pi d$ .

Следовательно, эквивалентная емкость конденсатора с друдеской проводимостью

$$C_e = C_0 - \frac{1}{R_0} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}.$$

Очевидно, что знак  $C_e$  зависит от соотношения между  $\tau$  и  $\tau_M = R_0 C_0$ .

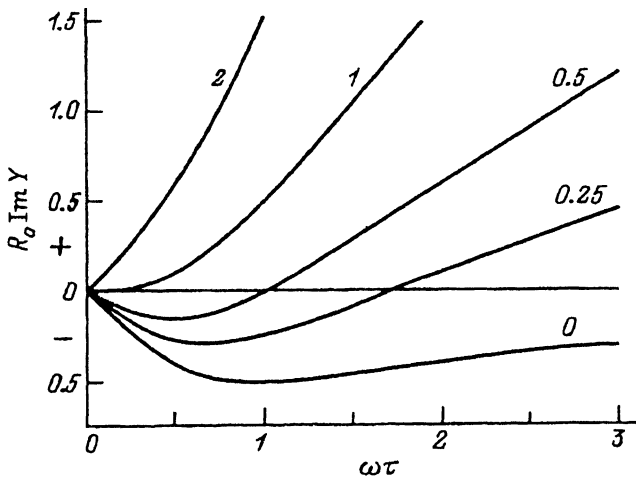


Рис. 2. Зависимость реактивной компоненты проводимости от частоты в относительных единицах ( $R_0 \text{Im} Y, \omega \tau$ ) для разных значений отношения  $k = \tau_M / \tau$  (цифры у кривых).

При  $\tau_M < \tau$  эквивалентная емкость  $C_0 < 0$  в области частот от  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_k = \sqrt{(\tau / \tau_M) - 1} / \tau$ . При этом условии на частоте  $\omega = \omega_k$  имеем  $C_e = 0$  и поэтому полная проводимость конденсатора становится чисто активной. Наконец, при  $\omega > \omega_k$ ,  $C_e > 0$ . Следовательно, при изменении частоты около  $\omega = \omega_k$  изменяется знак  $C_e$  и  $\text{Im} Y$ , а также знак сдвига фаз между током и напряжением. Сдвиг фаз  $\varphi$  следует из выражения  $\text{tg} \varphi = \omega C_e = \omega [\tau_M (1 + \omega^2 \tau^2) - \tau]$ .

Частота  $\omega_k$ , при которой  $C_e = 0$  или  $\text{Im} Y = 0$ , соответствует взаимной компенсации реактивной компоненты тока, обусловленной инерцией носителей заряда, и максвелловского тока смещения.

При  $\tau_M = \tau$  имеем  $\omega_k = 0$  и поэтому область частот, в которой  $C_e < 0$ , отсутствует. В этом случае  $C_e > 0$  при всех значениях  $\omega$ .

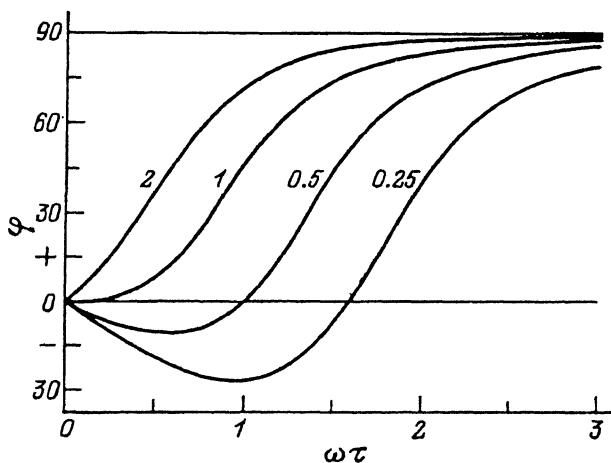


Рис. 3. Зависимость сдвига фаз  $\varphi$  от относительной частоты  $\omega \tau$  для разных значений отношения  $k = \tau_M / \tau$  (цифры у кривых).

При  $\tau_M > \tau$  эквивалентная емкость  $C_e$  и реактивная компонента проводимости  $\text{Im}Y$  имеют положительный знак.

Зависимости  $\text{Im}Y$  от частоты  $\omega$ , вычисленные для разных значений отношения  $k = \tau_M/\tau$ , приведены на рис. 2 в относительных единицах. На рис. 3 представлены соответствующие зависимости для  $\varphi$ .

Условие возникновения отрицательной емкости или отрицательной реактивной компоненты проводимости,  $\tau_M < \tau$ , можно представить в виде  $\omega_p \tau > 1$ , где  $\omega_p = 4\pi e^2 n / \epsilon m$  — частота колебаний бесстолкпвительной плазмы. При  $\tau_M \ll \tau$ ,  $\omega_k \rightarrow \omega_p$ . Отсюда следует, что условие возникновения ОЕ может быть достигнуто, например, в полупроводнике с относительно высокой подвижностью носителей заряда путем изменения концентрации носителей  $n$  с помощью фотоионизации примесных атомов.

#### 4. Эффект отрицательной емкости при ударной ионизации примесных атомов в полупроводнике

В этом случае время релаксации проводимости может определяться временем жизни неравновесных носителей, которое обычно оказывается существенно больше времени диэлектрической релаксации.

Для определенности проанализируем частотную зависимость проводимости при ударной ионизации в электрическом поле в полупроводнике, легированном ионной примесью. Схема энергетических уровней и электронных переходов показана на рис. 4. Здесь  $c$  — коэффициент захвата электрона ионом  $N^+$ ,  $e_i$  — коэффициент ударной ионизации, зависящий от напряженности поля  $E$  согласно формуле  $e_i = e_0 \exp(-\Delta/E)$ , где  $\Delta$  — константа (характеристическое поле) ударной ионизации,  $n_1 = N_c \exp(-\epsilon_i/kT)$  — шокли-ридовская концентрация.

В таком полупроводнике при неполной тепловой ионизации доноров кинетика проводимости (без учета инерции электронов, т. е. при допущении, что  $\omega\tau \ll 1$ ) описывается системой уравнений:

$$\frac{dn}{dt} = n_1 c N^0 + e_i n N^0 - n c N^+, \quad (5)$$

$$N = N^0 + N^+, \quad (6)$$

$$N^+ = N_a + n, \quad (7)$$

$$j = en\mu E + \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (8)$$

где  $n$  — концентрация электронов при поле  $E$  [8],  $N^0$  и  $N^+$  — концентрации нейтральных и ионизированных доноров,  $N_a$  — концентрация компенсирующих акцепторов,  $N$  — полная концентрация доноров,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $\mu$  — подвижность электронов,  $j$  — плотность тока. Предполагается, что  $\mu$  не зависит от поля.

Примем далее, что наряду с постоянным электрическим полем  $E$  действует малое переменное поле  $\delta E$ . Введем соответствующие малые приращения  $\delta n$ ,  $\delta N^0$ ,  $\delta N^+$ ,  $\delta j$  и  $\delta e_i = e_0 \exp(-\Delta/E)(\Delta/E^2)\delta E = e_i(\Delta/E^2)\delta E$ . Тогда для приращений получим систему уравнений

$$\frac{d\delta n}{dt} = (cn_1 + e_i n)\delta N^0 + n N^0 \delta e_i + (e_i N^0 - c N^+)\delta n - cn\delta N^+, \quad (9)$$

$$\delta N^0 = -\delta n, \quad (10)$$

$$\delta N^+ = \delta n, \quad (11)$$

$$\delta j = e n \mu \delta E + e \mu E \delta n + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{d\delta E}{dt}. \quad (12)$$

Исключая  $N^0$ ,  $N^+$ ,  $\delta N^0$ ,  $\delta N^+$  из (9) и введя для краткости обозначения  $n(N - N_a - n) \equiv a$ ,  $a e_i \Delta / E^2 \equiv q$ ,  $c(N_a + n_1 + 2n) - e_i(N - N_a - 2n) \equiv b$ , систему уравнений (9)–(12) можно преобразовать и свести к уравнению для плотности тока

$$\frac{d\delta j}{dt} + b\delta j = e\mu(qE + nb)\delta E + \left( e\mu n + \frac{\varepsilon b}{4\pi} \right) \frac{d\delta E}{dt} + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{d^2\delta E}{dt^2}.$$

Здесь  $1/b = \tau_r$  — время жизни неравновесных электронов при ударной ионизации в поле  $E$  [8].

Положим, что  $\delta E = \delta E_0 \exp(i\omega t)$ , тогда для комплексной плотности тока получим

$$\delta j = \delta E \left[ \frac{e\mu q E b}{b^2 + \omega^2} + e\mu n + i\omega \left( \frac{\varepsilon}{4\pi} - \frac{e\mu q E}{b^2 + \omega^2} \right) \right].$$

Используя обозначения  $q$ ,  $b$  и  $a$ , реактивную компоненту проводимости можно представить в виде

$$\text{Im}\delta\sigma = \omega \left( \frac{\varepsilon}{4\pi} - e\mu\delta n \frac{\tau_r}{1 + \omega^2\tau_r^2} \right), \quad (13)$$

где  $\delta n_0 = n e_i N^0 (\Delta/E) \tau_r$  — стационарная концентрация электронов, возникающая при увеличении поля на  $\delta E_0$ . Соответственно активная компонента проводимости

$$\text{Re}\delta\sigma = \delta\sigma_0 \frac{1}{1 + \omega^2\tau_r^2} + e\mu n.$$

Из (13) следует, что знак  $\text{Im}\delta\sigma$  зависит от  $\tau_r$  и  $n$ , которые являются функциями постоянной составляющей напряженности электрического

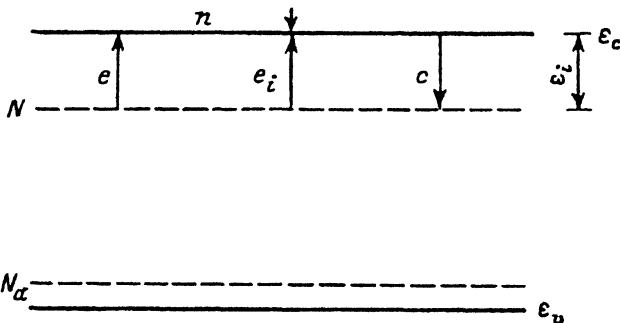


Рис. 4. Схема энергетических уровней и электронных переходов.  $e = c n_1$  — вероятность тепловой ионизации донора.

поля  $E$  и частоты  $\omega$  переменной составляющей  $\delta E$ . Если  $\epsilon\mu\delta n_0\tau_r > \epsilon/4\pi$  или, что то же, если  $\tau_r > \epsilon/(4\pi\epsilon\mu\delta n_0) = \tau_M$ , то в области частот от  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_k = \sqrt{(\tau_r/\tau_M) - 1}/\tau_r$ ,  $\text{Im}\delta\sigma < 0$ . Соответственно при условии  $\tau_M < \tau$  эквивалентная емкость структуры с заданными геометрическими размерами  $C_e < 0$ .

Мощность, поглощаемая в единице объема среды на частоте  $\omega$

$$P(\omega) = \frac{1}{2}(\delta E_0)^2 \left( \frac{\epsilon\mu\delta n_0}{1 + \omega^2\tau^2} + \epsilon\mu n \right),$$

является монотонной функцией частоты и, следовательно, в обсуждаемом случае, так же как и в рассмотренных выше, резонансное поглощение отсутствует. На частоте  $\omega = \omega_k$ , когда  $\text{Im}\delta\sigma = 0$ ,

$$P(\omega_k) = \frac{\epsilon(\delta E_0)^2}{8\pi\tau_r} + \frac{1}{2}(\delta E_0)^2\epsilon\mu n. \quad (14)$$

Первый член в (14) соответствует темпу релаксации энергии поля с характерным временем  $\tau_r$ , тогда как второй член представляет собой обычные джоулевы потери.

## 5. Заключение

Термин отрицательная емкость возникает при замещении реактивной компоненты проводимости полупроводниковой структуры эквивалентной емкостной проводимостью согласно определению  $\text{Im}Y = \omega C_e$ , когда  $\text{Im}Y < 0$ . Отрицательная реактивная компонента проводимости и соответственно эквивалентная отрицательная емкость являются следствием кинетической реактивности, обусловленной инерцией (задержкой) изменения тока в структуре при изменении приложенного напряжения.

Отрицательная реактивная проводимость и отрицательная емкость проявляются в структурах с инерционной проводимостью при условии, когда реактивная компонента тока превышает максвелловский ток смещения. В подобных структурах существует значение частоты, при котором максвелловский ток смещения и реактивная компонента тока взаимно компенсируются. В этом случае структура обладает чисто активной проводимостью. Поглощаемая мощность в таких структурах является монотонной функцией частоты и, следовательно, резонанс поглощения мощности в них не существует.

В структурах с друдеской проводимостью инерционность изменения тока при приложении переменного напряжения обусловлена наличием массы у электрона и конечного времени свободного пробега.

В структурах, в которых изменение тока обусловлено, например, ударной ионизацией примесных атомов в полупроводнике, инерционность изменения тока определяется темпами генерации и рекомбинации неравновесных носителей заряда, зависящими от напряженности электрического поля.

Структуры с инерционной проводимостью являются фазочувствительными элементами без присоединения к ним внешних реактивных элементов ( $L, C$ ). Знак сдвига фаз в подобных структурах зависит от частоты при постоянных параметрах структур (концентрации носителей заряда, постоянного напряжения) и от изменения этих параметров при заданной частоте переменного напряжения.



- [1] J. Werner, A. Levi, R.T. Tung, M. Anzlowar, M. Pinto. Phys. Rev. Lett., **60**, 53 (1988).
- [2] X. Wu, E.S. Yang, H.L. Evans. J. Appl. Phys., **68**, 2845 (1990).
- [3] K. Steiner, N. Uchitami, N. Toyoda. J. Vac. Sci. Technol. B, **8**, 1113 (1990).
- [4] S.H. Zoidi, A.K. Jonsher. Semicond. Sci. Technol., **2**, 587 (1987).
- [5] А.П. Болтаев, Т.М. Бурбаев, Г.А. Калюжная, В.А. Курбатов, Н.А. Пенин. ФТП, **28**, 1569 (1994).
- [6] M. Beale, P. MacKay, Phil. Mag. B, **65**, 47 (1992).
- [7] M. Beale. Phil. Mag. B, **65**, 65 (1992).
- [8] Н.А. Пенин. ФТП, **23**, 466 (1989).

Редактор В.В. Чалдышев

## A negative capacitance in semiconductor structures

*N.A. Penin*

P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences, 117924 Moscow

A «negative capacitance» effect is investigated in homogeneous (barrier-free) semiconductor structures. It is shown that the negative capacitance manifests itself when the conductivity has a delayed character and the reactive in the structure exceeds the Maxwell displacement current.

---