

КОЭФФИЦИЕНТЫ ЛАВИННОГО РАЗМНОЖЕНИЯ НОСИТЕЛЕЙ В $p-n$ -СТРУКТУРАХ

© В.А.Холоднов

Государственный научный центр НПО «Орион»,
111123 Москва, Россия

(Получена 11 июля 1995 г. Принята к печати 2 октября 1995 г.)

Представлены аналитические выражения для коэффициентов лавинного размножения носителей в $p-n$ -структурах. Рассмотрены наиболее характерные ситуации: ступенчатый (резкий) и плавный (линейный) $p-n$ -переходы и тонкая $p^+-n(p)-n^+$ -структура (типа $p-i-n$). Выведены формулы для напряжения лавинного пробоя и показателя степени в соотношении Миллера для зависимости коэффициента размножения носителей от приложенного напряжения. На примере полупроводников Ge, Si, GaAs, GaP, и InSb показано, что полученные аналитические результаты находятся в хорошем количественном согласии с проведенными ранее численными расчетами и экспериментальными данными. Эти результаты позволяют быстро и с хорошей точностью оценивать коэффициенты размножения электронов и дырок при заданном приложенном напряжении.

Введение. Обозначения и единицы измерения

Обычный способ вычисления зависимости коэффициентов лавинного размножения носителей M в $p-n$ -структурах от приложенного напряжения V основан на численной обработке в каждой конкретной ситуации интегральных соотношений [1-4]

$$M_n = M(-L_p), \quad M_p = M(-L_n), \quad \tilde{M} = \int_{-L_p}^{L_n} g(x)M(x)dx / \int_{-L_p}^{L_n} g(x)dx, \quad (1)$$

$$M(x) = Y(x, -L_p) / \left(1 - \int_{-L_p}^{L_n} \alpha(x)Y(x, -L_p)dx \right),$$

$$Y(x, x_0) = \exp \left[\int_{x_0}^x (\beta - \alpha)dx' \right], \quad (2)$$

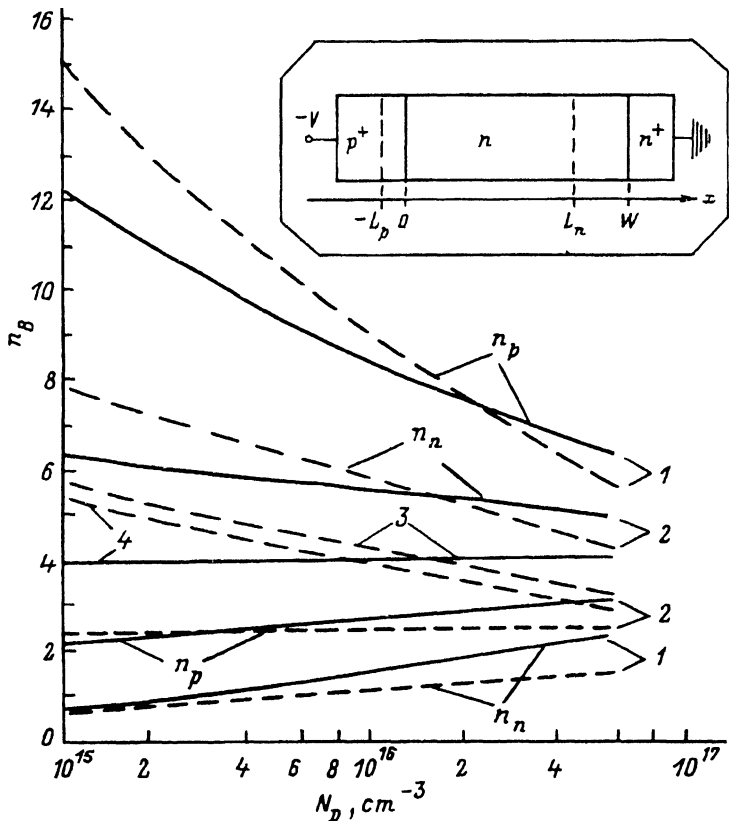


Рис. 1. Зависимости аналитических (сплошные линии) и численных (штриховые) [22] предельных значений показателя степени $n_B = \lim_{V \rightarrow V_B} n(V)$ в соотношениях Миллера (4) от концентрации легирующей донорной примеси N_D в «толстом» высокоомном слое ступенчатой p^+-n-n^+ -структуры; 1 — Si, 2 — Ge, 3 — GaAs, 4 — GaP. Значения $K(E)$, как и в [22], взяты из работы [8]. На вставке — схема толстой p^+-n-n^+ -структуры.

где M_n и M_p — коэффициенты размножения электронов и дырок, втекающих в область пространственного заряда (ОПЗ); значение коэффициента размножения носителей, генерируемых в ОПЗ, \bar{M} лежит между значениями M_n и M_p ; пространственное распределение скорости генерации носителей в ОПЗ $g(x)$ в данной работе принято экспоненциальным (как частный случай — однородным); L_p и L_n — толщины ОПЗ в p - и n -областях структуры (см. вставку на рис. 1); $\alpha(E)$ и $\beta(E) = K(E)\alpha(E)$ — коэффициенты ударной ионизации электронов и дырок; $E(x)$ — напряженность электрического поля. Для практических приложений весьма ценно иметь аналитические, более или менее универсальные зависимости M от V [1-3, 5-7].

Ранее были предложены аналитические выражения для напряжения лавинного пробоя V_B , т.е. значения V , при котором $M = \infty$ в резком асимметричном и линейном $p-n$ -переходах [8], а также в тон-

кой $p^+ - n(p) - n^+$ структуре (типа $p-i-n$) [9]. В работе [10] на примере модели резкого (ступенчатого) $p-n$ -перехода в предположении $K(E) = \text{const}$ было показано, что на основе (1), (2) и приближенного соотношения [11], справедливого для ряда полупроводников, например Ge, Si, GaAs, GaP, InP,

$$\alpha(E) \frac{K(E) - 1}{\ln K(E)} = \frac{5}{6} \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{6 \cdot 10^{23} q} \right)^3 \left(\frac{1.1}{\mathcal{E}_g} \right)^6 \left(\frac{E}{10^5} \right)^7 \quad (3)$$

можно получить аналитические зависимости коэффициентов размножения носителей от напряжения. В соотношении (3) ε — относительная диэлектрическая проницаемость, а остальные обозначения и единицы измерения пояснены далее в конце Введения.

В данной работе проведены аналитические вычисления зависимостей $M(V)$ в $p-n$ -структурах без использования условия $K(E) = \text{const}$. Возможность таких вычислений основана на том, что величина отношения $[K(E) - 1] / \ln K(E)$ изменяется, как правило, существенно слабее, чем E^7 [1-3, 6, 8, 12-20]. Это позволяет в ряде случаев с помощью соотношения (3) аналитически (в некоторых случаях — приближенно) проинтегрировать выражения (1), (2) и тем самым получить аналитические, более или менее универсальные, относительно простые зависимости $M(V)$. Рассмотрены наиболее характерные ситуации: резкий (ступенчатый) и плавный (линейный) $p-n$ -переходы, как в модели [2], а также тонкая $p^+ - n(p) - n^+$ -структура (типа $p-i-n$) со ступенчатым профилем легирования, как в модели [9].

При обсуждении полученных результатов и их сравнении с численными расчетами и экспериментальными данными коэффициенты размножения будут записываться в традиционно принятой форме

$$M_n = 1/(1 - v^{n_n}), \quad M_p = 1/(1 - v^{n_p}), \quad \tilde{M} = 1/(1 - v^{\tilde{n}}), \quad (4)$$

где $v = V/V_B$. Эта форма записи впервые была предложена Миллером в 1955 г [21] и затем стала широко использоваться под названием «соотношение Миллера» [1-3, 5-7, 22, 23], несмотря на отсутствие аналитических выражений для показателей степеней n_n , n_p и \tilde{n} . Значения этих показателей, как выяснилось, зависят от многих факторов, включая в общем случае и напряжение [3, 10]. При форме записи (4) отчетливо видно, что $M \rightarrow \infty$ при $V \rightarrow V_B$.

В работе принята (если не оговорено особо) следующая, удобная для рассматриваемой тематики, система единиц и обозначений [2]: ширина запрещенной зоны \mathcal{E}_g (эВ), пороговая энергия ионизации \mathcal{E}_i (эВ), электрическое поле E (В/см), напряжение $V(B)$, α и β в см^{-1} , заряд электрона q (К), электрическая постоянная ε_0 (Ф/м), концентрация, в том числе, мелких легирующих доноров N_D и акцепторов N_A в см^{-3} , градиент концентрации α в см^{-4} , размеры ОПЗ L_n и L_p и толщина слоев структур W в мкм, коэффициент поглощения оптического излучения γ в мкм^{-1} .

В рассматриваемых условиях из выражений (1)–(3) и из уравнения Пуассона (единицы СИ)

$$\frac{dE}{dx} = \begin{cases} qN_A/\epsilon\epsilon_0 & \text{при } x < 0, \\ -qN_D/\epsilon\epsilon_0 & \text{при } x > 0, \end{cases}$$

следует, что

$$M_n = (K_0 - 1)/K_0 - K_0^{v^4}, \quad M_p = K_0^{v^4} M_n, \quad (6)$$

$$V_B = 6 \cdot 10^{13} \left(\frac{\mathcal{E}_g}{1.1} \right)^{3/2} N_{\text{eff}}^{-3/4}, \quad N_{\text{eff}} = \frac{N_D N_A}{N_D + N_A}, \quad (7)$$

где K_0 — значение $K(E)$ при $E(x) = E(0) \equiv E_0$, т. е. значение K на металлургической границе p - n -перехода ($x = 0$, см. вставку на рис. 1). Формула (7) для V_B при $N_D \ll N_A$ или $N_A \ll N_D$ переходит в общеизвестное соотношение Зи-Гиббонса [2,8].

Для носителей, однородно генерируемых в ОПЗ, вычисления приводят к следующим выражениям:

$$\frac{\tilde{M}}{M_n} = \frac{N_A \exp[\xi_A e(K_0 - 1) + \xi_D/g] + N_D \exp[\xi_D e(1 - K_0) + \xi_A/g]}{(N_A + N_D)} \quad (8)$$

при

$$\xi_{A,D}(v) = (N_{\text{eff}}/N_{A,D})v^4 |\ln K_0| \leq 1, \quad (9)$$

$$\tilde{M} = \left(1 - K_{\text{eff}}^{8v^4} \cdot \frac{1 - K_0^{1-v^4}}{K_{\text{eff}}^{\text{eff}-1}} \right)^{-1} M_n \quad (10)$$

при

$$K_{\text{eff}}^{v^4} \cdot \frac{N_{\text{eff}}}{N_{A,D}} \gg 1; \quad (11)$$

$e(x)$ — единичная функция [24], $K_{\text{eff}} = K_0 + K_0^{-1}$. Выражение (8) получено разложением функции $Y(x, -L_p)$ по степеням величины

$$\int_{-L_p}^x (\beta - \alpha) dx',$$

а при выводе выражения (10) использован обычный метод интегрирования быстро меняющихся функций [24].

Линейный p - n -переход

В рассматриваемых условиях уравнение Пуассона имеет вид (единицы СИ)

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{q\alpha}{\varepsilon\varepsilon_0}x, \quad (12)$$

а поэтому

$$M_n = (K_0 - 1)/(K_0 - K_0^{v^5}), \quad M_p = K_0^{v^5} M_n, \quad (13)$$

$$V_B = 60 \left(\frac{3 \cdot 10^{20}}{\alpha} \right)^{2/5} \left(\frac{\mathcal{E}_g}{1.1} \right)^{6/5} \left(\frac{17.7}{\varepsilon} \right)^{1/5}. \quad (14)$$

При выводе соотношений (13), (14) использовано известное выражение для напряжения на линейном p - n -переходе [2], а также учтено, что

$$\int_0^y \frac{(y-x)^7}{\sqrt{x}} dx = \frac{4096}{6435} y^{15/2}. \quad (15)$$

Формула (14) отличается от известной формулы Зи-Гиббонса для напряжения лавинного пробоя линейного p - n -перехода [2,8] последним сомножителем, который при типичных значениях ε , порядка 10 [2,25], как это видно, близок к единице.

Тонкая ступенчатая $p^+ - n^*(p) - n^+$ -структура ($p-i-n$)

Когда толщина высокоомной области (базы) рассматриваемой структуры

$$W > \tilde{W} = \sqrt{\frac{6\varepsilon_0\varepsilon}{5q}} \left(\frac{\mathcal{E}_g}{1.1} \right)^{3/4} \frac{10^{10}}{N^{7/8}} \approx 2\sqrt{\varepsilon} \mathcal{E}_g^{3/4} \left(\frac{3 \cdot 10^{15}}{N} \right)^{7/8}, \quad (16)$$

где N — концентрация легирующей примеси (например, донорной) в базе, то при $V = V_B$ ОПЗ распространяется не на всю толщину базы [9] (см. вставку на рис. 1). В этом случае выражения (6)–(11) остаются, естественно, справедливыми. В противоположном случае база обедняется свободными носителями при $V < V_B$ [9], вследствие чего выражения для коэффициентов размножения носителей и напряжения лавинного пробоя становятся существенно другими.

При $W < \tilde{W}$ из соотношений (1)–(3) и уравнения Пуассона

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{qN}{\varepsilon_0\varepsilon} \quad (17)$$

найдем, что

$$M_n = (K_0 - 1)/(K_0 - K_0^{v^8}), \quad M_p = K_0^{v^8} M_n, \quad (18)$$

где

$$\bar{v}^8 = \frac{(V + V_1)^8 - (V - V_1)^8}{V_2^8}, \quad (19)$$

$$V_1 = \frac{qNW^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} 10^{-6}, \quad (20)$$

$$V_2^8 = \left(\frac{6\varepsilon_0\varepsilon}{5 \cdot 10^8 qW^2} \right)^4 \left(\frac{1.1}{\mathcal{E}_g} \right)^6 \frac{1}{N}. \quad (21)$$

При выводе выражений (18)–(21) пренебрежено разномножением носителей в p^+ - и n^+ -слоях и напряжением на них. Это оправдано из-за резкого спада поля $E(x)$ в глубь высоколегированных слоев структуры [2,3,22,26]. Допустимость такого пренебрежения подтверждает и формула (7) при $N_A \ll N_D$ или при $N_D \ll N_A$.

Напряжение лавинного пробоя определяется уравнением $\bar{v} = 1$, которое не имеет точного аналитического решения. Однако пока W превосходит $\bar{W}/8$, значение поля при $x = W$ много меньше значения поля при $x = 0$. В этом случае, используя параметр малости

$$\left(1 - 2\frac{V_1}{V_2} \right)^8 \ll 1, \quad (22)$$

найдем, что в нулевом приближении по этому параметру

$$V_B = V_2 - V_1. \quad (23)$$

При совсем «тонкой» базе, когда

$$W \leq W_0 = \frac{1}{8}\bar{W}, \quad (24)$$

электрическое поле $E(x)$ настолько слабо изменяется вдоль базы, что вероятность ударной ионизации практически одинакова в любой ее точке [9,11]. Это позволяет получить

$$M_n = (K - 1)/(K - K^{v^7}), \quad M_p = K^{v^7} M_n, \quad (25)$$

$$\bar{M} = \frac{\gamma W}{\gamma W + v^7 \ln K} \frac{K^{v^7} \exp \gamma W - 1}{\exp \gamma W - 1} M_n, \quad (26)$$

$$V_B = 7 \sqrt{\frac{3}{25} \left(\frac{3q}{50\varepsilon_0\varepsilon} \right)^3 \left(\frac{\mathcal{E}_g}{1.1} W \right)^6} 10^6 \simeq 98 \left(\frac{W \mathcal{E}_g}{\sqrt{\varepsilon}} \right)^{6/7}, \quad (27)$$

где $\gamma < 0$, если структура освещается со стороны p^+ -области, и $\gamma > 0$, если оптическое излучение падает со стороны n^+ -области.

Из формул (6), (13) и (25) следует, что показатели степени в соотношениях Миллера (4) для коэффициентов размножения электронов и дырок определяются выражениями

$$n_n \cdot \ln v = \ln \left[(K_0^{v^\xi} - 1) / (K_0 - 1) \right], \quad (28)$$

$$n_p \cdot \ln v = \ln \left[\frac{K_0}{K_0 - 1} (1 - K_0^{-v^\xi}) \right], \quad (29)$$

где $\xi = 4, 5$ и 7 для ступенчатого p - n -перехода, линейного p - n -перехода и очень «тонкой» (24) p^+ - n - n^+ -структуры (ситуация 1, 2 и 3 соответственно). Если толщина базы p^+ - n - n^+ -структуры не очень мала, т.е. $W_0 < W < \tilde{W}$ (ситуация 4), то, как это следует из формул (18), показатели n_n и n_p также определяются выражениями (28) и (29), в правой части которых вместо v стоит \tilde{v} , а $\varepsilon = 8$. Значение показателя \tilde{n} лежит между значениями n_n и n_p . Из соотношений (1) и (2) видно, что при $\alpha = \beta$ коэффициенты M_n , M_p и \tilde{M} совпадают между собой, т.е. $n_n = n_p = \tilde{n} = n$, причем, как это следует из выражений (28) и (29), независимо от напряжения $n = 4, 5$ и 7 для ситуаций 1, 2 и 3 соответственно. Такие же значения имеют показатели степеней в соотношении Миллера при $V \ll V_B$, точнее, при $|\ln K_0 / \ln v| \ll \varepsilon$, независимо от величины отношения $K_0 = \beta(E_0) / \alpha(E_0)$. При $V \rightarrow V_B$, точнее, если

$$\Delta v = 1 - v \ll \min \left\{ \frac{1}{\xi |\ln K_0|}; \frac{1}{\xi} \right\}, \quad M \gg 1,$$

то для этих ситуаций

$$n_n = n_{nB} \equiv \xi K_0 \ln K_0 / (K_0 - 1), \quad n_p = n_{pB} \equiv \xi \ln K_0 / (K_0 - 1). \quad (30)$$

Рис. 1 позволяет сравнить численные значения $n_B^{(c)}$, рассчитанные в работе [22], и аналитические $n_B^{(a)}$, вычисленные по формулам (30), значения показателя степеней n_{nB} и n_{pB} ступенчатого асимметричного p - n -перехода. При вычислении зависимостей $n_B^{(a)}(N)$, как и в работе [22], использованы функциональные зависимости $\alpha(E)$ и $\beta(E)$, экспериментально определенные в работе [8]. Как следует из соотношений (4), при $M \gg 1$ отношение аналитического значения коэффициента размножения $M^{(a)}$ к численному $M^{(c)}$ равно отношению $n_B^{(c)}$ к $n_B^{(a)}$ (рис. 2-4). Из рис. 2-4 видно, что для всех рассмотренных полупроводников при зависимостях $\alpha(E)$ и $\beta(E)$, представленных в работе [8], зависимости $M^{(a)}(V)$ и $M^{(c)}(V)$ друг от друга не отличаются более чем на 50 %.

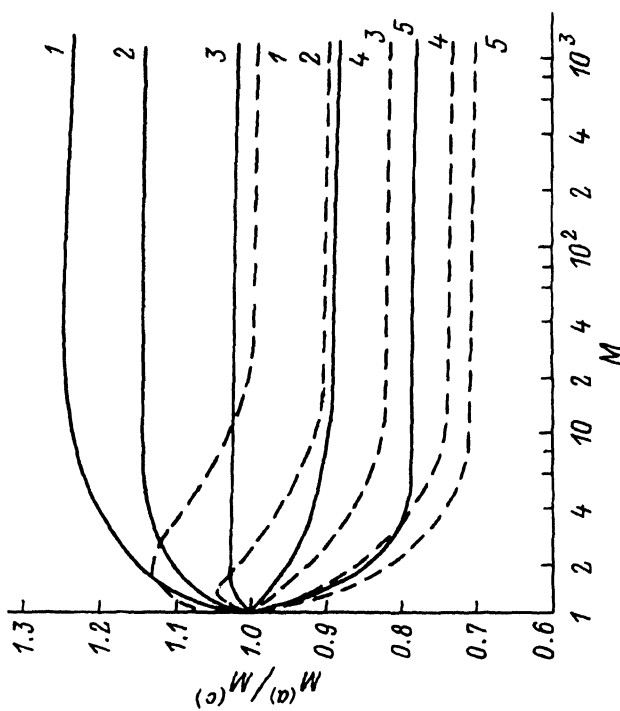


Рис. 2. Зависимость отношений аналитических значений коэффициентов лавинного размножения $M^{(a)}$ электронов и дырок к численным значениям $M^{(c)}$ [22] в ступенчатом асимметричном p - n -переходе на основе Ge от величины коэффициента размножения носителей $M = M^{(a)}$. Сплошные кривые — электроны, штриховые — дырки. Концентрация легирующей примеси в «высокоомной» части p - n -перехода N , см $^{-3}$: 1 — 10^{15} , 2 — $3 \cdot 10^{15}$, 3 — 10^{16} , 4 — $3 \cdot 10^{16}$, 5 — $6 \cdot 10^{16}$. Значения $K(E)$, как и в [22], взяты из работы [8].

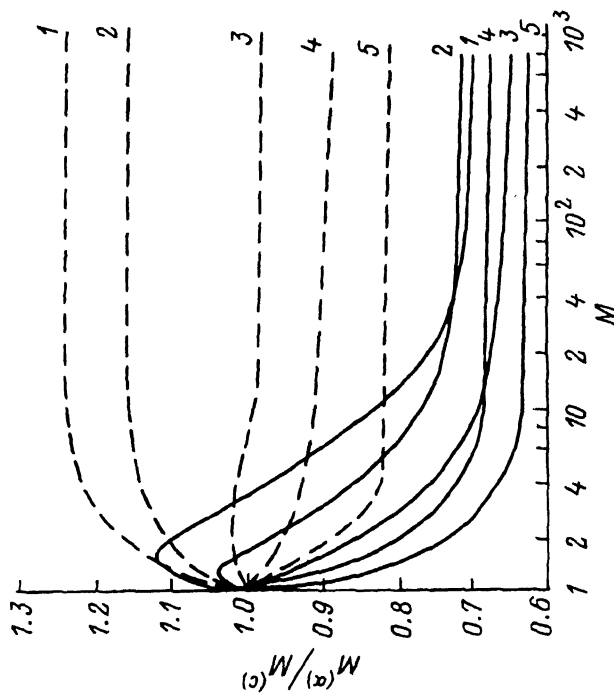


Рис. 3. Зависимость отношений аналитических значений коэффициентов лавинного размножения $M^{(a)}$ электронов и дырок к численным значениям $M^{(c)}$ [22] в ступенчатом асимметричном p - n -переходе на основе Si от величины коэффициента размножения носителей $M = M^{(a)}$. Сплошные кривые — электроны, штриховые — дырки. Концентрация легирующей примеси в «высокоомной» части p - n -перехода N , см $^{-3}$: 1 — 10^{15} , 2 — $3 \cdot 10^{15}$, 3 — 10^{16} , 4 — $3 \cdot 10^{16}$, 5 — $6 \cdot 10^{16}$. Значения $K(E)$, как и в [22], взяты из работы [8].

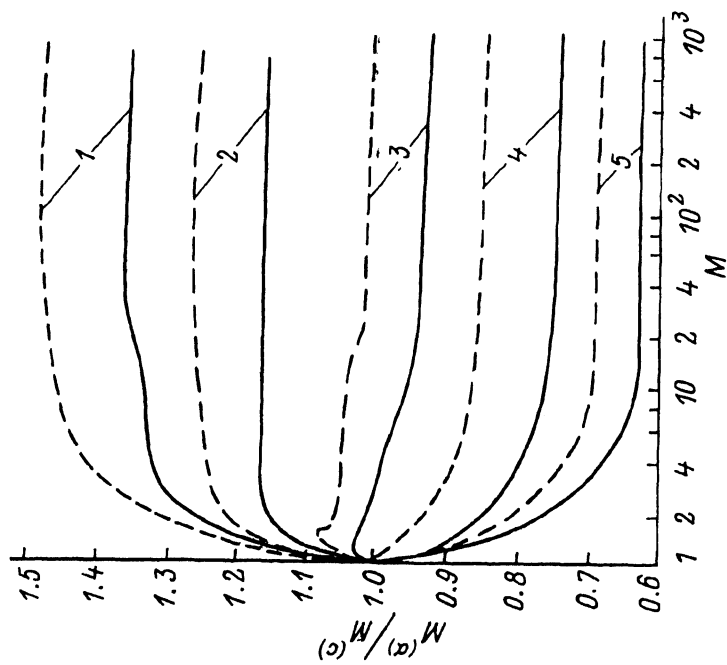


Рис. 4. Зависимость отношения аналитического значения коэффициента размножения носителей $M^{(a)}$ к численному $M^{(c)}$ [22] в ступенчатых асимметричных p - n -переходах на основе GaAs (сплошные линии) и GaP (штриховые) от коэффициента размножения носителей $M = M^{(a)}$. Концентрация легирующей примеси в высокоомной области p - n -перехода N , см^{-3} : 1 — 10^{15} , 2 — $3 \cdot 10^{15}$, 3 — 10^{16} , 4 — $3 \cdot 10^{16}$, 5 — $6 \cdot 10^{16}$. Значения $K(E)$, как и в [22], взяты из работы [8].

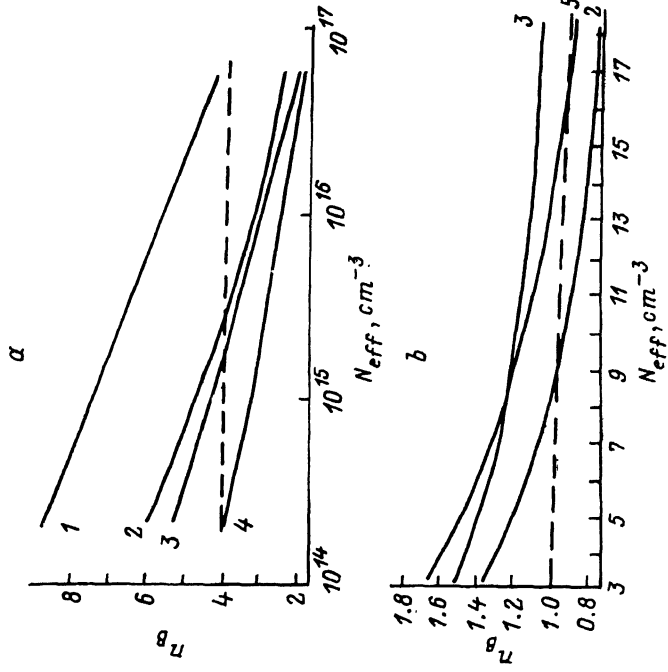


Рис. 5. Расчетные зависимости $n_v(N_{\text{эф}})$ в GaAs, вычисленные на основе различных зависимостей $\alpha(E) = \beta(E)$, взятых из работ: 1 — [18], 2 — [3], 3 — [14], 4 — [17], 5 — [8]. Штриховые прямые — аналитические значения.

Следует отметить, что численные значения показателя степени n в соотношении Миллера, как величина V_B , зависят, естественно, от того, какие функции $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ используются при расчете в соотношениях (1), (2). Проиллюстрируем это на простейшем примере, когда $\alpha(E) = \beta(E)$ и p - n -переход — ступенчатый. Варьируя выражения (1), (2), найдем, что в рассматриваемых условиях

$$n_B = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{500qN_{\text{eff}}}\alpha(E_B)E_B, \quad (31)$$

где $E_B = E(0)$ при $V = V_B$ определяется из условия

$$\int_0^{E_B} \alpha(E)dE = \frac{100q}{\varepsilon\varepsilon_0}N_{\text{eff}}. \quad (32)$$

На рис. 5, а представлены зависимости $n_B(N_{\text{eff}})$, рассчитанные на основе соотношений (31), (32) для четырех значений $\alpha(E) = \beta(E)$, полученных разными авторами в GaAs [3,14,17,18]. Видно, что аналитическое значение $n_{nB} = n_{pB} = 4$, вычисленное по формулам (30), примерно равно среднему значению по отношению к кривым 1-4 на рис. 5, а.

В соответствии с результатами работы [11] выражения (6)-(11) не справедливы при концентрациях

$$N_{\text{eff}} > (N_{\text{eff}})_{\text{max}} \cong 2 \cdot 10^{17}(\varepsilon_g)^2\varepsilon_i^{-4/3}, \quad (33)$$

что для многих полупроводников составляет величину порядка 10^{17} см^{-3} . При таких больших концентрациях, как это следует из работы [11] и соотношений (1) и (2), для ступенчатого p - n -перехода

$$n_n = \frac{\ln((K_0^v - 1)/(K_0 - 1))}{\ln v}, \quad n_p = n_n + \frac{1 - v}{\ln v} \ln K_0, \quad (34)$$

причем

$$n_{nB} = K_0 \ln K_0 / (K_0 - 1) = K_0 n_{pB}. \quad (35)$$

Для сравнения на рис. 5, б представлены зависимости $n_B^{(c)}(N_{\text{eff}})$ и $n_B^{(a)}(N_{\text{eff}}) = 1$ для случая $\alpha = \beta$, когда $n_{nB} = n_{pB} = n_B$. Видно, что значение $n_B^{(a)}(N_{\text{eff}}) = 1$ примерно равно среднему значению по отношению к численным кривым 2, 3, 5 на рис. 5, б. Отметим, что начиная с $N_{\text{eff}} \cong (N_{\text{eff}})_{\text{max}}$ зависимость напряжения пробоя V_B от N_{eff} по мере роста N_{eff} становится все более слабой, чем описываемая выражением (7), и в пределе стремится к значению $V_B = \varepsilon_i/q$. Этот вывод согласуется с результатами исследований [3,19].

Результаты данной работы хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований ряда p - n -структур, в том числе, на основе Si, Ge, GaAs, GaP, [1-3,6,8,13,20,21,23,27]. Приведем здесь три конкретных примера.

Таблица 1. Экспериментальные ^[27] и вычисленные по формулам (6) значения коэффициента лавинного размножения дырок M_p в ступенчатом германиевом $p-n$ -переходе при различных отношениях приложенного напряжения V к напряжению пробоя V_B . Принято, что $K_0 = 2$ ^[27].

V/V_B	M_p	
	эксперимент	теория
0.65	1.35	1.30
0.70	1.50	1.44
0.75	1.75	1.65
0.80	2.10	1.98
0.85	2.65	2.55
0.90	3.70	3.71
0.95	7.00	7.30

Таблица 2. Экспериментальные ^[27] и вычисленные по формулам (13) значения коэффициента лавинного размножения дырок M_p и электронов M_n в линейном германиевом $p-n$ -переходе при различных отношениях приложенного напряжения V к напряжению пробоя V_B .

V/V_B	M_p		M_n		K_0 ^[27]
	эксперимент	теория	эксперимент	теория	
0.65	1.25	1.19	1.12	1.09	2.10
0.70	1.40	1.28	1.20	1.14	2.0
0.75	1.60	1.44	1.30	1.22	2.0
0.80	1.85	1.70	1.40	1.33	2.10
0.85	2.40	2.13	1.70	1.56	2.0
0.90	3.50	3.10	2.20	2.0	2.10
0.95	6.80	5.89	3.90	3.45	2.0
0.975	13.0	11.64	7.0	6.32	2.0
0.98	—	14.52	—	7.76	2.0
0.985	—	19.33	—	10.16	2.0
0.99	30	28.9	—	14.97	2.0

При экспериментальном исследовании в работе ^[21] лавинного пробоя германиевого ступенчатого $p-n$ -перехода измеренные значения показателей степеней в соотношении Миллера оказались лежащими в диапазоне от 3 до 6.6. Такие же значения дают и выражения (28), (29) при $\xi = 4$, если учесть, что в Ge при использованных в работе ^[21] уровнях легирования $K_0 \cong 2 \div 3$ ^[1-3,6,8,21,27].

В лавинном фотодиоде на основе структуры металл-диэлектрик-полупроводник, экспериментально исследованной в работе ^[23], размножение носителей происходит в толстой p -Si-подложке. С точки зрения лавинного процесса, такая структура аналогична асимметрич-

ному ступенчатому $n^+ - p$ -переходу. Поэтому для нее применимы выражения (28)–(30) со значением $\xi = 4$. Концентрация мелких легирующих акцепторов в подложке рассматриваемой структуры составляла 10^{15} см^{-3} . При таком уровне легирования лавинный пробой в Si происходит тогда, когда напряженность электрического поля в Si вблизи гетерограницы диэлектрик–полупроводник достигает величины $E_B \cong 3 \cdot 10^{15} \text{ В/см}$ [2,8,9], а поэтому $K_0 \cong 10^{-2}$ [1-3,6,8,28]. Измеренное в [23] значение n_n при $V_B - V \ll V_B$ оказалось равным 0.2. Из формул (30) при $K_0 = 10^{-2}$ следует, что $n_{nB} = 0.186$.

В табл. 1 и 2 приведены экспериментальные [27] и вычисленные по формулам (6), (13) значения коэффициентов размножения электронов $M_n(V)$ и дырок $M_p(V)$ в германии для ступенчатого и линейного $p - n$ -переходов. Видно, что для этих переходов экспериментальные и аналитические значения отличаются друг от друга менее чем на 20 % во всем измеренном диапазоне напряжений.

Наконец, интересно посмотреть, к каким следствиям приводит применение соотношений (3), (30) к InSb. Дело в том, что если зависимость $\alpha(E)$ в этом материале была довольно хорошо известна еще в 1967 г. [29], то получить информацию о зависимости $\beta(E)$ никак не удавалось [12,30-32]. Подставив в (3) зависимость $\alpha(E)$ для InSb [29-32], найдем, что отношение $K = \beta/\alpha$ исчезающе мало, вплоть до напряженности электрического поля $E \cong 4 \cdot 10^4 \text{ В/см}$, вследствие чего значение n_{pB} чрезвычайно велико, значение же n_{nB} чрезвычайно мало. Это означает, что M_n становится много больше единицы уже при напряжениях V , еще заметно меньших напряжения лавинного пробоя V_B , а M_p остается равным 1 вплоть до значений V , предельно близких к V_B . Полученное следствие соотношений (3), (30) очень хорошо согласуется с экспериментальными данными работ [29,30] и объясняет, почему умножение дырок в InSb наблюдать чрезвычайно тяжело [12,29-32].

Список литературы

- [1] *Техника оптической связи. Фотоприемники*, под ред. У. Тсанга (М., Мир, 1988).
- [2] С.З. Зи. *Физика полупроводниковых приборов* (М., Мир, 1984).
- [3] И.В. Грехов, Ю.Н. Сереекин. *Лавинный пробой $p - n$ -перехода в полупроводниках* (Л., Энергия, 1980).
- [4] Н.Х. Арцис, В.А. Холоднов. *Радио и электроника*, **29**, 151 (1984).
- [5] *Полупроводниковые фотоприемники. Ультрафиолетовый, видимый и ближний инфракрасный диапазоны спектра*, под ред. В.И. Стафеева (М., Радио и связь, 1984).
- [6] G.E. Stillman, C.M. Wolf. *Semiconductors and Semimetals*, ed. by R.K. Willardson, A.C. Beer (N.Y.-San-Francisco-London, Academic Press, 1977) v. 12, p. 291.
- [7] В. Герлах. *Туристоры* (М. Энергоатомиздат, 1985).
- [8] S.M. Sze, G. Gibbons. *Appl. Phys. Lett.*, **8**, 11 (1966).
- [9] В.В. Осипов, В.А. Холоднов. *ФТП*, **20**, 2078 (1987).
- [10] В.А. Холоднов. *Письма ЖТФ*, **14**, 1349 (1988).
- [11] В.А. Холоднов. *Письма ЖТФ*, **14**, 551 (1988).
- [12] A.P. Dmitriev, M.P. Mikhailova, I.N. Yassievich. *Phys. St. Sol. (b)*, **140**, 9 (1987).
- [13] G.E. Stillman, L.W. Cook, N. Tabatanaie, G.E. Bulman, V.M. Robbins. *IEEE Trans. Electron. Dev*, **ED-30**, 364 (1983).
- [14] Y. Okuto, C.R. Growell. *Sol. St. Electron.*, **18**, 161 (1975).

- [15] M.H. Lee, C.M. Sze. Sol. St. Electron., **23**, 1007 (1980).
- [16] T. Mikawa, S. Kagawa, T. Kaneda, Y. Toyama. Appl. Phys. Lett., **37**, 387 (1980).
- [17] H. Kressel, G. Kursky. Int. J. Electron., **20**, 535 (1966).
- [18] S.N. Shabde, C. Yeh. J. Appl. Phys., **41**, 4743 (1970).
- [19] K.I. Nuttal, M.W. Nield. Int. J. Electron., **37**, 295 (1974).
- [20] L.W. Cook, G.E. Buiman, G.E. Stilman. Appl. Phys. Lett., **40**, 589 (1982).
- [21] S.L. Miller. Phys. Rev., **99**, 1234 (1955).
- [22] R. Leguerre, J. Urgell. Sol. St. Electron., **19**, 875 (1976).
- [23] S.V. Bogdanov, A.B. Kravchenko, A.F. Plotnicov, V.E. Shubin. Phys. St. Sol. (a), **93**, 361 (1986).
- [24] Я.Б. Зельдович, А.Д. Мышкис. *Элементы прикладной математики* (М., Наука 1972).
- [25] Х. Кейси, М. Пашин. *Лазеры на гетероструктурах* (М. Мир, 1981) т. 2.
- [26] В.А. Холоднов. *Оптический журнал*, № 12 (1995).
- [27] А.П. Шотов. ЖТФ, **28**, 437 (1958).
- [28] В.А. Кузьмин, Н.Н. Крюкова, А.С. Кюрегян, Т.Т. Мнацаканов. **9**, 735 (1975).
- [29] R.D. Vaertsch. J. Appl. Phys., **38**, 4267 (1967).
- [30] В.В. Гаврюшко, О.В. Косоков, В.Д. Лебедев. ФТП, **12**, 2351 (1978).
- [31] A.P. Dmitriev, M.P. Mikhailova, J.N. Yassievich. Phys. St. Sol. (b), **113**, 125 (1982).
- [32] А.П. Дмитриев, М.П. Михайлова, И.Н. Яссьевич. ФТП, **17**, 875 (1983).

Редактор Т.А. Полянская

Avalanche multiplication coefficients of carriers in $p-n$ structures

V.A. Kholodnov

State Enterprise RD & P Centre «Orion», 111123 Moscow, Russia

Analytical expressions are derived for the avalanche multiplication coefficients of carriers in $p-n$ structures. Most characteristic situations are considered: step (abrupt) and smooth (linear) $p-n$ junctions and thin $p^+-n(p)-n^+$ structure ($p-i-n$ type). A formulae is derived for the avalanche break-down voltage and index of a power in Miller relation for the dependence of the multiplication coefficient of carriers on the applied voltage. An illustration of semiconductors Ge, Si, GaAs, GaP and InSb shows that the analytical results obtained agree quantitatively well with the earlier performed numerical calculations and experimental data. These results enable us to estimate the multiplication coefficients of electrons and holes quickly and with good accuracy.