# Теория двупреломления звука в легкоплоскостных ромбоэдрических антиферромагнетиках с учетом гексагональной анизотропии и механических напряжений

© М.Б. Стругацкий, К.М. Скибинский

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Украина

E-mail: Strugatsky@tnu.crimea.ua

(Поступила в Редакцию 22 сентября 2009 г.)

Построенная термодинамическая теория магнитного двупреломления поперечного звука в легкоплоскостных слабых ферромагнетиках с индуцированной граничными условиями аксиальной базисной анизотропией обобщена на случай учета еще и гексагональной анизотропии, усиленной изотропными механическими напряжениями. Рассчитан магнитоупругий вклад $\Delta C_a$ в эффективный упругий модуль $C_{44}^{\text{eff}} = C_{44} + \Delta C_a$, определяющий фазовую скорость магнитной моды акустической волны в кристалле. Показано, что индуцированная анизотропия с симметрией второго и шестого порядков приводит к появлению в $\Delta C_a$ еще и анизотропного члена, имеющего симметрию четвертого порядка. Развитая теория позволила удовлетворительно описать имеющиеся эксперименты.

**1**. В работах [1,2] исследовалось линейное двупреломление звука в монокристалле бората железа — ромбоэдрическом легкоплоскостном антиферромагнетике со слабым ферромагнетизмом. Этот эффект, являющийся акустическим аналогом оптического эффекта Коттона–Мутона, впервые экспериментально был обнаружен в карбонате марганца $MnCO_3$ Гакелем [3] и теоретически обоснован Туровым [4]. Суть эффекта состоит в том, что при распространении поперечной линейно поляризованной звуковой волны вдоль оси третьего порядка ромбоэдрического антиферромагнитного кристалла одна из линейно поляризованных мод не взаимодействует с магнитной подсистемой (немагнитная мода), а вторая весьма существенно взаимодействует с ней (магнитная мода). Скорость звука магнитной моды зависит от магнитного поля, что приводит к снятию вырождения мод по скоростям и, как следствие, сдвигу фаз между модами и эллиптической поляризации прошедшей в кристалле волны. Двупреломление звука определяется магнитным вкладом $\Delta C$ в эффективный упругий модуль $C^{\text{eff}} = C + \Delta C$ антиферромагнетика. Этот вклад, возникающий при учете магнитоупругих (МУ) слагаемых в термодинамическом потенциале кристалла, определен в [5]. Теория Турова [4], хорошо работающая в случае карбоната марганца, не приводит к удовлетворительному описанию экспериментов на борате железа. Анализ показал [1,2], что проблема может быть обусловлена большой величиной магнитоупругой связи в борате железа $|\Delta C/C_{44}| \approx 0.8$, не только вызывающей эффекты двупреломления, но и неизбежно приводящей к существенному влиянию на эти эффекты механических граничных условий. Установлено, что расхождение между теорией и экспериментом может быть устранено на основе модели, в соответствии с которой экспериментальные граничные условия, обусловленные контактом кристалла с пьезопреобразователями, индуцируют в базисной плоскости кристалла одноосную магнитную анизотропию (базисно-анизотропная модель [1,2]). Из общих соображений ясно, что базисная анизотропия любой симметрии в принципе должна в той или иной степени сказываться на двупреломлении звука. Действительно, анизотропия, ограничивая колебания магнитных векторов, вызываемых акустической волной, эффективно проявляется как ослабление МУ-связи, лежащей в основе двупреломления. При этом можно ожидать, что на двупреломление будет влиять даже слабая базисная анизотропия, поскольку в выражение для магнитной добавки $\Delta C$ константы, определяющие эту анизотропию, должны входить умноженными на обменное поле (обменное усиление, см. [1,2]).

Целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния кристаллографической гексагональной магнитной анизотропии и механических напряжений на эффекты магнитного двупреломления звука в легкоплоскостных слабых ферромагнетиках.

**2**. Проявление гексагональной базисной анизотропии и механических граничных условий в магнитном двупреломлении звука экспериментально обнаружено и исследовано в легкоплоскостном слабоферромагнитном монокристалле гематита [6,7], обладающего рекордно большой величиной магнитоупругой связи $|\Delta C/C_{44}| \approx 0.9$. Эксперименты проводились на синтетических монокристаллах $\alpha$-$Fe_2O_3$ при комнатной температуре, когда гематит находится в слабоферромагнитной фазе. Звук возбуждался и регистрировался, как и в борате железа [1,2], пьезопреобразователями, укрепленными на базисных гранях образца. Поперечная акустическая волна распространялась вдоль оси $3_z$ кристалла, ее амплитуда на выходе из кристалла зависела от магнитного поля $A(H)$, причем эта зависимость, как и в карбонате марганца и борате железа, носила осцилляционный характер (осцилляции Гакеля–Турова [1,2]). Поворачивая магнитное поле в базисной плоскости, экспериментаторы [6,7] обнаружили смещения пиков кривой $A(H)$. Эти смещения имели хорошо выраженную $60^\circ$ периодичность с искажениями более низкой симметрии. Отметим, что попутно авторы [6,7] поставили задачу экспериментальной проверки предложенной нами теоретической модели, предполагающей наличие индуцированной одноосной анизотропии в базисной плоскости [1,2]. Проведя дополнительные исследования, сводящиеся к изучению влияния на двупреломление в гематите поворота пьезопреобразователей на 90°, они эту модель подтвердили.

При исследовании угловой зависимости амплитуды поперечного звука в гематите [6,7] было обнаружено также, что величина гексагональной анизотропии экспериментального образца существенно превосходит известную для гематита величину [8]. Наблюдаемое возрастание гексагональной анизотропии авторы [6] связывают с тем обстоятельством, что экспериментальный образец не отожжен. Однако проведенный отжиг [7] проблему не устранил — гексагональная анизотропия по-прежнему превосходила известное значение. Можно предположить, что возрастание гексагональной анизотропии вызвано остаточными ростовыми напряжениями в кристалле. Эти напряжения связаны с дефектной структурой реального кристалла, и их сложно полностью устранить даже путем тщательно проведенного отжига. Поскольку симметрия анизотропии сохранилась, можно допустить, что упомянутые напряжения эквивалентны тем, которые могли бы быть вызваны некоторым гидростатическим давлением [9]. В соответствии с кристаллофизическим принципом суперпозиции Кюри гидростатическое давление не изменяет симметрию кристалла. Однако из-за анизотропии упругих и магнитоупругих свойств такое давление при сохранении симметрии может повлиять на величину магнитной анизотропии, в частности гексагональной анизотропии [9].

Рассмотрим влияние базисной анизотропии на магнитное двупреломление звука в гематите теоретически. Поперечная акустическая волна, распространяющаяся вдоль тригональной оси кристалла (ось $z$), описывается уравнениями динамики [10]

$$\begin{cases} \rho\ddot{u}_x = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\partial^2 F}{\partial u_{xz}\partial z}, \\ \rho\ddot{u}_y = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\partial^2 F}{\partial u_{yz}\partial z}, \end{cases} \tag{1}$$

где $u_x$, $u_y$ — компоненты вектора смещения, $F$ — плотность термодинамического потенциала,

$$F = F_e + F_{me} + F_m, \tag{2}$$

включающая упругую $F_e$, магнитоупругую $F_{me}$ и магнитную $F_m$ части. Учтем в нашей базисноанизотропной модели [1,2] наряду с одноосной базисной анизотропией, индуцированной аксиальными напряжениями, еще и анизотропию гексагональную — кристаллографическую и вызванную гидростатическим давлением. В плотность термодинамического потенциала включим не индуцированную магнитную анизотропию, а непосредственно ее источники — одноосное $P_a$ и гидростатическое $P_h$ давление. Упругая часть плотности термодинамического потенциала в этом случае может быть представлена как

$$\begin{aligned} F_e = {} & \frac{1}{4}(C_{11}+C_{12})(u_{xx}+u_{yy})^2 + \frac{1}{2}C_{66}\left[(u_{xx}-u_{yy})^2+4u_{xy}^2\right] \\ & + \frac{1}{4}C_{33}u_{zz}^2 + 2C_{44}(u_{xz}^2+u_{yz}^2) + C_{13}(u_{xx}+u_{yy})u_{zz} \\ & + 2C_{14}\left[(u_{xx}-u_{yy})u_{yz}+2u_{xy}u_{xz}\right] + P_a(u_{xx}\cos^2\alpha \\ & + u_{yy}\sin^2\alpha + u_{xy}\sin 2\alpha) + P_h(u_{xx}+u_{yy}+u_{zz}). \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $\alpha$ — угол, образуемый легкой антиферромагнитной осью индуцированной анизотропии второго порядка $\eta_2$ с осью $x$ ($\parallel$ 2, рис. 1); $u_{ij}$ — компоненты тензора деформаций; $C_{ij} \sim 10^{12}\,\mathrm{erg/cm^3}$ — упругие постоянные. Обратим внимание на то, что под $u_{ij}$ мы понимаем полные деформации, включающие статическую и динамическую части. Здесь и далее ось $x$ совпадает с осью симметрии второго порядка кристалла; ось $y$ лежит в плоскости симметрии; $z$, как и ранее, параллельна тригональной оси.

Обсудим еще одну возможную причину возрастания базисной анизотропии. Дело в том, что экспериментальные граничные условия, обусловленные контактом кристалла с пьезодатчиками, могут вызывать не только уже учтенное нами одноосное давление, но и давление, изотропное в базисной плоскости, — плоскостное „гидростатическое“ давление $P_{\mathrm{ph}}$. Если такой механизм возрастания гексагональной анизотропии имеет место, то возникает дополнительный аргумент в пользу того, что отжиг кристалла не может восстановить его кристаллографическую анизотропию. Упомянутый механизм приводит к необходимости учета в термодинамическом потенциале (3) вместо или вместе с выражением $P_h(u_{xx}+u_{yy}+u_{zz})$ еще и выражения $P_{\mathrm{ph}}(u_{xx}+u_{yy})$. Однако наш анализ показал, что появление нового слагаемого принципиально не изменит результаты, к которым приводит термодинамический потенциал в форме (3). Поэтому в дальнейшем будем исходить из выражения (3).

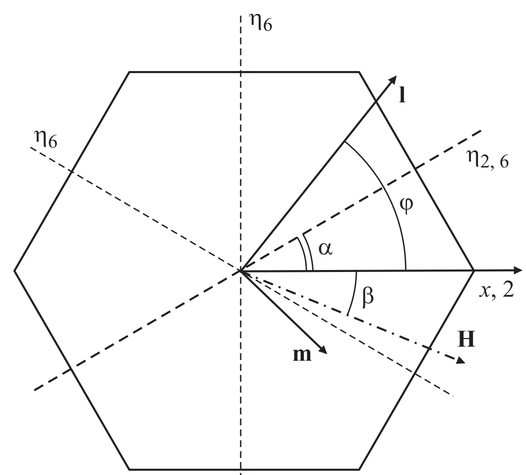


**Рис. 1.** Ориентация осей и векторов в кристалле гематита. $\eta_2$ и $\eta_6$ — легкие антиферромагнитные оси второго и шестого порядков. $\alpha = \pi/6$. Ориентация оси $\eta_2$ соответствует геометрии первого эксперимента (см. [7]).

МУ и магнитный вклады в плотность термодинамического потенциала (2) определяются выражениями

$$F_{me} = B_{11}(l_x^2 u_{xx} + l_y^2 u_{yy}) + B_{12}(l_x^2 u_{yy} + l_y^2 u_{xx}) + B_{66} l_x l_y u_{xy}$$
$$+ 2B_{14}[2l_x l_y u_{xz} + (l_x^2 - l_y^2)u_{yz}] + 2B_{41}[l_y l_z (u_{xx} - u_{yy})$$
$$+ 2l_x l_z u_{xy}] + B_{44}(l_x l_z u_{xz} + l_y l_z u_{yz}) + B_{13}(l_x^2 + l_y^2)u_{zz}$$
$$+ B_{31} l_z^2 (u_{xx} + u_{yy}) + B_{33} l_z^2 u_{zz}, \tag{4}$$

$$F_m = \frac{1}{2}Em^2 + \frac{1}{2}a l_z^2 + D(l_x m_y - l_y m_x) + \frac{1}{2i} d[(l_x + il_y)^3$$
$$- (l_x - il_y)^3] l_z + \frac{1}{2} e[(l_x + il_y)^6 + (l_x - il_y)^6] - 2M_0 \mathbf{mH}. \tag{5}$$

В (4) и (5) $B_{ij} \sim 10^7$ erg/cm$^3$ — МУ-постоянные; $l_i$, $m_i$ — компоненты антиферромагнитного $\mathbf{l}$ и ферромагнитного $\mathbf{m}$ векторов ($\mathbf{l} \perp \mathbf{m}$) соответственно; $M_0$ — подрешеточная намагниченность; $E$ — обменная постоянная; $D$ — константа Дзялошинского; $a = 4 \cdot 10^5$ erg/cm$^3$, $d \sim 10^3$ erg/cm$^3$, $e \sim d^2/4a \sim 1$ erg/cm$^3$ — константы одноосной, кубической и гексагональной магнитной кристаллографической анизотропии [10,11]; $\mathbf{H}$ — внешнее магнитное поле. Как и в экспериментах [6,7], будем рассматривать вектор $\mathbf{H}$, лежащий в базисной плоскости кристалла. Далее компоненты векторов $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$, для которых справедливы стандартные соотношения $\mathbf{m}^2 + \mathbf{l}^2 = 1$, $m \ll 1 \approx 1$, удобно представить в сферических координатах

$$\begin{cases} l_x = \sin\theta\cos\varphi, \\ l_y = \sin\theta\sin\varphi, \\ l_z = \cos\theta, \end{cases} \qquad \begin{cases} m_x = m\sin\varphi, \\ m_y = -m\cos\varphi, \\ m_z = 0, \end{cases} \tag{6}$$

где $\theta$, $\varphi$ — полярный и азимутальный углы антиферромагнитного вектора (рис. 1).

Минимизируя статическую часть плотности термодинамического потенциала (2), получаем выражения для компонент тензора статических деформаций и модуля ферромагнитного вектора

$$m = \frac{D + 2M_0 H \sin(\varphi + \beta)}{E} = \frac{H_D + H\sin(\varphi + \beta)}{2H_E}. \tag{8}$$

Здесь $H_E = E/4M_0 = 9.2 \cdot 10^6$ Oe, $H_D = D/2M_0 = 2.2 \cdot 10^4$ Oe — эффективные поля обмена и Дзялошинского соответственно; $\beta$ — угол, образуемый магнитным полем с осью $x$.

Из условия минимума статической части термодинамического потенциала по углу $\theta$ с учетом (7) и (8) мы нашли равновесную зависимость угла $\theta$ от азимутального угла $\varphi$, задаваемого внешним полем и анизотропией,

$$\delta = \theta - \frac{\pi}{2} = \frac{d' \sin 3\varphi + \mu_1 P_a \sin(2\alpha + \varphi)}{a - \mu_0 P_h}. \tag{9}$$

Здесь $\delta$ — малый угол выхода вектора $\mathbf{l}$ из базисной плоскости,

$$d' = d + \frac{4C_{14}B_{14}B_{41} - 2C_{44}B_{66}B_{41} + C_{14}B_{44}B_{66} - 2C_{66}B_{14}B_{44}}{2(C_{44}C_{66} - C_{14}^2)},$$

$$\mu_0 = 2\,\frac{(B_{11} + B_{12} - 2B_{31})(C_{13} - C_{33})}{C_{33}(C_{11} + C_{12}) - C_{13}^2} + \frac{(B_{13} - B_{33})(2C_{13} - C_{11} - C_{12})}{C_{33}(C_{11} + C_{12}) - C_{13}^2}, \quad \mu_1 = \frac{B_{44}C_{14} - 2B_{41}C_{44}}{2(C_{44}C_{66} - C_{14}^2)},$$

$$\mu_0 \sim \mu_1 \sim B_{ij}/C_{ij} \sim 10^{-5}.$$

Полевая зависимость статического равновесного угла $\varphi$ также определяется из условия минимума статической части термодинамического потенциала $F$. Это условие с учетом (7)–(9) сводится к выражению

$$\frac{C_{44}B_{66} + 2C_{14}B_{14}}{2(C_{44}C_{66} - C_{14}^2)} P_a H_E \sin[2(\varphi - \alpha)] + 3\delta d H_E \cos 3\varphi$$
$$- 6H_E e \sin 6\varphi + M_0 H[H_D + H\sin(\beta + \varphi)]\cos(\beta + \varphi) = 0. \tag{10}$$

$$\begin{cases} u_{xx}^0 - u_{yy}^0 = \dfrac{(2C_{14}B_{14} - C_{44}B_{66})\cos 2\varphi \sin^2\theta + (C_{14}B_{44} - 2C_{44}B_{41})\sin\varphi \sin 2\theta - P_a C_{44}\cos 2\alpha}{2(C_{44}C_{66} - C_{14}^2)}, \\ u_{xy}^0 = \dfrac{(2C_{14}B_{14} - C_{44}B_{66})\sin 2\varphi \sin^2\theta + (C_{14}B_{44} - 2C_{44}B_{41})\cos\varphi \sin 2\theta - P_a C_{44}\sin 2\alpha}{4(C_{44}C_{66} - C_{14}^2)}, \\ u_{xz}^0 = \dfrac{(C_{14}B_{66} - 2C_{66}B_{14})\sin 2\varphi \sin^2\theta + (2C_{14}B_{41} - C_{66}B_{44})\cos\varphi \sin 2\theta + P_a C_{14}\sin 2\alpha}{4(C_{44}C_{66} - C_{14}^2)}, \\ u_{yz}^0 = \dfrac{(C_{14}B_{66} - 2C_{66}B_{14})\cos 2\varphi \sin^2\theta + (2C_{14}B_{41} - C_{66}B_{44})\sin\varphi \sin 2\theta + P_a C_{14}\cos 2\alpha}{4(C_{44}C_{66} - C_{14}^2)}, \\ u_{xx}^0 + u_{yy}^0 = \dfrac{[2C_{13}B_{13} - C_{33}(B_{11} + B_{12})]\sin^2\theta + 2(C_{13}B_{33} - C_{33}B_{31})\cos^2\theta}{C_{33}(C_{11} + C_{12}) - 2C_{13}^2} + \dfrac{2P_h(C_{13} - C_{33}) - P_a C_{33}}{C_{33}(C_{11} + C_{12}) - 2C_{13}^2}, \\ u_{zz}^0 = \dfrac{[C_{13}(B_{11} + B_{12}) - (C_{11} + C_{12})B_{13}]\sin^2\theta + [2C_{13}B_{31} - (C_{11} + C_{12})B_{33}]\cos^2\theta}{C_{33}(C_{11} + C_{12}) - 2C_{13}^2} + \dfrac{P_h[2C_{13} - (C_{11} + C_{12})] + P_a C_{13}}{C_{33}(C_{11} + C_{12}) - 2C_{13}^2}, \end{cases} \tag{7}$$

Разложим теперь термодинамический потенциал (2) по малым динамическим переменным, в качестве которых достаточно взять динамические части сферического угла $\Delta\varphi$ и компонент тензора деформаций $\Delta u_{xz}\Delta u_{yz}$. В разложении будем учитывать слагаемые до второго порядка малости по динамическим переменным включительно. Динамические части полярного угла $\Delta\theta$ и модуля ферромагнитного вектора $\Delta m$ оказываются пренебрежимо малыми, поэтому мы их не учитываем. Используемые в [6,7] частоты позволяют считать, что в рассматриваемом случае, как и в [1,2], магнитные колебания квазиравновесным образом следуют за упругими. Это означает, что величину $\Delta\varphi$ можно определить из условия минимума термодинамического потенциала. С учетом (7)–(9) мы нашли

$$\Delta\varphi = -\frac{4H_E B_{14}(\Delta u_{xz}\cos 2\varphi - \Delta u_{yz}\sin 2\varphi)}{M_0\{2H_e H_{\text{mel}} + H[H_D \sin(\beta+\varphi) - H\cos 2(\beta+\varphi)]\} + GH_E}. \quad (11)$$

Подставляя разложение термодинамического потенциала в (1) и принимая во внимание (7)–(11), после некоторых преобразований получаем систему волновых уравнений, описывающих акустическую волну в ромбоэдрическом антиферромагнетике,

$$\begin{cases} \rho\ddot{u}_x = (C_{44} + \Delta C_a \cos^2 2\varphi)\dfrac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} - \dfrac{1}{2}\Delta C_a \sin 4\varphi \dfrac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}, \\ \rho\ddot{u}_y = (C_{44} + \Delta C_a \sin^2 2\varphi)\dfrac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} - \dfrac{1}{2}\Delta C_a \sin 4\varphi \dfrac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь $\Delta C_a$ — МУ-добавка к упругому модулю

$$\Delta C_a = -\frac{4H_E B_{14}^2}{M_0\{2H_E H_{\text{mel}} + H[H_D\sin(\beta+\varphi) - H\cos 2(\beta+\varphi)]\} + GH_E}, \quad (13)$$

где $H_{\text{mel}} = 0.96\,\text{Oe}$ — эффективное магнитоупругое поле [11],

$$G(P_a, P_h, \alpha, \varphi) = (\mu_2 + 18\frac{\mu_1}{d}\Delta e)P_a\cos 2(\varphi - \alpha) - 18\frac{\mu_1}{d}\Delta e P_a\cos(2\alpha + 4\varphi) - 36(e + \Delta e)\cos 6\varphi + 36\Delta e, \quad (14)$$

$\mu_2 = \frac{2C_{14}B_{14} - C_{44}B_{66}}{C_{14}^2 - C_{44}C_{66}} \sim B_{ij}/C_{ij} \sim 10^{-5}$; $\Delta e$ — эффективный вклад в гексагональную анизотропию, связанный с гидростатическим давлением, который определен нами в [9]

$$\Delta e = \frac{d'^2}{4(a - \mu_0 P_h)}. \quad (15)$$

Выражение (14) содержит базисноанизотропные члены, связанные как с симметрией кристалла, так и с внешним давлением. Интересно отметить, что в (13) наряду с ожидаемыми анизотропными слагаемыми второго и шестого порядков возникает слагаемое, имеющее осевую симметрию четвертого порядка. При этом гидростатическое давление $P_h$, входящее в знаменатель (15), влияет на анизотропию всех порядков, а не только на гексагональную анизотропию. Аксиальное же давление $P_a$ связано с анизотропными слагаемыми только второго и четвертого порядков. Анизотропию четвертого порядка мы изначально в нашу модель „не закладывали“. Однако противоречия здесь нет: анизотропия четвертого порядка не изменит результирующую симметрию анизотропии, которая в соответствии с уже упомянутым принципом Кюри все равно будет определяться симметрией второго порядка.

Уравнения (12) довольно сложны. Магнитная и немагнитная моды в них „перепутаны“. Для дальнейших расчетов упростим нашу базисноанизотропную модель [1,2]: будем считать, что индуцированная базисная анизотропия однородна вдоль оси $z$. Это означает, что распределение намагниченности в кристалле также будет однородным. Перейдем теперь к новой системе координат $rqz$, которая повернута относительно системы $xyz$ вокруг общей оси $z$ на угол $-2\varphi$ [1,2,4] (рис. 1). В однородном случае такое преобразование координат позволяет разделить переменные в (12) и получить независимые уравнения для немагнитной и магнитной мод акустической волны

$$\begin{cases} \rho\ddot{u}_r = (C_{44} + \Delta C_a)\dfrac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}, \\ \rho\ddot{u}_q = C_{44}\dfrac{\partial^2 u_q}{\partial z^2}. \end{cases} \quad (16)$$

Обратим внимание на то, что направления поляризации немагнитной **q** и магнитной **r** моды акустической волны меняются с изменением величины магнитного поля (см. (10)), чего не наблюдалось в базисноизотропном случае [4].

На выходе из кристалла амплитуда акустической гармонической волны, определяемой системой (16), для параллельных и скрещенных поляризаций пьезопреобразователей описывается выражениями (см. [4])

$$A_\perp = \sin 2\gamma|\sin(\Delta kh/2)|,$$

$$A_\parallel = \sqrt{1 - \sin^2 2\gamma\sin^2(\Delta kh/2)}, \quad (17)$$

где $h$ — толщина кристалла, $\gamma$ — угол между векторами поляризации падающей волны и ее магнитной моды. Разность волновых векторов $\Delta k$ магнитной и немагнитной мод определяется как

$$\Delta k = k_r - k_q = \omega\left(\sqrt{\frac{\rho}{C_{44} + \Delta C_a}} - \sqrt{\frac{\rho}{C_{44}}}\right), \quad (18)$$

где $\rho$ — плотность кристалла, $\omega$ — частота акустической волны.

На рис. 2 приведены полученные в работе [7] экспериментальные зависимости (точки) величины поля $H_m$, соответствующего одному из максимумов осцилляционной полевой зависимости амплитуды $A_\perp(H)$ акустической волны, от угла $\beta$, определяющего ориентацию поля в базисной плоскости относительно оси $2_x$ (рис. 1). Точки на рис. 2, *a* соответствуют ориентации пьезоизлучателя под углом $30^\circ$ к оси $2_x$ ($\alpha = 30^\circ$), на рис. 2, *b* — под углом $120^\circ$ ($\alpha = 120^\circ$). Экспериментальные зави-

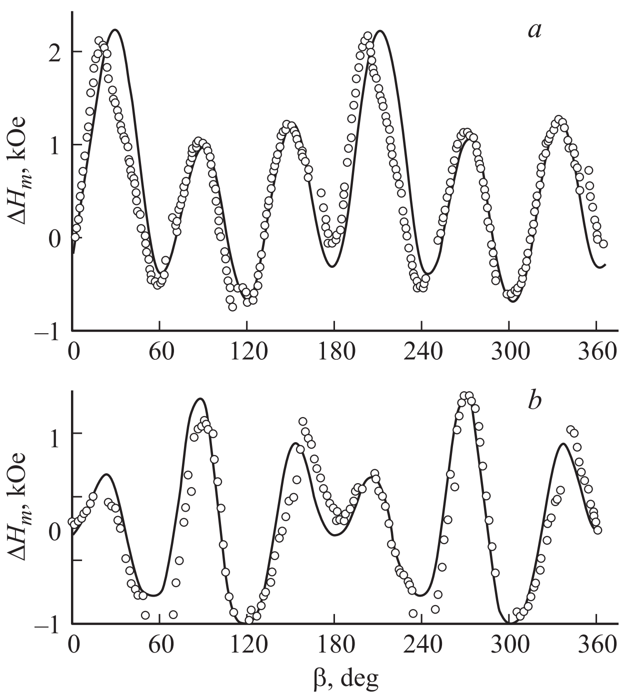


**Рис. 2.** Угловая зависимость положения максимума кривой $A_\perp(H)$. Точки — эксперимент [7], сплошные линии — теория. Ориентация пьезопреобразователя под углом 30 ($a$) и 120° ($b$) к оси $2_x$.

симости демонстрируют влияние на двупреломление гексагональной анизотропии, на которую накладывается анизотропия более низкой симметрии.

Решая уравнения

$$\partial A_\perp/\partial H = 0, \tag{19}$$

соответствующее максимумам кривой $A_\perp(H)$ [7], и варьируя входящие в них параметры (давление), можно найти необходимые для сравнения с экспериментом расчетные зависимости $\Delta H_m(\beta) = H_m(\beta) - H_m(0)$. Уравнения (19), записанные для двух случаев геометрии эксперимента, позволили получить кривые $\Delta H_m(\beta)$ (рис. 2), отражающие основные закономерности эксперимента. Обратим внимание на то, что согласие с экспериментом достигается при $P_h \sim 10^{10}$ dyn/cm$^2$ (см. [11]), $P_a \sim 10^8$ dyn/cm$^2$. Важно подчеркнуть, что аксиальное давление по порядку величины совпадает с нашими оценками для бората железа [12]. Анализ показал также, что фигурирующие в эксперименте поля ($H_m(0) = 6$ kOe) при таких давлениях намагничивают кристалл практически до насыщения ($\mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$, $\varphi = \pi/2 - \beta$, рис. 1). Это означает, что угол $\gamma$ в (16) не будет зависеть от величины магнитного поля ($\partial\gamma/\partial H = 0$). В этом случае условие максимума (18) сводится к соотношению

$$\Delta k h = \pi(2n+1), \tag{20}$$

представляющему собой условие „магнитно-немагнитного" (межмодового) акустического резонанса. Это уравнение с учетом (13), (14) и (18) приобретает вид

$$\begin{aligned} &M_0\Delta H_m(\beta)[H_D + 2H_m(0) + \Delta H_m(\beta)] \\ &\quad - [\mu_2 + 18(\mu_1/d)\Delta e]P_a H_E[\cos 2(\alpha+\beta) - \cos 2\alpha] \\ &\quad - 18(\mu_1/d)P_a H_E \Delta e[\cos(2\alpha - 4\beta) - \cos 2\alpha] \\ &\quad - 36(e + \Delta e)H_E(\cos 6\beta - 1) = 0. \end{aligned} \tag{21}$$

Кривые $\Delta H_m(\beta)$, построенные на основе (21), практически совпадают с кривыми, даваемыми общим уравнением (19) при одних и тех же значениях параметров. Отметим важность для описания экспериментов слагаемого в (21), соответствующего анизотропии четвертого порядка. Без этого слагаемого хорошего согласия с экспериментом получить не удается, особенно если речь идет о рис. 2, $b$ (ср. [7]). Следует обратить внимание еще и на следующее обстоятельство. Поскольку в рассматриваемом случае выполняется соотношение $H_D + 2H_m(0) \gg \Delta H_m(\beta)$, мы можем упростить уравнение (21), записав его в линейном по переменной $\Delta H_m$ приближении. Построенные в этом приближении кривые $\Delta H_m(\beta)$ слабо отличаются от представленных на рис. 2.

В заключение отметим, что теория двупреломления звука для идеального ромбоэдрического кристалла не позволяет адекватно описать эксперименты [7]. К согласию с экспериментами приводит теория, основанная на учете механических напряжений различной симметрии. При этом наблюдаемое в эксперименте увеличение гексагональной анизотропии оказывается естественным следствием изотропных механических напряжений. Константы же кристаллографической анизотропии гематита в наших расчетах не превосходят известные из литературы величины [8].

## Список литературы


[1] Ю.Н. Мицай, К.М. Скибинский, М.Б. Стругацкий, В.В. Тараканов. ФТТ **39**, 901 (1997).
[2] Yu.N. Mitsay, K.M. Skibinsky, M.B. Strugatsky, A.P. Korolyuk, V.V. Tarakanov, V.I. Khizhnyi. J. Magn. Magn. Mater. **219**, 340 (2000).
[3] В.Р. Гакель. Письма в ЖЭТФ **9**, 590 (1969).
[4] Е.А. Туров. ЖЭТФ **96**, 2140 (1989).
[5] В.И. Ожогин, В.Л. Преображенский. ЖЭТФ **73**, 988 (1977).
[6] И.Ш. Ахмадуллин, С.А. Мигачев, М.Ф. Садыков, М.М. Шакирзянов, ФТТ **46**, 305 (2004).
[7] И.Ш. Ахмадуллин, С.А. Мигачев, М.Ф. Садыков, М.М. Шакирзянов. ФТТ **47**, 506 (2005).
[8] М.М. Фарзтдинов. УФН **84**, 611 (1964).
[9] М.Б. Стругацкий, К.М. Скибинский. ФТТ **51**, 1108 (2009).
[10] Е.А. Туров, А.В. Колчанов, В.В. Меньшенин, И.Ф. Мирсаев, В.В. Николаев. Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков. Физматлит, М. (2001). 560 с.
[11] M.H. Seavey. Solid State Commun. **10**, *2*, 219 (1972).
[12] М.Б. Стругацкий, К.М. Скибинский. Учен. зап. ТНУ **19**, 130 (2006).