01;10

ОБ АНАЛИТИЧЕСКИХ СВЯЗЯХ МЕЖДУ АБЕРРАЦИОННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ КОНИЧЕСКИ ОТКЛОНЯЮЩИХ СИСТЕМ

Л.Г.Гликман, И.Ф.Спивак-Лавров, А.К.Шектыбаев

Рассмотрены аберрации конических отклоняющих систем, связанные с шириной предмета, получены простые аналитические соотношения между аберрационными коэффициентами, сделаны выводы об отсутствии некоторых типов аберраций, связанных с шириной предмета.

Свойства симметрии электрических и магнитных полей, используемых в корпускулярно-оптических ситемах, могут проявляться в возникновениии определенных связей между их характеристиками, в том числе между аберрационными коэффициентами этих систем. Если такие связи удается найти в явном аналитическом виде, то это может значительно облегчить исследование свойств систем. Кроме того, найденные аналитические зависимости могут быть использованы для тестовых проверок при проведении численных расчетов.

В [1] были найдены соотношения между аберрационными коэффициентами электронно-оптических систем с двумерными полями, имеющими среднюю плоскость. В настоящей работе метод, предложенный в [1], применен к исследованию аберраций конических отклоняющих систем [2,3]. Так же как в [1], предполагается, что осевая траектория пучка лежит в средней плоскости конической системы и перпендикулярна предметной плоскости и двум гауссовым плоскостям, где формируются линейные изображения точечного источника, одно из которых перпендикулярно к средней плоскости, а другое параллельно ей.

Введем криволинейную ортогональную систему координат x, y, s, связанную с осевой траекторией пучка. Ось y имеет постоянное направление в пространстве перпендикулярное средней плоскости, ось s направлена по касательной к осевой траектории, а ось x — так, чтобы орты образовывали правую систему координат. Начальные условия для траектории, выходящей из любой точки предметной плоскости при $s = 0$, будем описывать следующими параметрами:

$$x = x_{\text{п}}, \quad y = y_{\text{п}}, \quad x' = x'_{\text{п}} = \left(\frac{dx}{ds}\right)_{s=0} = \operatorname{tg}\alpha_{\text{п}},$$

$$y' = y'_п = \left(\frac{dy}{ds}\right)_{s=0} = \frac{\operatorname{tg}\delta_п}{\cos\alpha_п}, \quad \varepsilon = \frac{W_п - W_c}{W_c}, \quad \gamma = \frac{m - m_c}{m_c}. \tag{1}$$

Через α обозначен угол между проекцией скорости частицы на среднюю плоскость и касательной к осевой траектории, через δ — угол между скоростью частицы и средней плоскостью. Штрихи обозначают дифференцирование по s; W_c и m_c — начальная кинетическая энергия и масса частиц, движущихся по осевой траектории; $W_п$ и m — эти же величины для произвольной частицы, вышедшей из предметной плоскости. Таким образом, параметры ε и γ характеризуют соответственно относительный разборос по энергии и массе в пучке.

Электростатический и магнитостатический потенциалы, описывающие поля конических отклоняющих систем, в сферической системе координат r, ϑ, ψ зависит только от угловых переменных ϑ, ψ. В таком поле траектории частиц, имеющих одинаковую скорость ϑ на координатной линии $\vartheta = \text{const}$, $\psi = \text{const}$, связаны преобразованием гомотетии

$$r^* = \lambda r, \tag{2}$$

где λ — масштабный множитель.

Свойство подобия траекторий (2) позволяет найти траекторию частицы, вышедшей из любой точки предметной плоскости, если известны траектории частиц, вышедших из бесконечно узкого прямолинейного источника, расположенного перпендикулярно средней плоскости. Таким образом, могут быть найдены аберрации конических отклоняющих систем, связанные с шириной предмета.

Полагая, что для траекторий, вышедших из бесконечно узкого источника, $\lambda = 1$, для произвольной траектории получим

$$\lambda = 1 - \frac{x_п}{p(1 + x'_п \operatorname{tg}\sigma_0)}. \tag{3}$$

Здесь σ — угол между касательной к осевой траектории $r = \rho(s)$ и перпендикуляром к лучу $\vartheta = \pi/2$, $\psi = \text{const}$ в точке его пересечения с осевой траекторией. Этот угол определяется из равенства $\sin\sigma = \rho'$. $p = \rho_0 \cos\sigma_0$ — параметр, абсолютная величина которого равна расстоянию от начала координат до осевой траектории в предметном пространстве. Индексом "0" отмечены значения ρ и σ при $s = 0$.

Используя соотношение (3) для произвольной траектории с начальными условиями (1), найдем координату x точки ее пересечения с первой гауссовой плоскостью, где формируется изображение точечного предмета, перпендикулярное к средней плоскости,

$$x_{b1} = x_1 + \frac{x_п}{1 + x'_п \operatorname{tg}\sigma_0}\left[M_x(1 + x'_1 \operatorname{tg}\sigma_1) - \frac{x_1}{P}\right] \tag{4}$$

и координату y — точки пересечения со второй гауссовой плоскостью

$$y_{b2} = y_2 + \frac{x_п}{1 + x'_п \operatorname{tg}\sigma_0}\left(M_x y'_2 \operatorname{tg}\sigma_2 - \frac{y_2}{P}\right). \tag{5}$$

Здесь x_1, x'_1, и y_2, y'_2 — криволинейные координаты и их производные в первой и второй гауссовых плоскостях соответственно для траектории частицы, вышедшей из точки бесконечно узкого источника, расположенного в предметной плоскости перпендикулярно средней плоскости, с начальными условиями

$$x_0 = x_п = 0, \quad x_0' = x_п,$$
$$y_0 = \frac{1 + x_п' \operatorname{tg}\sigma_0}{1 + x_п' \operatorname{tg}\sigma_0 - \frac{x_п}{P}} \left(y_п - \frac{x_п y_п' \operatorname{tg}\sigma_0}{1 + x_п' \operatorname{tg}\sigma_0} \right),$$
$$y_0' = y_п', \quad \varepsilon_0 = \varepsilon, \quad \gamma_0 = \gamma. \tag{6}$$

Индексы “1” и “2” при σ указывают на принадлежность значений σ к первой и второй гауссовым плоскостям соответственно, M_x — линейное увеличение в направлении, параллельном средней плоскости.

Угловые аберрации, соответствующие слагаемым, содержащим $x_п$, можно получить, воспользовавшись равенствами

$$x_{b1}' = x_1', \quad y_{b2}' = y_2' = y_1'. \tag{7}$$

Рассмотрим в дальнейшем линейные геометрические и хроматические аберрации до третьего порядка включительно для узкого источника (считая, что $x_п$ мало́), а также линейные геометрические и хроматические аберрации до второго порядка для ленточного пучка, когда координата $x_п$ произвольна и ее величина практически ограничена только размерами области, в которой реализовано коническое поле.

Для произвольной статической корпускулярно-оптической системы со средней плоскостью в случае узкого источника выражения для x_{b1}, x_{b1}' и y_{b2}, y_{b2}' можно записать в виде

$$\begin{gathered}
x_{b1} = M_x x_п + A_5\varepsilon + A_6\gamma + A_{11}x_п^2 + A_{12}x_п x_п' + A_{22}x_п'^2 + \\
+ A_{33}y_п^2 + A_{34}y_п y_п' + A_{44}y_п'^2 + A_{15}x_п\varepsilon + A_{25}x_п'\varepsilon + \\
+ A_{16}x_п\gamma + A_{26}x_п'\gamma + A_{55}\varepsilon^2 + A_{66}\gamma^2 + A_{111}x_п^3 + A_{112}x_п^2 x_п' + \\
+ A_{122}x_п x_п'^2 + A_{222}x_п'^3 + A_{133}x_п y_п^2 + A_{134}x_п y_п y_п' + \\
+ A_{144}x_п y_п'^2 + A_{233}x_п' y_п^2 A_{234}x_п' y_п y_п' + A_{244}x_п' y_п'^2 + A_{115}x_п^2\varepsilon + \\
+ A_{125}x_п x_п'\varepsilon + A_{225}x_п'^2\varepsilon + A_{155}x_п\varepsilon^2 + A_{255}x_п'\varepsilon^2 + A_{555}\varepsilon^3,
\end{gathered} \tag{8}$$

$$\begin{gathered}
x_{b1}' = -\frac{x_п}{f_x} + \Gamma_x x_п' + A_5'\varepsilon + A_6'\gamma + A_{11}'x_п^2 + A_{12}'x_п x_п' + A_{22}'x_п'^2 + \\
+ A_{33}'y_п^2 + A_{34}'y_п y_п' + A_{44}'y_п'^2 + A_{15}'x_п\varepsilon + A_{25}'x_п'\varepsilon + A_{55}'\varepsilon^2,
\end{gathered} \tag{9}$$

$$\begin{gathered}
y_{b2} = M_y y_п + B_{13}x_п y_п + B_{14}x_п y_п' + B_{23}x_п' y_п + B_{24}x_п' y_п' + \\
+ B_{35}y_п\varepsilon + B_{45}y_п'\varepsilon + B_{113}x_п^2 y_п + B_{114}x_п^2 y_п' + B_{123}x_п x_п' y_п + \\
+ B_{124}x_п x_п' y_п' + B_{223}x_п'^2 + B_{224}x_п'^2 y_п' + B_{333}y_п^3 + \\
+ B_{334}y_п^2 y_п' + B_{344}y_п y_п'^2 + B_{444}y_п'^3,
\end{gathered} \tag{10}$$

$$y_{b2}' = \Gamma_y y_п' - \frac{y_п}{f_y} + B_{13}'x_п y_п + B_{14}'x_п y_п' + B_{23}'x_п' y_п + B_{24}'x_п' y_п' + B_{35}'y_п\varepsilon + B_{45}'y_п'\varepsilon. \tag{11}$$

Здесь f_x и f_y — фокусные расстояния в горизонтальном направлении (направлении параллельном средней плоскости) и вертикальном направлении соответственно, отвечающие пространству изображений; Γ_x и Γ_y — угловые увеличения в горизонтальном и вертикальном направлениях соответственно; M_y — линейное увеличение в вертикальном направлении. Индексы i, k, j в коэффициентах A_i, A_{ik}, B_{ik}, A_{ikj}, B_{ikj} принимают значения 1, 2, ..., 6, указывающие на соответствие параметрам $x_\text{п}$, $x'_\text{п}$, $y_\text{п}$, $y'_\text{п}$, ε, γ; A_5 и A_6 — линейные дисперсии по энергии и массе соответственно; A_{ik}, B_{ik}, A_{ikj}, B_{ikj} — аберрационные коэффициенты, определяющие линейные аберрации второго и третьего порядка в первой и второй гауссовых плоскостях. Теми же буквами со штрихами обозначены угловые дисперсии и угловые аберрационные коэффициенты.

Для конических полей в силу равенств (7) и свойства подобия имеют место следующие условия: $f_x = \infty$ и равны нулю A'_{11}, A_{12}, A'_{15}. Полагая в формулах (8)–(11) $x_\text{п} = 0$, $f_x = \infty$, получим x_1, x'_1 и y_2, y'_2 — координаты и их производные для траектории, вышедшей из бесконечно узкого источника, а затем, используя соотношения (4)–(6), найдем выражения для аберрационных коэффициентов, связанных с шириной источника. Сразу отметим, что будут равны нулю аберрационные коэффициенты, связанные с шириной источника A_{11}, A_{111}, A_{112}, A_{115}. Для остальных коэффициентов получим формулы

$$A_{12} = M_x(\Gamma_x \operatorname{tg}\sigma_1 - \operatorname{tg}\sigma_0),$$

$$A_{15} = M_x A'_5 \operatorname{tg}\sigma_1 - \frac{A_5}{P},$$

$$A_{16} = M_x A'_6 \operatorname{tg}\sigma_1 - \frac{A_6}{P},$$

$$A_{122} = M_x(\operatorname{tg}^2\sigma_0 + A'_{22}\operatorname{tg}\sigma_1 - \Gamma_x \operatorname{tg}\sigma_0 \operatorname{tg}\sigma_1) - \frac{A_{22}}{P},$$

$$A_{125} = M_x \operatorname{tg}\sigma_1 (A'_{25} - A'_5 \operatorname{tg}\sigma_0) + \frac{1}{P}(A_5 \operatorname{tg}\sigma_0 - A_{25}),$$

$$A_{155} = M_x A'_{55} \operatorname{tg}\sigma_1 - \frac{A_{55}}{P},$$

$$A_{133} = M_x A'_{33} \operatorname{tg}\sigma_1 + \frac{A_{33}}{P},$$

$$A_{134} = M_x A'_{34} \operatorname{tg}\sigma_1 - 2A_{33}\operatorname{tg}\sigma_0,$$

$$A_{144} = M_x A'_{44} \operatorname{tg}\sigma_1 - A_{34}\operatorname{tg}\sigma_0 - \frac{A_{44}}{P},$$

$$B_{13} = -\frac{M_x \operatorname{tg}\sigma_2}{f_y},$$

$$B_{14} = M_x \Gamma_y \operatorname{tg}\sigma_2 - M_y \operatorname{tg}\sigma_0,$$

$$B'_{13} = -\frac{1}{P f_y}, \quad B'_{14} = \frac{\operatorname{tg}\sigma_0}{f_y},$$

$$B_{113} = -\frac{M_x \operatorname{tg}\sigma_2}{f_y P},$$

$$B_{114} = \frac{M_x \operatorname{tg}\sigma_0 \operatorname{tg}\sigma_1}{f_y},$$

$$B_{123} = \frac{M_x \operatorname{tg}\sigma_0 \operatorname{tg}\sigma_1}{f_y} + M_x B'_{23} \operatorname{tg}\sigma_2,$$

$$B_{124} = \operatorname{tg}\sigma_0(M_y \operatorname{tg}\sigma_0 - M_x \Gamma_y \operatorname{tg}\sigma_2 - B_{23}) - \frac{B_{24}}{P} + M_x B'_{24} \operatorname{tg}\sigma_2.$$

Из полученных формул, в частности, видно, что для ахроматичной системы ($A_5 = A'_5 = 0$) с симметричной осевой траекторией, когда $\sigma_1 = -\sigma_0$, равен нулю коэффициент хроматической аберрации A_{15}. Если коническая система является телескопической в направлении, перпендикулярном средней плоскости, $f_y = \infty$ и обращаются в нуль коэффициенты B_{13}, B'_{13}, B_{14}, B_{113}, B_{114}.

В случае ленточного пучка соответствующие аберрационные коэффициенты мы будем обозначать теми же символами со звездочкой. Запишем следующие выражения для x_{b1}, x'_{b1} и y_{b2}, y'_{b2}:

$$x_{b1} = x_{\text{п}} M_x + x_{\text{п}} M_x(\Gamma_x \operatorname{tg}\sigma_1 - \operatorname{tg}\sigma_0)x'_{\text{п}} + \left[\left(1 - \frac{x_{\text{п}}}{P}\right) A_5 + x_{\text{п}} M_x A'_5 \operatorname{tg}\sigma_1\right]\varepsilon +$$
$$+ \left[\left(1 - \frac{x_{\text{п}}}{P}\right) A_6 + x_{\text{п}} M_x A'_6 \operatorname{tg}\sigma_1\right]\gamma + A^*_{22} x'^2_{\text{п}} + A^*_{25} x'_{\text{п}}\varepsilon +$$
$$+ A^*_{26} x'_{\text{п}}\gamma + A_{55}\varepsilon^2 + A_{66}\gamma^2 + A^*_{33} y^2_{\text{п}} + A^*_{34} y_{\text{п}} y'_{\text{п}} + A^*_{44} y'^2_{\text{п}}, \qquad (12)$$

$$x'_{b1} = \Gamma_x x'_{\text{п}} + A'_5\varepsilon + A'_6\gamma + A'_{22} x'^2_{\text{п}} + A'_{25} x'_{\text{п}}\varepsilon + A'_{55}\varepsilon^2 +$$
$$+ A'_{26} x'_{\text{п}}\gamma + A'_{66}\gamma^2 + A'^*_{33} y^2_{\text{п}} + A'^*_{34} y_{\text{п}} y'_{\text{п}} + A'^*_{44} y'^2_{\text{п}}, \qquad (13)$$

$$y_{b2} = \left[M_y - \frac{x_{\text{п}} M_x \operatorname{tg}\sigma_2}{f_y\left(1 - \frac{x_{\text{п}}}{P}\right)}\right] y_{\text{п}} + \left[x_{\text{п}} M_x \Gamma_y \operatorname{tg}\sigma_2 - x_{\text{п}} M_y \operatorname{tg}\sigma_0 +\right.$$
$$\left. + \frac{x^2_{\text{п}} M_x \operatorname{tg}\sigma_0 \operatorname{tg}\sigma_2}{f_y\left(1 - \frac{x_{\text{п}}}{P}\right)}\right] y'_{\text{п}} + B^*_{23} y_{\text{п}} x'_{\text{п}} + B^*_{24} x'_{\text{п}} y'_{\text{п}} + B^*_{35} y_{\text{п}}\varepsilon + B^*_{45} y'_{\text{п}}\varepsilon, \qquad (14)$$

$$y'_{b2} = -\frac{y_{\text{п}}}{f_y\left(1 - \frac{x_{\text{п}}}{P}\right)} + \left[\Gamma_y + \frac{x_{\text{п}} \operatorname{tg}\sigma_0}{f_y\left(1 - \frac{x_{\text{п}}}{P}\right)}\right] y'_{\text{п}} +$$
$$+ B'^*_{23} x'_{\text{п}} y_{\text{п}} + B'^*_{24} x'_{\text{п}} y'_{\text{п}} + B'^*_{35} y_{\text{п}}\varepsilon + B'^*_{45} y'_{\text{п}}\varepsilon. \qquad (15)$$

Здесь введены обозначения

$$A^*_{22} = \left(1 - \frac{x_{\text{п}}}{P}\right) A_{22} + x_{\text{п}} M_x(\operatorname{tg}^2\sigma_0 - \Gamma_x \operatorname{tg}\sigma_0 \operatorname{tg}\sigma_1 + A'_{22} \operatorname{tg}\sigma_1),$$

$$A^*_{25} = \left(1 - \frac{x_{\text{п}}}{P}\right) A_{25} + x_{\text{п}} M_x \operatorname{tg}\sigma_1(A'_{25} - A'_5 \operatorname{tg}\sigma_0) + \frac{x_{\text{п}} A_5 \operatorname{tg}\sigma_0}{P},$$

$$A_{55}^* = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right) A_{55} + x_п M_x \operatorname{tg}\sigma_1 A'_{55},$$

$$A_{26}^* = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right) A_{26} + x_п M_x \operatorname{tg}\sigma_1 (A'_{26} - A'_6 \operatorname{tg}\sigma_0) + \frac{x_п A_6 \operatorname{tg}\sigma_0}{P},$$

$$A_{66}^* \left(1 - \frac{x_п}{P}\right) A_{66} + x_п M_x \operatorname{tg}\sigma_1 A'_{66},$$

$$A_{33}^* = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} A_{33} + x_п M_x \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-2} A'_{33} \operatorname{tg}\sigma_1,$$

$$A_{34}^* = A_{34} + x_п M_x \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} A'_{34} \operatorname{tg}\sigma_1 -$$

$$-2x_п \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} A_{33} \operatorname{tg}\sigma_0 - 2x_п^2 M_x \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-2} A'_{33} \operatorname{tg}\sigma_0 \operatorname{tg}\sigma_1,$$

$$A_{44}^* = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right) A_{44} + x_п (M_x A'_{44} \operatorname{tg}\sigma_1 - A_{34} \operatorname{tg}\sigma_0) +$$

$$+x_п^2 \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} \operatorname{tg}\sigma_0 (A_{33} \operatorname{tg}\sigma_0 - M_x A'_{34} \operatorname{tg}\sigma_1) +$$

$$+x_п^3 \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-2} M_x A'_{33} \operatorname{tg}^2\sigma_0 \operatorname{tg}\sigma_1,$$

$$A_{33}^{\prime *} = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-2} A'_{33},$$

$$A_{34}^{\prime *} = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} A'_{34} - 2x_п \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-2} A'_{33} \operatorname{tg}\sigma_0,$$

$$A_{44}^{\prime *} = A'_{44} + x_п \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} \operatorname{tg}\sigma_0 \left[\left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} A'_{33} \operatorname{tg}\sigma_0 - A'_{34}\right],$$

$$B_{23}^* = B_{23} + \frac{x_п M_x}{f_y} \left[\left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-2} \operatorname{tg}\sigma_0 \operatorname{tg}\sigma_2 + f_y \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} B'_{23} \operatorname{tg}\sigma_2\right],$$

$$B_{24}^* = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right) B_{24} + x_п (M_y \operatorname{tg}\sigma_0 - B_{23}) \operatorname{tg}\sigma_0 +$$

$$+x_п M_x \operatorname{tg}\sigma_2 \left[B'_{24} - \Gamma_y \operatorname{tg}\sigma_0 - x_п \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} B'_{23} \operatorname{tg}\sigma_0 -\right.$$

$$\left. -\frac{x_п}{f_y} \left(1 - \frac{x_п}{p}\right)^{-2} \left(2 - \frac{x_п}{P}\right) \operatorname{tg}^2\sigma_0\right],$$

$$B_{35}^* = B_{35} + x_п M_x \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} B'_{35} \operatorname{tg}\sigma_2,$$

$$B_{45}^* = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right) B_{45} - x_п B_{35} \operatorname{tg}\sigma_0 + x_п M_x \operatorname{tg}\sigma_2 \left[B'_{45} - x_п \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} B'_{35} \operatorname{tg}\sigma_0\right],$$

$$B_{23}^* = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} B'_{23} + \frac{x_п}{f_y P} \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-2} \operatorname{tg}\sigma_0,$$

$$B'^*_{24} = B'_{24} - x_п \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} B'_{23} \operatorname{tg} \sigma_0 - \frac{x_п}{f_y} \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-2} \operatorname{tg}^2 \sigma_0,$$

$$B'^*_{35} = \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} B_{35},$$

$$B'^*_{45} = B'_{45} - x_п \left(1 - \frac{x_п}{P}\right)^{-1} B'_{35} \operatorname{tg} \sigma_0.$$

Соотношения, полученные в данной работе, могут быть использованы для поиска и расчета оптимальных режимов работы корпускулярно-оптических систем, включающих в себя элементы с коническими электрическим и магнитным полями. Отметим, что аналогичный подход применим также для получения связей между аберрационными коэффициентами и для систем с коническими полями, средняя плоскость в которых отсутствует.

Список литературы

[1] *Гликман Л.Г., Голосков Ю.В.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 10. С. 169–175.
[2] *Гликман Л.Г.* // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 10. С. 1986–1991.
[3] *Гликман Л.Г., Спивак-Лавров И.Ф.* // Изв. АН КазССР. Сер. физ-мат. 1985. № 2. С. 75–83.

Актюбинский педагогический институт

Поступило в Редакцию
27 мая 1993 г.