03;04
Журнал технической физики, т. 64, в. 2, 1994

КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАЗРЯДОВ В ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СМЕСЯХ

Н.М.Бескаравайный, В.Г.Ковалев, Е.В.Кривицкий

Высоковольтный разряд в жидкости пердставляет собой сложное многофакторное явление, включающее электрические процессы в разрядном контуре, процессы в плазменном канале разряда и излучение расширяющимся каналом волн давления в окружающую среду. Если разряд происходит в двухфазной газожидкостной смеси, то к перечисленным факторам добавляются процессы пульсации пузырьков газа. Многофакторность процесса приводит к высокой размерности его математической модели, что затрудняет выявление его основных закономерностей. Поэтому как для описания высоковольтного разряда в гомогенной, так и, тем более, в гетерогенной среде особую актуальность приобретает определение критериев подобия процесса.

Вопрос определения критериев подобия электрических характеристик высоковольтного разряда в гомогенной среде наиболее полно рассмотрен в [1], где получены следующие выражения:

$$\prod_k = \frac{Al^2}{U_0^2\pi\sqrt{LC}}; \quad \prod_{\text{п}} = \frac{V_0\pi\sqrt{LC}}{r_k(0)}; \quad \prod_2 = \frac{G_0\sqrt{C}}{\sqrt{L}}, \tag{1}$$

где A — искровая характеристика; U_0 — начальное напряжение накопительной емкости; L, C — индуктивность и емкость разрядного контура; l — межэлектродное расстояние; V_0, $r_k(0)$ — начальные значения скорости и радиуса плазменного канала; G_0 — начальное сопротивление канала разряда.

Однако, как указано в [1], для реальных разрядов лишь первый из критериев (1) меняется в достаточно широких пределах. При математическом описании подводного искрового разряда точное задание начальных значений V_0, $r_k(0)$ связано с существенными трудностями экспериментального измерения этих величин. Однако благодаря устойчивости системы уравнений, образующих математическую модель разряда, относительно вариации V_0, $r_k(0)$ в достаточно широких пределах практически во всех случаях в качестве начальных значений можно задавать $V_0 = 300$ м/с, $r_k(0) = 0.2$ мм. Соответственно одинаковыми для большинства режимов разряда становятся и критерии $\prod_{\text{п}}$, $\prod_2$. Приведение многомерной задачи к однофакторной, вообще говоря, следовало бы считать существенным упрощением, однако в данном случае единственный критерий подобия представляется недостаточным. Поэтому целесообразно рассмотреть вопрос о критериях подобия более детально.

Одна из возможных и хорошо зарекомендовавших себя на практике математических моделей может быть представлена следующей системой соотношений: уравнение разрядного контура

$$L\dot{J} + GJ + \frac{1}{C}\int\limits_0^t J d\tau = U_0; \tag{2}$$

уравнение баланса энергии

$$\frac{\beta}{\beta - 1} P_k \dot{\Omega} + \frac{\Omega \dot{P}_k}{\beta - 1} = J^2 G; \quad \Omega = \pi r_k^2 l, \tag{3}$$

где P_k — давление плазмы в канале разряда, β — эффективный показатель адиабаты.

Связь между сопротивлением канала и давлением [1] есть

$$G = \frac{(\beta - 1)Al}{\pi r_k^2 P_k}. \tag{4}$$

В случае когда окружающая канал разряда среда представляет собой двухфазную газожидкостную смесь, справедливо соотношение удельных объемов [2]

$$\frac{\omega}{\omega_0} = (1 - \varepsilon)\left(1 + \frac{P}{B}\right)^{\frac{-1}{n}} + \varepsilon\left(\frac{R}{R_0}\right)^3, \tag{5}$$

где $B = 3.045 \cdot 10^8$ Па, $n = 7.15$, $\omega = 1/\rho$, ρ — плотность среды, R — радиус пузырьков, ε — начальная объемная концентрация газа.

Нулевые индексы относятся к невозмущенным значениям соответствующих величин.

Уравнение пульсации газового пузырька, полученное в [2] и модифицированное для случая высоких давлений, запишем в виде

$$R\ddot{R}\left(1 + \frac{P_1}{\rho_0 c_1^2} - \frac{\dot{R}}{c_1} + \frac{\dot{R}^2}{2c_1^2}\right) + \frac{3}{2}\dot{R}^2\left(1 - \frac{\dot{R}}{3c_1}\right) = \frac{P_1}{\rho_0}\left(1 + \frac{\dot{R}}{c_1}\right) + \frac{R\dot{P}_1}{\rho_0 c_1},$$

$$P_1 = P_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} - P_0 - P, \quad c_1 = c_0 + \dot{R}, \tag{6}$$

где γ — показатель адиабаты газа, ρ_0 — невозмущенная плотность жидкости, c_0 — скорость звука в жидкости, $P_0 = 10^5$ Па.

Наконец, внешняя гидродинамическая задача может быть представлена в переменных Лагранжа системой соотношений [3]

$$\frac{\partial r}{\partial t} = V, \quad \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{r}{\rho_0 \xi}\frac{\partial P}{\partial \xi},$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{r}{\rho_0 \xi}\frac{\partial V}{\partial \xi}, \tag{7}$$

где r — эйлерова координата, ξ — лагранжева кооридината, V — поле скоростей жидкости.

Обозначая безразмерные величины верхней чертой, представим уравнение (2) в безразмерном виде

$$\dot{\bar{J}} + \bar{G}\bar{J} + \int\limits_0^{\bar{t}} \bar{J}\,d\bar{\tau} = 1, \tag{8}$$

где

$$\bar{J} = \frac{J}{U_0}\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \bar{t} = \frac{t}{\sqrt{LC}}, \quad \bar{G} = G\sqrt{\frac{C}{L}}. \tag{9}$$

Преобразуя уравнение (3) к безразмерному виду с учетом (9), получим выражение

$$\beta\bar{P}_k\dot{\bar{\Omega}} + \bar{\Omega}\cdot\dot{\bar{P}}_k = (\beta-1)\prod\nolimits_p \bar{J}^2 G, \tag{10}$$

где

$$\bar{P}_k = \frac{P_k}{\rho_0 c_0^2}, \quad \bar{\Omega} = \pi\bar{r}_k^2, \quad \bar{r}_k = \frac{r_k}{l}, \quad \prod\nolimits_p = \frac{CU_0^2}{\rho_0 c_0^2 l^3}. \tag{11}$$

С учетом (9) и (11) выражение (4) примет вид

$$\bar{G} = \frac{(\beta-1)\prod_G}{\pi\bar{r}_k^2\bar{P}_k}, \quad \prod\nolimits_G = \frac{A}{\rho_0 c_0^2 l}\sqrt{\frac{C}{L}}. \tag{12}$$

Определяя безразмерное давление в жидкости аналогично (11), запишем соотношение (5) в виде

$$\bar{\omega} = (1-\varepsilon)(1+n\bar{P})^{-\frac{1}{n}} + \varepsilon\left(\prod\nolimits_R \bar{R}\right)^3, \tag{13}$$

где

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \bar{R} = \frac{R}{l}, \tag{14}$$

$$\prod\nolimits_R = \frac{l}{R_0}. \tag{15}$$

Уравнение пульсаций пузырька (6) можно привести к виду

$$\bar{R}\ddot{\bar{R}}\left[1 + \frac{\prod_v^2 \bar{P}_1}{\left(\prod_v + \dot{\bar{R}}\right)^2} - \frac{\dot{\bar{R}}}{\prod_v + \dot{\bar{R}}} + \frac{\dot{\bar{R}}^2}{2\left(\prod_v + \dot{\bar{R}}\right)^2}\right] +$$

$$+\frac{3}{2}\dot{\bar{R}}^2\left[1 - \frac{\dot{\bar{R}}}{3\left(\prod_v + \dot{\bar{R}}\right)}\right] = \prod\nolimits_v^2\left[\bar{P}_1\left(1 + \frac{\dot{\bar{R}}}{\prod_v + \dot{\bar{R}}}\right) + \frac{\bar{R}\dot{\bar{P}}_1}{\prod_v + \dot{\bar{R}}}\right], \tag{16}$$

где

$$\bar{P}_1 = \frac{P_0}{\rho_0 c_0^2}\left[\left(\prod\nolimits_R \bar{R}\right)^{-3\gamma} - 1\right] - \bar{P},$$

$$\prod\nolimits_v = \frac{c_0\sqrt{LC}}{l}. \tag{17}$$

Наконец, запишем безразмерные соотношения (7)

$$\frac{\partial\bar{r}}{\partial\bar{t}} = \bar{V}, \quad \frac{\partial\bar{V}}{\partial\bar{t}} = -\prod\nolimits_v^2 \frac{\bar{r}}{\bar{\xi}}\frac{\partial\bar{P}}{\partial\bar{\xi}}, \quad \frac{\partial\bar{\omega}}{\partial\bar{t}} = \frac{\bar{r}}{\bar{\xi}}\frac{\partial\bar{V}}{\partial\bar{\xi}}. \tag{18}$$

Таким образом, подводный искровой разряд в двухфазной газожидкостной среде можно описать системой уравнений (8), (10), (12), (13), (16), (18) для безразмерных переменных (9), (11), (14). Режим разряда определяется совокупностью безразмерных критериев подобия $\prod_p$, $\prod_G$, $\prod_v$, $\prod_R$, ε. Отметим, что отношение критериев $\prod_G / \prod_p$ равно $\prod_k$, полученному также в работе [4] из системы уравнений, описываемых динамические свойства канала разряда. Критерий $\prod_v$ совпадает по структуре с $\prod_\text{п}$, но отличается физическим смыслом входящих величин. Легко видеть, что разряд в гомогенной жидкости описывается критериями $\prod_p$, $\prod_G$, $\prod_v$.

Список литературы

[1] *Кривицкий Е.В., Шамко В.В.* Переходные процессы при высоковольтном разряде в воде. Киев: Наукова думка, 1979. 208 с.

[2] *Поздеев В.А., Бескаравайный Н.М., Ковалев В.Г.* Импульсные возмущения в газожидкостных средах. Киев: Наукова думка, 1988. 116 с.

[3] *Иванов В.В., Швец И.С., Иванов А.В.* Подводные искровые разряды. Киев: Наукова думка, 1982. 192 с.

[4] *Кривицкий Е.В., Сливинский А.П.* // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 8. С. 1553–1558.

Институт импульсных процессов и технологий
Николаев

Поступило в Редакцию
22 июня 1993 г.