

01;10  
©1994 г.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДА ОТ МАГНИТНОЙ К ИОННОЙ ФОКУСИРОВКЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

В.Б.Владыко, Ю.В.Рудяк

### Введение

В настоящее время значительное внимание в отечественной и зарубежной литературе уделяется возможности распространения релятивистских электронных пучков (РЭП) в режиме ионной фокусировки. Это связано, прежде всего, со значительными успехами, достигнутыми в экспериментах [1], где с помощью ионного канала удалось подавить очень опасную  $VBU$ -неустойчивость и провести пучок на дистанцию  $\approx 100$  м без потерь. В режиме ионной фокусировки удалось также вести пучок и поворачивать его на угол  $180^\circ$  [2]. Кроме того, этот режим представляется перспективным для создания лазеров на свободных электронах [3].

Из анализа уравнения огибающей [4] видно, что ионный канал радиуса  $R_i$  с погонной концентрацией частиц  $N_i = fN_b$  по своим фокусирующим свойствам соответствует внешнему продольному магнитному полю

$$B = \left( 8\gamma f I_b I_0 / \beta (R_b^2 + R_i^2) \right)^{1/2} / c, \quad (1)$$

где  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  — релятивистский фактор частиц,  $I_0 = mc^3e \approx 17$  кА,  $R_b$  — радиус электронного пучка,  $I_b$  — ток пучка.

Из (1) следует, что для слаботочных ( $\leq 10$  А) низкоэнергетических ( $\gamma\beta \approx 1$ ) электронных пучков радиуса  $R_b \approx 1$  см ионная фокусировка не имеет преимуществ перед фокусировкой внешним продольным магнитным полем, так как фокусирующие свойства ионного канала в этом случае соответствуют величине поля  $\leq 200$  Гс. Для сильноточных ( $I_b \geq 1$  кА) высокоэнергетических ( $\gamma \geq 10$ ) пучков ситуация иная. Для таких пучков жесткость фокусировки ионного канала соответствует ведущему магнитному полю  $B_z \geq 3$  кГс. Например, в экспериментах [1] жесткость фокусировки ионного канала соответствовала величине магнитного поля  $B_z \approx 20$  кГс.

Поскольку формирование релятивистских пучков успешно осуществляется в системах с магнитной фокусировкой, обеспечивающих линейную по радиусу фокусирующую силу, а на начальном участке ускорения применение ионного канала малоэффективно, то естественно, что в ускорителе, использующем ионную фокусировку, должна быть область, в которой осуществляется переход от магнитной фокусировки к ионной. Поскольку важно, чтобы переход был с минимальными потерями тока пучка и по возможности без увеличения эмиттанса  $\epsilon$ , то его целесообразно проводить, когда влияние на динамику частиц собственных полей пучка пренебрежимо мало. В этом случае увеличение эмиттанса пучка будет определяться лишь внешними полями и может быть сведено к минимуму соответствующим выбором этих полей. Анализ уравнения огибающей показывает, что как для магнитной, так и для ионной фокусировки влияние собственных полей пучка пренебрежимо мало, если выполнены условия

$$\begin{aligned} \gamma \gg (R_b/\epsilon)^2 I_b/2I_0, \quad \gamma^2 f \gg 1 \quad \text{при} \quad (R_b/\epsilon)^2 \gg 1, \\ \gamma \gg 2I_b/I_0 \quad \text{при} \quad (R_b/\epsilon)^2 \ll 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Эти условия реальных пучков выполнены уже при умеренных значениях  $\gamma$ . При переходе от магнитной к ионной фокусировке в работе [1] были выполнены условия (2).

Данная работа посвящена изучению динамики пучков в области перехода от магнитной к ионной фокусировке.

### Постановка задачи

Рассмотрим динамику релятивистского электронного пучка в области перехода от магнитной к ионной фокусировке. Будем считать, что азимутально-симметричный пучок распространяется вдоль оси  $Z$  в цилиндрической идеально проводящей трубе во внешних продольных электрическом и магнитном полях  $E_z(Z)$ ,  $B_z(Z)$  и в ионном канале погонной плотности  $N_i(Z)$ . Полагая, что выполнено условие

$$(1-f)I_b/\gamma\beta I_0 \ll 1, \quad (3)$$

динамику электронов пучка будем описывать в длинноволновом приближении и в пренебрежении провисанием потенциала пучка. Рассматривая транспортировку той части импульса пучка, которая соответствует временам

$$(\beta I_0/I_b)^{1/2} R_b/c \ll t < (\beta I_0 M/I_b m)^{1/2} R_b/c, \quad (4)$$

мы избавляемся от необходимости описания динамики плазмы, так как при выполнении условия (4) плазменные электроны успевают покинуть область пучка и высадиться на трубу, а ионы еще не пришли в движение. Поля при этом определяются из уравнений

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r E_{ri} = 4\pi \rho_i, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r E_{rb} = 4\pi \rho_b, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r B_{\varphi b} = 4\pi j_{zb},$$

а зависимости  $E_z(Z)$ ,  $B_z(Z)$ ,  $N_i(Z)$  считаются заданными. Поскольку  $E_z(Z)$  определяет зависимость

$$\gamma(Z) = \gamma_0 + (mc^2)^{-1} \int_0^z E_z(Z) dZ,$$

то вместо электрического поля  $E_z(Z)$  сразу задавалась зависимость  $\gamma(Z)$ . Разлагая поля  $E_{rb}$  и  $B_{\varphi b}$  в ряды

$$E_{rb} = \sum_{n=1}^{\infty} E_{nb}^r J_1(\mu_n r/a),$$

$$B_{\varphi b} = \sum_{n=1}^{\infty} B_{nb}^{\varphi} J_1(\mu_n r/a)$$

и переходя к безразмерным переменным  $\mathcal{E}_{rb} = eE_{rb}/m\omega_b c$ ,  $\mathcal{E}_{\varphi b} = eB_{\varphi b}/m\omega_b c$ ,  $\mathcal{E}_{ri} = eE_{ri}/m\omega_b c$ ,  $y = Z/a$ ,  $P_{r,\varphi} = \gamma\beta_{r,\varphi}$ ,  $x = r/a$ ,  $\Omega_c = \omega_c a/c$ ,  $\Omega_b = \omega_b a/c$ ,  $\mathcal{E}_{nb}^r = eE_{nb}^r/m\omega_b c$ ,  $\mathcal{E}_{nb}^{\varphi} = eB_{nb}^{\varphi}/m\omega_b c$ , запишем уравнения для электронов пучка

$$\gamma = \gamma(y), \quad \mathcal{E}_{ri} = \mathcal{E}_{ri}(y), \quad (5)$$

$$P_{\varphi} = P_{\theta}/x = .5\Omega_c(y)x, \quad (6)$$

$$\beta_z = (\gamma^2 - 1 - P_r^2 - P_{\varphi}^2)^{1/2}/\gamma, \quad (7)$$

$$\frac{dx}{dy} = P_r/\gamma\beta_z, \quad (8)$$

$$\frac{dP_r}{dy} = \left( \Omega_b(\mathcal{E}_{rb} + \mathcal{E}_{ri} - \beta_z \mathcal{E}_{\varphi}) + P_{\theta}/\gamma x^3 - .25\Omega_c^2 x \right) / \beta_z, \quad (9)$$

$$\mathcal{E}_{nb}^{\varphi} = \left( \Omega_b \beta_{z0} / \mu_n J_1^2(\mu_n) \right) \int_0^{x_{b0}^2} F(x_0) J_0(\mu_n x) dx_0^2, \quad (10)$$

$$\mathcal{E}_{nb}^r = \left( \Omega_b \beta_{z0} / \mu_n J_1^2(\mu_n) \right) \int_0^{x_{b0}^2} F(x_0) J_0(\mu_n x / \beta_z) dx_0^2, \quad (11)$$

где  $\omega_b = (4\pi e^2 n_{b0 \max} / m)^{1/2}$ ;  $\omega_c = eB_z / mc$ ;  $J_0, J_1$  — функции Бесселя;  $\mu_n$  — корни нулевой функции Бесселя;  $a$  — радиус волновода;  $P_{\theta}$  — константа, определяемая для каждой частицы из начальных условий;  $F(x_0) = n_{b0}(x_0) / n_{b0 \max}$  — граничный радиальный профиль плотности РЭП;  $n_{b0 \max}$  — максимальное значение плотности пучка на границе  $y = 0$ .

При выводе системы (5)–(11) мы пренебрегли воздействием собственного продольного магнитного поля на пучок (в расчетах оно никогда не превышало 1% от внешнего магнитного поля). Кроме того, была использована теорема Лиувилля. Система (5)–(11), дополненная граничными условиями, описывает динамику РЭП в ионном канале заданной плотности  $N_i(Z)$  и внешних полях  $E_z(Z)$ ,  $B_z(Z)$ .

Для моделирования пучков с начальным эмиттансом в расчетах участку перехода от магнитной к ионной фокусировке предшествовал участок с  $N_i = 0$  и однородными продольными полями  $E_{z0}$  и  $B_{z0}$ . Здесь пучок ускорялся и набирал эмиттанс. Функция распределения электронов на входе в этот участок задавалась в виде

$$f_0 = F(r)n_{b0\max}\delta(v_r - v_{r0}(r))\delta(v_\varphi - v_{\varphi0}(r))\delta(v_z - z_{z0}(r)) \quad (12)$$

с начальной энергией частиц 750 КэВ. Эмиттанс, набираемый пучком, определяется величиной  $v_{r0}(r)$ . Во всех вариантах расчета были выбраны следующие параметры:  $I_b = 3.7$  кА,  $R_b = 1.75$  см,  $a = 3.5$  см,

$$F(r) = \begin{cases} 1 - (r/r_b)^2, & 0 \leq r \leq r_b, \\ 0, & r_b \leq r. \end{cases}$$

Радиальная зависимость плотности ионов была ступенчатой. Зависимость  $V_{r0}(r)$  бралась линейной. К началу согласования пучка с ионным каналом среднеквадратичный радиус пучка составлял величину  $R_b = \langle r^2 \rangle^{1/2} = 1$  см, а эмиттанс  $\varepsilon = \varepsilon_H/\pi = .2$  см. В области перехода от магнитной к ионной фокусировке поле  $E_z$  отсутствовало. Из анализа уравнения движения одной частицы следует, что переход от магнитной к ионной фокусировке происходит без искажения траекторий движения электронов, а следовательно, без увеличения эмиттанса и без потерь частиц при условии

$$n_i(Z) = (B_{z0}^2 - B_z^2(Z))/8\pi\gamma^2 mc^2. \quad (13)$$

В расчетах были рассмотрены различные зависимости  $n_i(Z)$  (в том числе и (13)) в переходной области.

### Результаты численного исследования

Численное исследование уравнений (5)–(11) позволяет определить влияние на процесс перехода от магнитной к ионной фокусировке параметров системы: радиуса ионного канала, его плотности, энергии частиц  $\gamma$ , длины переходной области и зависимостей от  $Z$  величин  $n_i$  и  $B_z$ . Зависимости  $n_i(Z)$  и  $B_z(Z)$  были выбраны следующие:

$$B_z(Z) = \begin{cases} B_{z0}, & Z \leq Z_0, \\ B_{z0} \exp\{-(Z - Z_0)^2/\alpha^2\}, & Z > Z_0, \end{cases} \quad (14)$$

$$n_i(Z) = \begin{cases} 0, & Z \leq Z_0, \\ B_{i0}(1 - \exp\{-(Z - Z_0)^2/\alpha^2\}), & Z > Z_0. \end{cases} \quad (15)$$

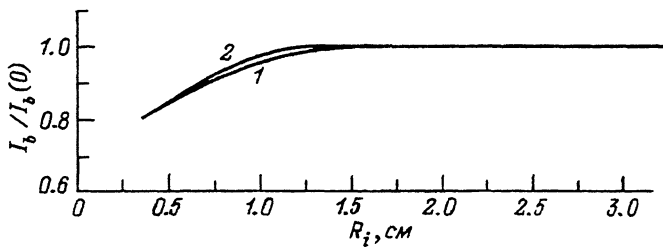


Рис. 1. Зависимости тока пучка от радиуса ионного канала.

На рис. 1 для  $\gamma = 5$ ,  $B_{z0} = 1$  кГс,  $Z = Z_0 + 3\alpha$ ,  $\alpha = 175$  см  $\simeq 2\lambda_\beta$  ( $\lambda_\beta$  — длина бетатронных колебаний в поле  $B_{z0}$ ) представлены зависимости тока пучка  $I_b/I_b(0)$  от радиуса ионного канала  $R_i$ . Кривая 1 соответствует случаю, когда величина  $N_{i0} = \pi R_i^2 n_{i0} \simeq 6.2 \cdot 10^{11}$  см $^{-1}$  бралась одной и той же для различных значений  $R_i$ . При этом заведомо нарушается соотношение (13). Например, для  $R_i = 2.8$  см  $n_{i0} = 2.5 \cdot 10^{10}$  см $^{-3}$ , в то время как  $B_{z0}^2/8\pi\gamma_0 mc^2 = 10^{10}$  см $^{-3}$ . Как видно из рис. 1, при больших радиусах ионного канала ( $R_i \geq 3$  см), когда все электроны пучка находятся внутри канала, не происходит потерь электронов пучка. Более того, в этом случае переходная область не изменяет эмиттанс пучка. При уменьшении радиуса ионного канала увеличивается эмиттанс пучка: так, для  $R_i = 1.75$  см эмиттанс пучка на дистанции  $Z_0 + 3\alpha$  в 1.5 раз больше, чем до согласования пучка с каналом в точке  $Z = Z_0$ . Увеличение эмиттанса пучка на участке согласования при малых значениях радиуса ионного канала связано с нелинейностью фокусирующей силы. Дальнейшее уменьшение радиуса ионного канала приводит к потерям электронов пучка в области согласования, возрастающим с уменьшением величины  $R_i$ .

Кривая 2 на рис. 1 построена для тех же параметров, что и кривая 1, изменена только зависимость  $B_z(Z)$ , которая для кривой 2 соответствует соотношению (13). Видно, что результаты практически не зависят от выбора магнитного поля  $B_z(Z)$ , которое существенно различается для кривых 1 и 2. Обе использованные зависимости  $B_z(Z)$  приведены

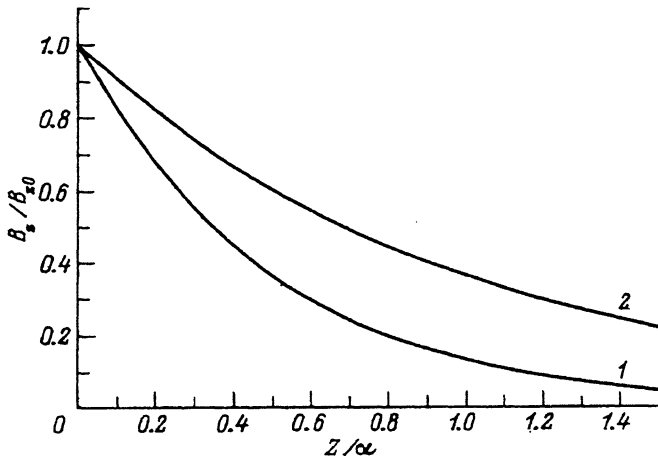


Рис. 2. Зависимости  $B_z = (Z)$ .

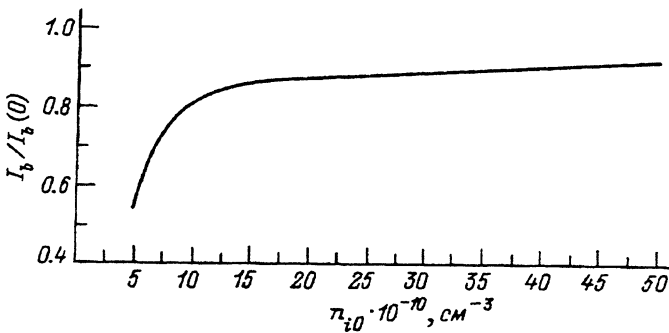


Рис. 3. Зависимость тока пучка, прошедшего область согласования, от плотности ионного канала.

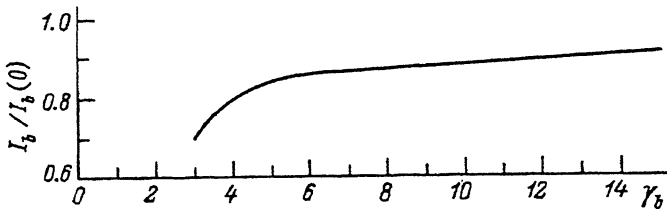


Рис. 4. Зависимость тока пучка, прошедшего область согласования, от энергии электронов.

на рис. 2, где кривая 1 соответствует кривой 1 на рис. 1, а кривая 2 — кривой 2 на рис. 1. В дальнейших расчетах зависимости  $B_z(Z)$  и  $n_i(Z)$  определялись из выражений (14), (15).

Как видно из соотношения (1), эффективность ионной фокусировки возрастает с ростом плотности ионов и с ростом  $\gamma_b$ . На рис. 3 представлена зависимость тока пучка от плотности ионного канала при  $Z = Z_0 + 3\alpha$  для  $\gamma_b = 5$ ,  $\alpha = 115$  см,  $R_i = .7$  см. Видно, что с ростом плотности ионного канала уменьшаются потери электронов пучка, однако их не удастся свести к нулю, что связано с малым радиусом канала. На рис. 4 приведена зависимость тока пучка от параметра  $\gamma_b$  при  $Z = Z_0 + 3\alpha$  для  $n_{i0} = 1.3 \cdot 10^{11}$  см $^{-3}$ ,  $R_i = .7$  см,  $\alpha = 175$  см. Она аналогична зависимости, представленной на рис. 3. Таким образом, при малых радиусах ионного канала в переходной области происходят потери электронов пучка и набор эмиттанса, даже когда жесткость фокусировки возрастает.

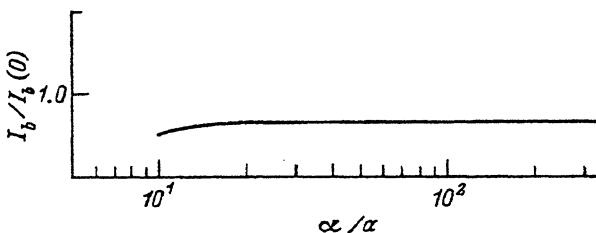


Рис. 5. Зависимость тока пучка, прошедшего область согласования, от длины переходной области.

Для выяснения влияния длины переходной области на динамику частиц проводились расчеты согласования пучка с каналом при различных длинах участка согласования. На рис. 5 представлена зависимость тока пучка от параметра  $\alpha/a$  при  $Z = Z_0 + 3\alpha$  для  $\gamma_b = 5$ ,  $n_{i0} = 4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $R_i = .7 \text{ см}$ . Видно, что результаты слабо зависят от длины переходной области, если  $\alpha > 2\lambda_\beta$  (в нашем случае  $\lambda_\beta \simeq 50 \text{ см}$ ). Таким образом, переходная область может быть сделана достаточно компактной.

Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с приведенными в литературе параметрами переходной области на установке [1]. Для ее параметров условие (2) требует  $\gamma_b \gg 2$ . Поскольку там переход к ионной фокусировке осуществлялся при  $\gamma_b = 13$ , то условие (2) было выполнено. Длина переходной области составляла величину  $\simeq 4\lambda_\beta$ , что также соответствует полученному в работе требованию. Как указывали авторы эксперимента, избежать потерь электронов в переходной области удалось лишь тщательным подбором ее параметров.

На основании проведенного анализа можно заключить, что переход от фокусировки продольным магнитным полем к фокусировке ионным каналом целесообразно проводить при таких энергиях электронов пучка, когда влияние собственных полей пучка мало. Так, для пучков с малым эмиттансом  $\varepsilon < R_b$  переход целесообразнее проводить при  $\gamma_b \gg R_b^2 I_b / \varepsilon^2 I_0$ , а для пучков с большим эмиттансом  $\varepsilon \geq R_b$  — при  $\gamma_b \gg 2I_b / I_0$ . Существуют также ограничения сверху на выбор величины  $\gamma_b$  для переходной области. Во-первых, к моменту перехода не должны развиться никакие поперечные неустойчивости пучка типа обрыва импульса. Во-вторых, с ростом  $\gamma_b$  ужесточается требование на соосность магнитного поля и плазменного канала. Параметры пучка после согласования слабо зависят от длины переходной области, если она больше  $2\lambda_\beta$ , и от формы спада магнитного поля. В области согласования радиус ионного канала должен превосходить радиус пучка по крайней мере в начальные моменты времени.

#### Список литературы

- [1] Caporaso G.J., Rainer F., Martin W.E. et al. // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. N 13. P. 1591-1594.
- [2] Frost C.A., Shope S.L., Miller R.B. et al. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1985. Vol. NS-32. N 5. P. 2754-2757.
- [3] Whittum D.H., Sessler A.M., Dawson J.M. // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64. N 21. P. 2511-2514.
- [4] Lee E.P., Cooper R.K. // Part. Accel. 1976. Vol. 7. N 2. P. 83-95.

Московский радиотехнический институт

Поступило в Редакцию  
5 июля 1993 г.