

01:09

©1994 г.

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В КООКСИАЛЬНОМ ТРИОДЕ С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ

*В.П. Григорьев*

Научно-исследовательский институт ядерной физики при Томском политехническом институте, 634061  
(Поступило в Редакцию 28 июля 1993 г.  
В окончательной редакции 4 ноября 1993 г.)

Методом кинетического уравнения исследуется механизм излучения электромагнитных колебаний в цилиндрическом триоде с виртуальным катодом со сходящимся пучком. Определены спектр и инкремент возбуждаемых колебаний и приведены нелинейные оценки эффективности излучения. Проведен анализ эффективности излучения от типа возбуждаемых колебаний.

Сильноточные электронные пучки широко применяются для генерации мощного электромагнитного излучения. Особенно привлекательны в этом плане пучки со сверхпределными токами, когда излучение происходит благодаря формированию виртуального катода и имеется возможность существенного повышения мощности излучения. Этим в основном определяется повышенный интерес к таким системам (виркатоды и триоды с виртуальным катодом).

Отличительной особенностью триодов с виртуальным катодом являются конструктивная простота, компактность и отсутствие внешнего магнитного поля [1]. Наиболее полно последние преимущества могут быть реализованы в триодах коаксиального типа с радиально сходящимся электронным пучком. На возможность генерации излучения в таких системах было указано в [2,3], хотя полученная мощность излучения была сравнительно не высока (до 120 МВт). Достигнутый уровень мощности объяснялся далеко не оптимальными параметрами системы. Для полного использования всех преимуществ таких коаксиальных триодов на высоком уровне мощности необходимо провести детальное исследование и установить закономерности механизма взаимодействия радиально сходящихся электронных потоков с собственными полями при формировании виртуального катода.

В данной работе исследуется устойчивость радиально сходящегося электронного потока и возбуждение электромагнитных колебаний в коаксиальном триоде с виртуальным катодом.

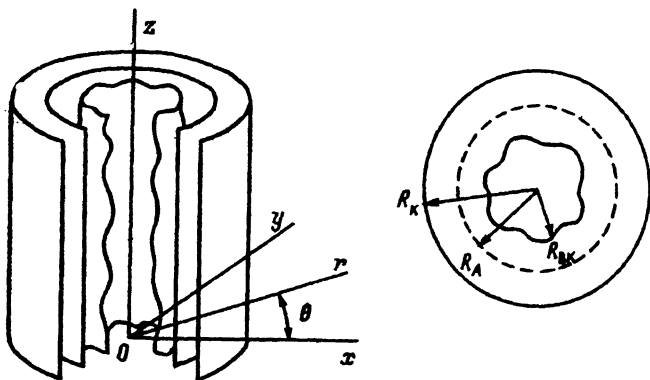


Схема коаксиального триода:  $(x, y, z)$  — декартовы координаты;  $R_k, R_A, R_{VK}$  — радиусы соответственно катода, анода, виртуального катода.

Схема триода в цилиндрической системе координат  $(r, \theta, z)$ , соответствующая реальным установкам [2,3], представлена на рисунке. В такой геометрии объемы I и II, образованные разделением внутреннего пространства анодом на радиусе  $R_A$ , представляют резонаторы с различными собственными частотами и типами колебаний. Радиусы катода и ВК обозначим через  $R_k$  и  $R_{VK}$ , размеры системы по  $z$  через  $h$ , а расстояние ВК-анод и анод-катод соответственно через  $\Delta R_1$  и  $\Delta R_2$ .

Следует отметить, что в коаксиальном триоде с радиально сходящимся электронным потоком виртуальный катод образуется даже в том случае, если в диоде из-за ограниченной эмиссии с катода не достигается предельный ток Чайлда-Ленгмюра или его релятивистский аналог.

### Основные уравнения

В стационарных радиально сходящихся электронных потоках движение электронов складывается из доминирующего радиального движения и поперечного движения по координатам  $\theta, z$ , которое в отсутствие внешнего магнитного поля можно учесть в виде разброса по скоростям в стационарном распределении, обеспечивающего поперечную температуру пучка.

Радиальное движение представляет нелинейные колебания в потенциальной яме, образованной внешним ускоряющим полем и полем пространственного заряда пучка, которая в отличие от плоских систем в коаксиальных триодах из-за кривизны является несимметричной [4]. Для описания радиального движения введем переменные — квадрат амплитуды колебаний электронов в стационарном состоянии  $x = a^2$  и фазу  $\varphi = \Omega t + \varphi_0$ , где частота нелинейных колебаний  $\Omega(x)$  при известном распределении потенциала  $U(r)$  по областям I —  $(-\pi \leq \varphi \leq 0)$  и II —  $(0 \leq \varphi \leq \pi)$ , определяется соответствующим временем пролета от анода до точек поворота

$$\Omega_j = \frac{\pi}{2} \left\{ \int_1^{\gamma_0} \left| \frac{dr}{d\gamma} \right|_j \frac{\gamma d\gamma}{c(\gamma^2 - 1)^{1/2}} \right\}_j^{-1}, \quad j = 1, 2. \quad (1)$$

Учитывая связь переменных  $(\varphi, x)$  с координатой  $r$  и импульсом  $p_r$ :  $r - R_A = a \sin \varphi$ ,  $p_r = m_0 \gamma a \Omega \cos \varphi$ , кинетическое уравнение, описывающее эволюцию функции распределения электронов в промежутке катод-виртуальный катод под действием радиальных возмущений

$$F(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = N \left\{ A_x \rho_0(z) f^{(0)}(x) g(\mathbf{p}_\perp) + f^{(1)}(\varphi, x, \mathbf{p}_\perp, z, \theta, t) \right\},$$

можно записать в виде

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + \dot{\varphi} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \varphi} + \dot{\theta} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial f^{(1)}}{\partial z} = -F_r^{(1)} \frac{2N A_x p_r}{(m_0 \gamma \Omega)^2} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial x} \rho_0(z) g(\mathbf{p}_\perp), \quad (2)$$

где  $N$  — полное число частиц в области катод-виртуальный катод;  $f^{(0)}(x)$ ,  $g(\mathbf{p}_\perp)$ ,  $\rho_0(z)$  — стационарные распределения по соответствующим переменным, причем  $\int f^{(0)}(x) g(p_\theta, p_z) dx dp_\theta dp_z = 1$ ,  $\int \rho_0(z) dz = 1$  и интегрирование проводится по области, занятой пучком;  $f^{(1)} \sim \sim f_{\omega n}^{(1)} \exp(i l \varphi - i \omega t + i k_z z + i n \theta)$  — функция распределения электронов, связанная с возмущением;  $\gamma(\varphi, x)$  — относительная энергия электронов, зависящая от координаты  $r$ ,  $p_\perp = \sqrt{p_\theta^2 + p_z^2}$ ;  $A_x = A / 2\pi^2 m_0 \gamma_0 \Omega_0 R_A$ ;

$$A = \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{\gamma(x_0 \varphi)}{2\pi \gamma_0} \left( 1 + \frac{\sqrt{x_0}}{R_A} \sin \varphi \right) d\varphi \right\}^{-1};$$

$x_0$  — квадрат средней амплитуды;  $\Omega_0 = \Omega(x_0)$ ,  $\gamma_0$  — энергия электронов на аноде;  $m_0$  и  $c$  — масса потока электронов и скорость света.

Сила возмущений, действующая на электроны  $F_r^{(1)} = -e(E_r^{(1)} + E_u^{(1)})$ , определяется суммарным полем, связанным как с возмущениями плотностей тока и заряда пучка  $\{\mathbf{E}^{(1)}\}$ , так и с искажением формы потенциальной ямы, обусловленной колебаниями виртуального катода  $\{\mathbf{E}_u^{(1)}\}$  [5]. Поле  $E_u^{(1)}$  в линейном приближении по смещению ВК  $r^{(1)}(\theta, z, t) = \int \xi(\omega, \theta, z) \exp(-i\omega t) d\omega$  можно описать исходя из стационарного потенциала  $U(r)$

$$E_u^{(1)} = \begin{cases} -\frac{\partial^2 U(r, R)}{\partial r \partial R} \Big|_{R=R_{\text{BK}}} & r^{(1)} = \frac{2U_0}{\Delta R_1^2} G(r) \xi(\omega; \theta, z), \quad R_{\text{BK}} < r < R_A, \\ 0, & R_A < r < R_k. \end{cases} \quad (3)$$

Амплитуда смещения виртуального катода  $\xi$  связана с моментами распределения электронов

$$\xi = \sum_{p=1}^{\infty} \int (r - R_A)^p / (\Delta R_1)^{p-1} f_{\omega n}^{(1)}(k_z) \sin k_z z r dr dp_r dp_\theta dp_z,$$

$$R = R_{\text{BK}} + r^{(1)}, \quad U_0 = -|U_0|,$$

$$G(r) = \frac{2(r - R_{BK})}{R_A - R_{BK}} - 1. \quad (4)$$

Для вычисления  $E_r^{(1)}$  используем метод разложения по собственным функциям резонатора  $\mathbf{E}_\nu(\mathbf{r})$  [6],  $E_r^{(1)} = -D_\lambda \Psi_\lambda(r) \sin k_z z e^{in\theta}$ ,  $\lambda = E, H$ . При этом следует учитывать, что в такого типа системах резонансное взаимодействие на собственных модах может происходить как для  $E$ -волн  $\Psi_E = k_{z,E} k_{\perp,E} \mathcal{L}_n^{E'}(k_{\perp,E} r)$ , так и  $H$ -волн  $\Psi_H = (k_{Hn}/r) \mathcal{L}_n^H(\hat{k}_\perp r)$ .

Принимая во внимание несимметричность системы и проводя разложение полей по гармоникам  $\exp(i\ell\varphi - i\omega t)$  из (1)–(4), можно получить дисперсионные уравнения, описывающие возбуждение электромагнитных колебаний в объемах I и II,

$$1 = \left[ \Lambda A c^2 \int \frac{iZ(\omega, x)g(\mathbf{p}_\perp)}{\Delta_l} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial x} d\Gamma - i\Lambda_u A \frac{R_A^2 \Omega_0}{\pi \gamma_0} \int \frac{J_u g(\mathbf{p}_\perp)}{\Delta_l} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial x} d\Gamma \right]_j, \quad (5)$$

где  $j = 1, 2$ ,  $d\Gamma = dx dp_\theta dp_z$ ,

$$\Lambda = \frac{\omega_e^2}{4\pi\gamma_0\Omega_0^2}, \quad \Lambda_u = \frac{2e|U_0|}{m_0\Delta R_A^2\Omega_0^2}, \quad \omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m_0}, \quad n_e = \frac{N}{\pi\Delta(R^2)L},$$

$$Z(\omega, x) = -i4\pi D_\lambda^2 \rho_z J_\lambda \frac{\Delta(R^2)L}{R_A^4} \frac{\omega + i\alpha_\nu}{\Delta_\nu^2} = Z(0, x) \frac{\omega + i\alpha_\nu}{\Delta_\nu^2}, \quad (6)$$

$$J_\lambda = \frac{R_A^3}{4\pi^2 c^2} \left[ \int \frac{v_r}{\gamma} \Psi_\lambda e^{-i\ell\varphi} d\varphi \right] \left[ \int v_r \gamma r \Psi_\lambda e^{i\ell\varphi} d\varphi \right], \quad (7)$$

$$J_u = \frac{x}{4\pi^2 R_A^3} \left[ \int \frac{\cos\varphi}{\gamma} G(r) e^{-i\ell\varphi} d\varphi \right] \left[ \int_{-\pi}^{\pi} r \gamma \sin\varphi e^{i\ell\varphi} d\varphi \right], \quad (p=1), \quad (8)$$

$\varphi \in$  области I или II соответственно,  $\Delta(R^2) = R_k^2 - R_{BK}^2$ ,

$$D_E^2 = \frac{2\varepsilon_m}{\pi h R_A^2 k^2 k_\perp^2 (\mathcal{L}_n^{E'}(\mu_s))^2}, \quad D_H^2 = \frac{2\varepsilon_m}{\pi h R_A^2 k^2 \hat{k}_\perp^2 (1 - n^2/\hat{\mu}_s^2) \mathcal{L}_n^H(\hat{\mu}_s)},$$

$$\rho_z = \int_0^h \rho_0(z) \sin^2 k_z z dz, \quad \Delta_l = \omega - l\Omega(x) - n\dot{\theta} - k_z v_z,$$

$$\Delta_\nu^2 = \omega_\nu^2 - \omega^2 - i\omega\alpha_\nu, \quad \alpha_\nu = (1-i)\sqrt{\omega\omega_\nu}/Q_\nu, \quad \omega_\nu = ck = c(k_z^2 + k_\perp^2)^{1/2}$$

— собственная частота резонансного объема (I или II);  $Q_\nu$  — добротность;  $k_z = m\pi/h$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$ ;  $\varepsilon_m = 1$  при  $m \neq 0$ ;  $k_{\perp,E} = k_\perp = \mu_s/R_A$ ,  $k_{\perp,H} = \hat{k}_\perp = \hat{\mu}_s/R_A$ ,  $\mu_s = \mu_{ns}$  и  $\hat{\mu}_s = \hat{\mu}_{ns}$  — корни уравнений;  $\mathcal{L}_n^E(\mu_s) = 0$ ,  $\mathcal{L}_n^H(\hat{\mu}_s) = 0$ ,  $\mathcal{L}_n^\lambda(y)$  — функции, описывающие радиальные

распределения поля для резонатора I  $\mathcal{L}_n^\lambda = J_n(k_\perp, \lambda r)$ , для резонатора II  $\mathcal{L}_n^\lambda(y) = J_n(k_\perp, \lambda r) + P_\lambda N_n(k_\perp, \lambda r)$ ;

$$P_E = \frac{J_n(k_\perp R_k)}{N_n(k_\perp R_k)}, \quad P_H = \frac{J'_n(\hat{k}_\perp R_k)}{N'_n(\hat{k}_\perp R_k)};$$

$J_n(y)$ ,  $N_n(y)$  — функции Бесселя и Неймана порядка  $n$ .

### Анализ дисперсионного уравнения

Из общего анализа уравнения (5) следует, что возбуждение когерентных колебаний электронного потока происходит на частотах, близких к частотам колебаний электронов в потенциальной яме или их гармоникам  $\omega = l\Omega_j + \delta_\omega$ ,  $|\delta_\omega| \ll l\Omega_j$ . На этих же частотах возбуждаются электромагнитные колебания и колебания виртуального катода. Поэтому для установления спектра возбуждаемых колебаний необходимо определить частоту  $\Omega_j$ . При слабой несимметрии, что достаточно хорошо выполняется при  $R_k/R_A \gtrsim 1$  и охватывает широкую область реальных параметров, для определения  $\Omega = \Omega_1 \approx \Omega_2$  можно воспользоваться результатами [4,5].

Вклад полей  $E_r^{(1)}$  и  $E_u^{(1)}$  в возбуждение когерентных колебаний в уравнении (5) описываются членами, пропорциональными  $\Lambda$  и  $\Lambda_u$  соответственно.

Исследование возбуждения электромагнитных колебаний в коаксиальном триоде проведем для распределения вида

$$f^{(0)}(x)g(\mathbf{p}_\perp) = \frac{1}{\pi^3} \frac{\Delta x}{\tilde{x}^2 + \Delta x^2} \frac{\Delta p_\theta}{p_\theta^2 + \Delta p_\theta^2} \frac{\Delta p_z}{p_z^2 + \Delta p_z^2}, \quad (9)$$

где  $\tilde{x} = x - x_0$  — отклонение квадрата амплитуды колебаний электронов от среднего значения;  $\Delta x$ ,  $\Delta p_{\theta,z}$  — разбросы по соответствующим переменным.

Распределение (9) описывает электронные потоки, близкие к реальным, в которых токи отсутствуют, а плотность электронов  $n_e$  неоднородна по радиусу с максимумами на катоде и ВК, и для слаборелятивистских напряжений имеет вид:

$$n_e(r, z) = \frac{A \Delta x \rho_0(z)}{2\pi R_A \left[ (y^2 + \Delta x^2) \left( \sqrt{y^2 + \Delta x^2} - y \right) \right]^{1/2}}, \quad (10)$$

$$y = x_0 - (r - R_A)^2.$$

В пределе  $\Delta x, \Delta p_{\theta,z} \rightarrow 0$  распределение (9) описывает поток моноэнергетических осцилляторов.

При малых разбросах, проводя интегрирование в уравнении (5) при  $\text{Im } \omega > 0$ , получим, что возбуждение электромагнитных колебаний на собственных частотах резонатора происходит с инкрементом

$$\zeta = \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ \Lambda A(iZ(0, x)) \frac{lc^2}{2\Omega_0^2 x_0} |\mathcal{K}| \right\}^{1/3} \Omega_0 - \tilde{\xi} \Omega_0 - \frac{n}{R_A} \Delta v_\theta - k_z \Delta v_z - \frac{l\Omega_0}{6Q_\nu}, \quad (11)$$

где

$$\tilde{\xi} = l|\mathcal{K}| \frac{\Delta x}{x_0}, \quad \Delta v_{\theta,z} = \frac{\Delta p_{\theta,z}}{m_0 \tilde{\gamma}}$$

— разбросы по скоростям, усредненные в промежутке ( $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ );  $|\alpha_\nu - \tilde{\xi}\Omega_0| \ll |\delta_\omega|$ ;  $\mathcal{K} = (\partial\Omega/\partial x)_0(x_0/\Omega_0)$  — параметр нелинейности.

При большом разбросе по амплитудам колебаний электронов ( $\zeta \ll \tilde{\xi}\Omega_0$ ), который может возникать из-за специфики источника и конструктивных особенностей системы, а также в процессе развития неустойчивости потока и перехода ее из гидродинамической стадии в кинетическую, взаимодействие электронного потока с электромагнитным полем менее эффективно. Переходя в (5) к пределу  $\zeta \rightarrow 0+$  с учетом (9) при  $\Delta p_\theta = \Delta P_z = 0$ , после ряда преобразований получим, что при большом разбросе  $\Delta x$  взаимодействие осуществляется только с группой резонансных электронов, расположенных на левом склоне распределения с амплитудой ( $x_{01} = x_0 - \Delta x/\sqrt{3}$ ). Максимальный инкремент возбуждаемых колебаний и необходимая расстройка  $\delta_\nu = \omega_\nu - l\Omega_0$  в этом случае определяются следующими выражениями:

$$\xi = \frac{3\sqrt{3}}{16} \left\{ \frac{\Lambda A}{l|\mathcal{K}|} \frac{c^2}{\Omega_0^2 x_0} \left( \frac{x_0}{\Delta x} \right)^2 (iZ(0, x_0)) \right\} \Omega_0, \quad (12)$$

$$\delta_\nu = -(\tilde{\xi}\Omega_0 - \zeta)/\sqrt{3}. \quad (13)$$

Аналогичная картина будет наблюдаться и при увеличении разбросов  $\Delta p_\theta, \Delta p_z$ .

Из (11) видно, что неустойчивость на собственных модах резонатора стабилизируется при уменьшении добротности системы даже для моноэнергетического потока. Однако для определения порогового числа частиц, осциллирующих в промежутке катод-виртуальный катод, в общем случае необходимо одновременно учесть затухание поля и энергетический разброс электронов. Выражение для порогового числа частиц в коаксиальном триоде  $N_{\text{п}}$  можно получить из аналогичного выражения (11) из [1] для плоского триода заменой в нем

$$\left( r_e^2 L/Z_{k_z e}^{(l)}(0) I_{k_z}^{(l)}(x_0) \right) \rightarrow \left( |R_k^2 - R_{\text{BK}}^2| L/Z(0, x_0) \right),$$

$L$  — размер электронного потока по оси  $z$ . При этом, как и в плоском случае,  $N_{\text{п}}$  растет с увеличением разброса  $\Delta x/x_0$  и понижением добротности системы. Сохраняется также вывод, что самое низкое значение  $N_{\text{п}}$  соответствует возбуждению колебаний на первой гармонике  $l = 1$ , приводящим к колебаниям центра тяжести электронного облака осциллирующих электронов.

### Анализ эффективности излучения

Оценки эффективности и мощности излучения получим из анализа стадии насыщения, которая наступает при определенном уровне возбуждаемых колебаний  $E_s$ .

Для пучка с малым энергетическим разбросом насыщения неустойчивости связано с нелинейностью движения электронов,  $\Delta\Omega = (\partial\Omega/\partial x)_0(x - x_s)$  и выходом их из резонанса с возбуждаемыми колебаниями. Условие насыщения неустойчивости в этом случае можно записать в виде

$$\Omega_0 - \Omega_s = 2|\operatorname{Re} \delta\omega|, \quad \operatorname{Re} \delta\omega = \zeta_0/\sqrt{3},$$

$$\zeta_0 = \zeta(\Delta x = \Delta p_{z,\theta} = 0), \quad (14)$$

где  $a_s, \Omega_s$  — амплитуда и частота колебаний осциллятора в момент насыщения.

Учитывая изменение энергии слаборелятивистского нелинейного осциллятора  $\mathcal{E}_{\text{осц}}$  за счет изменения его амплитуды в процессе излучения

$$\delta\mathcal{E}_{\text{осц}} = -\frac{m_0}{2} \left[ \frac{\partial\gamma}{\partial x} x\Omega^2 + \gamma\Omega^2 + 2\gamma x \frac{\partial\Omega}{\partial x} \Omega \right]_0 (x_0 - x_s) \quad (15)$$

и определяя эффективность излучения  $\eta$  соотношением  $\eta = \delta\mathcal{E}_{\text{осц}}/\mathcal{E}_{\text{осц}}$ , из (11), (14), (15) получим

$$\eta = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\zeta_0}{l\Omega_0} \frac{1}{|\mathcal{K}|} \left| 1 + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} + 2\mathcal{K} \right|. \quad (16)$$

Для пучков с большим энергетическим разбросом насыщение неустойчивости связано с образованием плато на функции распределения в области резонансных электронов. Исходя из этого и используя (9), (12), (13), потери энергии электронного потока в результате взаимодействия запишем в виде

$$\delta\mathcal{E}_{\text{осц}} = \frac{\sqrt{3}m_0 N}{8\pi\Delta x^2} \left( \frac{\zeta x_0}{l\Omega_0|\mathcal{K}|} \right)^3 \left( \frac{\partial\mathcal{E}_{\text{осц}}}{\partial x} \right)_{x=x_{01}} \quad (17)$$

Эффективность излучения в этом случае определяется соотношением:

$$\eta = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \left( \frac{\zeta}{l|\mathcal{K}|\Omega_0} \right)^3 \left( \frac{x_0}{\Delta x} \right)^2 \left| 1 + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} + 2\mathcal{K} \right|. \quad (18)$$

Из соотношений (11), (12), (16), (18) следует, что эффективность излучения зависит от геометрии диода, внешнего напряжения, энергетического разброса пучка и импеданса резонансной камеры. Последнее означает, что параметры резонансной системы существенно влияют на эффективность и мощность излучения. Кроме того, эффективность излучения изменяется в зависимости от возбуждения того или иного типа колебаний. Поэтому для получения максимальной эффективности излучения необходимо провести исследование импеданса и инкремента от типа колебаний.

В коаксиальном триоде с виртуальным катодом возможно возбуждение как  $E$ -, так и  $H$ -волн. При этом скорость роста и эффективность возбуждения того или иного типа колебаний определяется импедансом  $Z(0, x)$  (6) и разбросом по амплитудам  $\Delta x$  и импульсам  $\Delta p_{\theta, z}$ .

Чтобы установить зависимость  $Z(0, x)$  (6) от типа колебаний вычислим интегралы (7), (8), используя теорему сложения для цилиндрических функций [7]. В результате импеданс запишется в следующем виде:

$$iZ^E(0, x) = \frac{\rho_z \Delta(R^2) L x \Omega_0^2 k_z^2 c^2}{2hR_A^2 c^2 l^2 \Omega_0^2} \begin{cases} 1 - \frac{4}{3\pi} \frac{\sqrt{x}}{R_A} - \frac{y^2}{2}, & y \lesssim 1, \\ \left(\frac{2}{\pi y}\right)^2, & y \gg 1, \end{cases} \quad (19)$$

$$iZ^H(0, x) = \frac{\rho_z \Delta(R^2) L x \Omega_0^2 n^{2/3}}{2hR_A^2 c^2 1.6} \begin{cases} 1 + \frac{4}{3\pi} \frac{\sqrt{x}}{R_A} - \frac{y^2}{2}, & y \lesssim 1, \\ \left(\frac{2}{\pi y}\right)^2, & y \gg 1, \end{cases} \quad (20)$$

где  $y = k_{\perp, \lambda} \sqrt{x}/2$ .

На основе соотношений (11), (19), (20), учитывая условие резонансного взаимодействия  $l\Omega_0 \approx c(k_z^2 + k_{\perp, \lambda}^2)^{1/2}$ , рассмотрим отдельно возбуждение  $E$ -и  $H$ -волн.

**$E$ -волны.** Как следует из (11), (19), в случае моноэнергетического пучка наиболее быстро и эффективно происходит возбуждение аксиально-симметричных колебаний с минимальным  $k_{\perp, \text{мин}} = \mu_{01}/R_A$  и максимальным  $k_{z, \text{макс}} = (l^2 \Omega_0^2/c^2 - \mu_{01}^2/R_A^2)^{1/2}$ . При наличии в потоке разброса по  $p_z$  инкремент понижается и для  $\Delta x_z/c > (B/l^{1/3}\sqrt{3})(\Omega_0/c)^{1/3}(k^2 - \mu_{01}^2/R_A^2)^{-1/6}$  наиболее эффективно возбуждаются моды с более низкими волновыми числами  $k_z = k_{z, m} = (B/\sqrt{3})^3(c/\Delta v_z)^3(\Omega_0/lc)$  и соответственно более высокими  $k_{\perp} = (k^2 - k_{z, m}^2)^{1/2}$ ,  $B = [\rho_z \Delta(R^2) L \Lambda A |K| / 4hR_A^2]^{1/3}$ . Рост  $k_{\perp}$  происходит за счет перехода к модам с большим числом вариаций по радиусу  $\mu_{0s}$ ,  $s > 1$ . Что касается несимметричных мод ( $n \neq 0, \mu_{ns}$ ), то оно затрудняется тем, что существующий обычно разброс по  $p_{\theta}$  дополнительно понижает инкремент и эффективность излучения.

**$H$ -волны.** Из (11), (20) нетрудно заметить, что для любых гармоник  $n$  более эффективно возбуждаются колебания, соответствующие первым корням  $\hat{\mu}_{n1}$ . Учитывая это и используя приближенную формулу  $\hat{\mu}_{n1} \approx n(1 + 0.808/n^{2/3})$  [7], можно показать, что для пучка с  $\Delta p_{\theta} = \Delta p_z = 0$  инкремент растет  $\sim n^{2/9}$ . В этих условиях преимущественно возбуждаются несимметричные моды с минимальным  $k_{z, \text{мин}}$  и  $n \approx n_{m0} = (l^2 \Omega_0^2/c^2 - k_{z, \text{мин}}^2)^{1/2} R_A$ . При  $\Delta p_{\theta} \neq 0$  инкремент понижается и номер наиболее быстрорастущей гармоники зависит от  $\Delta p_{\theta}$ :

$$n \approx n_{m\Delta} = \left\{ (B/3\sqrt{3})(l/1.6)^{1/3}(\Omega_0/\Delta\theta) \right\}^{9/7}.$$

Поэтому начиная с некоторого значения  $\Delta p_{\theta}$ , для которого  $n_{m\Delta} < n_{m0}$ , преимущественно возбуждаются моды с  $n \approx n_{m\Delta}$  и

$$k_z \approx k_{z, m} = \left\{ l^2 \Omega_0^2/c^2 - n_{m\Delta}^2 [1 - 0.808/n_{m\Delta}^{3/2}]^2 / R_A^2 \right\}^{1/2}.$$



Наличие разброса  $\Delta p_z \neq 0$  приводит к дополнительному понижению инкремента и с ростом  $\Delta p_z$  гармоника  $n_{m\Delta}$  приближается к  $n_{m0}$ .

Из сравнения импедансов (19) и (20) в области максимального взаимодействия

$$Z^H/Z^E = (l^2 \Omega_0^2 / k_{z,E}^2 c^2) (n^{2/3} / 1.6) \approx (l^2 \Omega_0^2 / k_{z,E}^2 c^2) (\hat{\mu}_{n1}^{2/3} / 1.6)$$

следует, что наиболее высокую эффективность излучения в коаксиальном триоде с ВК можно получить при возбуждении несимметричных волн  $H$ -типа на гармониках  $n \approx n_{m\Delta}$ .

Используя выражение (16) и зависимость параметра нелинейности  $\mathcal{K} = \mathcal{K}_x c^2 / \Omega_0^2 x_0$  от диодного напряжения [5], можно получить, что в коаксиальном триоде с  $\gamma_0 \sim 2-2.2$  при  $\lambda \sim 10$  см и  $\zeta_0 / l \Omega_0 \sim 0.15-0.25$  теоретическая эффективность излучения равна  $\eta \sim 35-58\%$ .

### Выводы

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Возбуждение электромагнитных колебаний и колебаний ВК происходит на одинаковой частоте когерентных колебаний  $\omega$ , близкой к частоте осциллирующих электронов, которая определяется формой потенциальной ямы. Зависимость частоты когерентных колебаний от резонансного контура слабая и в основном определяется величиной  $\text{Re } \delta_\omega \sim \zeta_0 (\zeta_0 / |\omega| \ll 1)$ . При этом  $\omega > \Omega_0$ .

2. Наиболее высокую эффективность излучения в коаксиальном триоде можно получить при возбуждении несимметричных волн  $H$ -типа.

### Список литературы

- [1] Диденко А.Н., Григорьев В.П., Жерлицын А.Г. // Плазменная электроника. Научная думка, 1989. С. 112-131.
- [2] Жерлицын А.Г. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 22. С. 78.
- [3] Бугаев А.С., Климов А.И., Коваль Н.Н. и др. Препринт ГИИ СО АН СССР. № 25. Томск, 1991. 21 с.
- [4] Harris N.W. // J. Phys. D. 1980. Vol. 13. N 5. P. 789-792.
- [5] Григорьев В.П., Коваль Т.В. // РЭ. 1990. Т. 35. № 10. С. 2133.
- [6] Кисунько Г.В. Электродинамика полых систем. Л., 1949. 426 с.
- [7] Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968. 344 с.