

05;12  
©1994 г.

## АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИОННОЙ СТОЙКОСТИ ПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ В СИЛЬНОМ ИМПУЛЬСНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*И.М. Карпова, В.В. Титков*

Санкт-Петербургский государственный технический университет, 195251  
(Поступило в Редакцию 3 февраля 1993 г.)

В окончательной редакции 24 декабря 1993 г.)

На основе разработанной математической модели в работе численно исследуются остаточные деформации, возникающие в толстостенных соленоидах в результате действия импульсов сильного магнитного поля амплитудой 40–80 Т длительностью 2–200 мкс. В расчетах учитываются динамический характер нагрузления, наличие пластических деформаций и температурные зависимости механических характеристик проводниковых материалов. Даны оценки ресурса одновитковых катушек многоразового использования, выполненных из различных материалов.

Проблема создания электрофизических и технологических установок, использующих импульсы сильного (до 100 Тл) магнитного поля, генерируемые в магнитных системах многоразового использования, еще далека до своего практического решения. Причиной тому являются сильные механические и термические нагрузки, возникающие в импульсных полях такой амплитуды [1,2], приводящие к разрушению проводниковых элементов в виде пластических деформаций, трещин, МГД течения. Разрушение проводника не происходит, если механические напряжения, возникающие при действии импульса магнитного поля, не превосходят упругий предел  $\sigma_T$ . Природа этих механических напряжений двояка. Одна составляющая обусловлена действием электромагнитной силы. Оценка предельной индукции при этом хорошо известна

$$B_1 = \sqrt{2\mu_0\sigma_T}.$$

Вторая компонента механических напряжений вызвана резко неоднородным нагревом проводника вследствие скин-эффекта. Оценка предельного поля по максимуму термического напряжения для унипольярного импульса есть [3]

$$B_2 = \sqrt{\frac{2\sigma_T\mu_0(1-\nu)\gamma c}{\beta_0 E}},$$

Таблица 1.

Материал	$B_1$ , Тл	$B_2$ , Тл
Медь	14	9.5
Латунь	24	17
Твердая бронза	52	37
Нержавеющая сталь	38	31
Алюминий	9	5
Тантал	46	36

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $E$  — модуль Юнга,  $\beta_0$  — коэффициент линейного температурного расширения,  $\gamma$  — плотность массы,  $c$  — удельная теплоемкость.

Численные значения критической индукции, приведенные в табл. 1, позволяют заключить, что ориентация на критерии, основанные на чисто упругом поведении проводников, делает невозможным реализацию субмегагауссных систем многоразового использования. Поэтому при разработке таких установок следует смириться с появлением пластических деформаций в проводниках. При этом, однако, можно надеяться, что пластическая деформация, получаемая за один импульс  $\Delta\varepsilon_1$ , будет невелика, например  $\leq 1\%$ , что позволит магнитной системе выдержать  $N$  импульсов без замены деталей.

Если ресурс магнитной системы, т.е. число импульсов поля, генерируемых без замены проводниковых элементов,  $N = \varepsilon_c/\Delta\varepsilon_1$ , где  $\varepsilon_c$  — критическая суммарная остаточная деформация, составит несколько десятков импульсов, то ее можно использовать как многоразовую в различных электрофизических и механических приложениях.

Предметом данной работы является численное исследование малых остаточных деформаций и полей напряжений в осесимметричных проводниках, возникающих под действием последовательности импульсов сильного магнитного поля ( $B_m < 100$  Тл), для некоторых частных случаев, типичных для условий генерации сильных импульсных магнитных полей при помощи емкостных накопителей энергии. Полученные результаты могут стать основой для выбора проводниковых материалов и оценок их ресурса при разработке многоразовых магнитных систем субмегагауссного диапазона.

Вследствие комбинированного характера действия импульсного магнитного поля на проводник математическая модель должна отражать следующие электромагнитные и термомеханические явления: а) диффузия импульсного электромагнитного поля в стенку соленоида; б) джоулев нагрев и теплоперенос в объеме соленоида; в) термоупругие напряжения; г) пластическое течение, остаточные напряжения и деформации; д) циклическое воздействие электромагнитного поля (анализ процессов повторного нагружения).

Ввиду нелинейного характера зависимости напряжения от деформации в пластической зоне следует строить процесс решения на основании теории течения, устанавливающей связь приращения деформации с приращением напряжения для данного напряженного состояния (закон Гука для приращений). Кроме того, модель упругопластич-

ной среды позволяет конкретизировать закон изменения напряжений от деформаций. В этом случае в области нагрузок, меньших предела текучести  $\sigma_t$ , деформирование происходит по закону Гука, устанавливающему пропорциональную зависимость между напряжением и деформацией, при превышении напряжением величины  $\sigma_t$  материал переходит в пластическую область. При этом напряжение становится равным пределу текучести, а процесс нагружения сопровождается ростом пластической деформации.

Уравнения, описывающие одномерные осесимметричные деформации, возникающие под действием импульсного магнитного поля, в лагранжевой системе координат имеют следующий вид: уравнение дифузии поля

$$\frac{dB}{dt} + B \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\rho}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB) \right);$$

уравнение джоулевого нагрева

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\rho(r)}{\mu_0^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB) \right)^2;$$

уравнение движения

$$\gamma \frac{dV}{dt} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{B^2}{2\mu_0} \right), \quad V = \frac{du}{dt};$$

уравнения совместности для приращений деформаций

$$\delta \varepsilon_r = \frac{\partial}{\partial r} (\delta u), \quad \delta \varepsilon_\theta = \frac{\delta u}{r};$$

закон Гука для приращений деформаций и напряжений

$$\delta \varepsilon_r - (1 + \nu) \beta_t \delta Q = \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \delta \sigma_r - \frac{\nu}{1 - \nu} \delta \sigma_\theta \right),$$

$$\delta \varepsilon_\theta - (1 + \nu) \beta_t \delta Q = \frac{1 - \nu^2}{E} \left( \delta \sigma_\theta - \frac{\nu}{1 - \nu} \delta \sigma_r \right),$$

$$\delta \sigma_z = \nu (\delta \sigma_r + \delta \sigma_\theta) - \beta_t E \delta Q;$$

границочные условия

$$r = r_{in} - B = B_{in}(t), \quad \sigma_r = 0;$$

$$r \rightarrow \infty - B = 0, \quad \sigma_r = 0;$$

начальные условия  $t = 0 - B = 0, Q = 0, u = 0, V = 0$ , где  $B$  — аксиальная составляющая магнитного поля;  $Q$  — удельный нагрев;  $\rho$  — удельное сопротивление;  $\gamma$  — массовая плотность;  $u$  — радиальное перемещение;  $V$  — скорость;  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  — радиальное, азимутальное и аксиальное напряжения;  $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$  — радиальная и азимутальная деформация; использование указанных величин со значком  $\delta$  означает их приращение.

Уравнения рассматриваемой задачи на каждом временном шаге считаем локально линейными (коэффициенты задачи известны из расчета предыдущего временного шага). Они дискретизируются на подвижной координатной сетке, связанной с соленоидом. Для решения уравнений механики при наличии пластических деформаций используется итерационный метод дополнительной деформации [3,4], обеспечивающий выполнение критерия Мизеса

$$\sqrt{S_r^2 + S_\theta^2 + S_z^2} \leq \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_T,$$

где  $S_r, S_\theta, S_z$  — компоненты девиатора механических напряжений, вычисляемых по формуле

$$S_{(r,\theta,z)} = \sigma_{(r,\theta,z)} - I_1,$$

где  $I_1 = (1/3)(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)$  — первый инвариант тензора напряжений.

Процесс остывания соленоида в паузе между импульсами описывается уравнением

$$\gamma c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \kappa r \frac{\partial T}{\partial r} \right),$$

где  $c_v$  — удельная теплоемкость,  $T$  — температура,

$$q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r}$$

— плотность потока тепла.

Изменение температуры сопровождается изменением механических, в данном случае температурных, напряжений. Эта стадия завершает цикл нагружение–разгрузка, связанный с генерированием одного импульса поля. При работе в области сильных магнитных полей он приводит к возникновению остаточных напряжений и деформаций. В результате, если пренебречь процессами релаксации напряжений, время которых при нормальных условиях очень велико, генерация следующих импульсов индукции будет происходить в предварительно нагруженном соленоиде.

Импульсные магнитные поля, формируемые в процессе разрядов емкостных накопителей энергии, имеют форму синусоидальных колебаний. Предельной формой импульса индукции является униполярный импульс. Последний тип импульса является наиболее благоприятным хотя бы потому, что при равной амплитуде индукции имеет меньшую длительность и создает меньший нагрев проводника. В связи с этим представляется естественным в качестве “стандартного” воздействия рассматривать униполярный импульс индукции в виде первого полуperiода синусоидальной функции:  $B(t) = B_m \sin(\pi t/T)$ ,  $t \leq T$ ;  $B(t) = 0$ ,  $t > T$ . Данный импульс описывается двумя параметрами:  $B_m$  — амплитуда,  $T$  — длительность.

Наиболее простая и распространенная конфигурация проводника при генерации импульсов магнитного поля — это массивные одновитковые толстостенные катушки с азимутальным направлением тока.

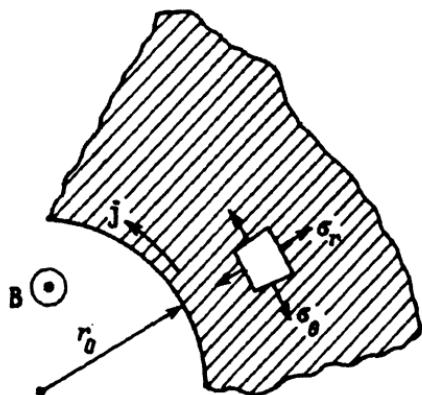


Рис. 1. Геометрия проводника.

Толщина стенки выбирается таким образом, чтобы пластические деформации были локализованы вблизи внутренней стенки. Это позволяет принять в наших модельных расчетах внешний радиус равным бесконечности. Тем самым геометрия задачи характеризуется лишь одним параметром — внутренним радиусом катушки  $r_0$  (рис. 1), который выбирается исходя из энергетических возможностей установки, технологических и конструктивных соображений и составляет величину порядка  $10^{-3} - 10^{-2}$  м [1,2]. В данной работе расчеты выполнены для  $r_0 = 10^{-2}$  м, что является наиболее близким к условиям экспериментальных и технологических установок многоразовой генерации сильных импульсных магнитных полей.

Диапазон изменения длительности импульсов  $T$  выбран исходя из реальных возможностей современных накопителей энергии и ограничен снизу единицами микросекунд. Верхнюю границу  $T$  при расчетах остаточных деформаций целесообразно ограничить сотнями микросекунд, так как увеличение длительности импульса до миллисекунд при субмагнитных амплитудах приводит к огромным (свыше 100%) деформациям, имеющим характер развитого МГД течения даже для весьма прочных материалов [5].

В соответствии с вышеизложенным для расчетов были выбраны следующие условия: внутренний радиус катушки  $r_0 = 10^2$  м, амплитуды индукции из диапазона 30–80 Тл. Расчеты выполнены для импульсов трех длительностей: короткий  $T = 2$  мкс, средний  $T = 20$  мкс и длинный  $T = 200$  мкс. Естественно, что практический интерес в различных приложениях представляют импульсы средней и большой длительности, однако введение в рассмотрение коротких импульсов позволяет достичь большей ясности в понимании физических процессов, происходящих при деформациях толстостенных катушек. Максимальная индукция из указанного диапазона составляет 80 Тл и не приводит к плавлению проводника (для меди критическая индукция, приводящая к плавлению  $B_{kp} = \sqrt{2\mu_0\gamma c T_{pl}}$ , составляет величину 90 Тл), поэтому режимы деформации полностью соответствуют упругопластической модели.

В качестве проводниковых материалов анализировались отожженная медь, сталь 45, хромистая бронза БрХЦр, tantal и молибден. Последние два материала отличаются тугоплавкостью и высокой прочностью.

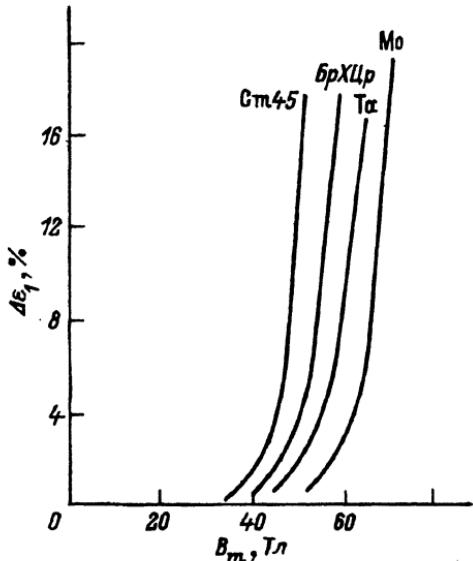


Рис. 2.

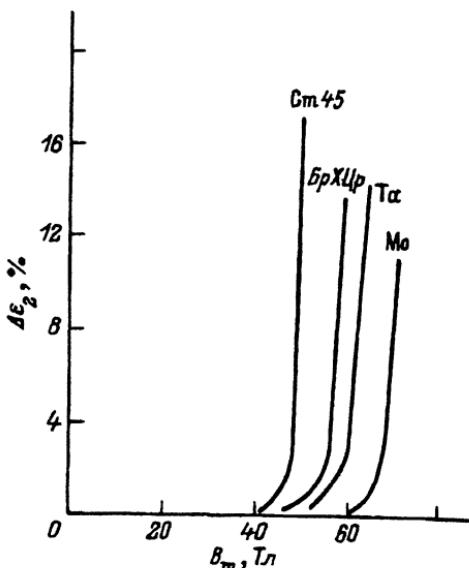


Рис. 3.

Прежде всего следует отметить, что полученное в расчетах приращение остаточной деформации  $\Delta\epsilon_1 = \Delta\tau_0/\tau_0$  за первый импульс может заметно отличаться от соответствующих приращений  $\Delta\epsilon_k$  ( $k > 1$ ) при действии второго и последующих импульсов, что особенно характерно для длинных импульсов. В этом нетрудно убедиться, сопоставляя данные рис. 2 и 3, где построены зависимости приращения остаточной деформации за первый и второй импульсы длительностью 200 мкс в зависимости от амплитуды индукции. Это явление связано с появлением остаточных напряжений противоположного знака, возникающими

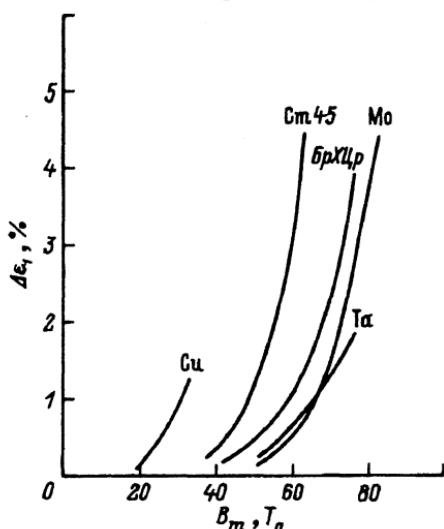


Рис. 4. Кривые остаточной деформации после первого импульса длительностью 20 мкс.

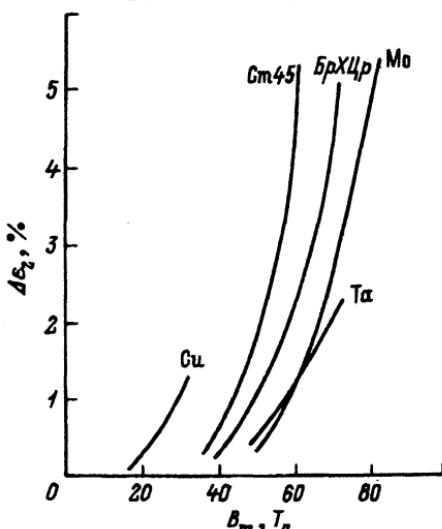


Рис. 5. Кривые остаточной деформации после второго импульса длительностью 20 мкс.

щих при разгрузке пластической зоны вблизи внутренней поверхности катушки. Таким образом, после действия первого импульса и паузы охлаждения вблизи внутренней поверхности появляется область довольно больших ( $0.6-0.7 B_m^2 / \mu_0$ ) остаточных сжимающих напряжений (рис. 8), препятствующих деформации при повторных импульсах. Для радиального распределения остаточных азимутальных напряжений характерно наличие области растягивающих (положительных) напряжений, сосредоточенной в скин-слое, обусловленной разгрузкой от термических напряжений [3], и значительно более обширной зоны сжимающих напряжений, расположенной позади скин-слоя, образованной в результате разгрузки пластичной области [6]. Анализируя кривые для остаточных деформаций (рис. 2-7), нетрудно убедиться, что имеется весьма тесная зависимость приращения деформации от длительности импульса. Причем для коротких импульсов ( $T = 2$  мкс) многоразовая генерация субмагнитного поля вполне реальна (приращение деформации за импульс составляет доли процента). Однако эта закономерность не абсолютна, так как в случае длинных импульсов появление остаточных напряжений после первого импульса приводит к существенному ограничению приращения деформаций для второго и последующих импульсов вплоть до их полного отсутствия, когда пластическая зона располагается в очень тонком поверхностном слое и обусловлена термическими напряжениями, а основная часть материала, подкрепленная зоной остаточных напряжений, остается в упругом состоянии. Это ясно видно из рис. 2 и 3: приращение деформации за второй импульс оказывается значительно меньше, чем после первого. Этот эффект хорошо известен и, в частности, используется для замедления скорости роста трещин в упругопластическом материале посредством предварительного приложения нагрузки большей интенсивности, чем последующие импульсы [7].

Вместе с тем эффект появления остаточных напряжений практически не проявляется для коротких импульсов (рис. 6,7). Поэтому вполне реальная ситуация, когда серии средних по длительности импульсов,

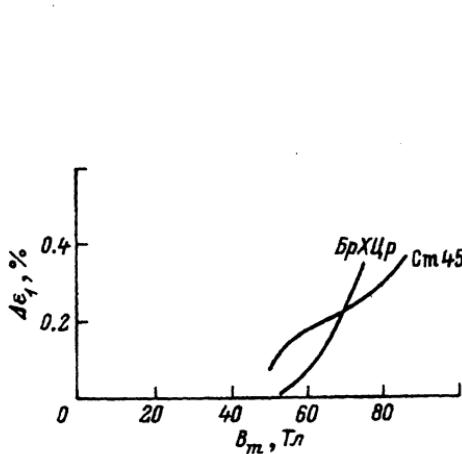


Рис. 6. Кривые остаточной деформации после первого импульса длительностью 2 мкс.

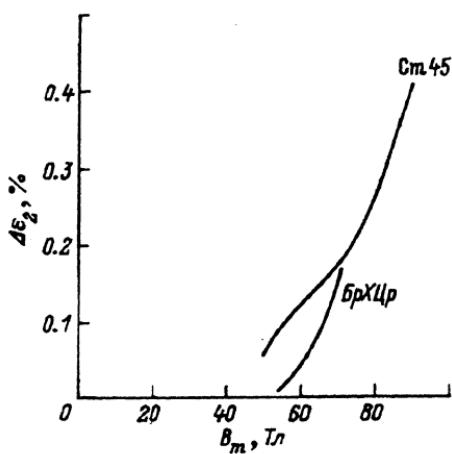


Рис. 7. Кривые остаточной деформации после второго импульса длительностью 2 мкс.

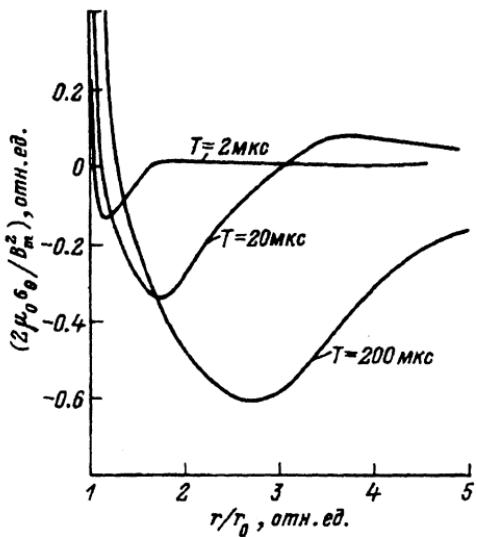


Рис. 8. Радиальные распределения остаточных азимутальных напряжений для импульсов различной длительности.

например амплитудой 60 Тл, оказываются более разрушительными для проводника, чем длинные импульсы той же амплитуды.

В связи с отмеченными особенностями эффект остаточных напряжений (рис. 8) может быть использован для увеличения прочности катушек. В частности, катушку, предназначенную для работы на импульсах средней длительности, целесообразно подвергнуть однократному действию более длительного импульса поля или имеющего большую амплитуду, чем рабочая индукция. Такая операция позволит значительно увеличить ресурс катушки.

В качестве примера можно привести результаты расчетов остаточных деформаций соленоида из молибдена. Для импульсов амплитудой 65 Тл и длительностью 20 мкс приращение остаточной деформации в повторных импульсах составляет 0.75%. В то же время для соленоида, предварительно подвергнутого действию импульса 200 мкс той же амплитуды, этот показатель составил всего лишь 0.13%. Очевидно, возможно применение подобной магнитоимпульсной обработки и в других областях техники.

Полученные численные результаты позволяют дать сравнительную оценку ресурса толстостенных катушек, выполненных из различных материалов. Ресурс — количество импульсов до разрушения будем вычислять исходя из достижения суммарной остаточной деформацией некоторой критической величины  $\varepsilon_c$ . Величина  $\varepsilon_c$  может быть выбрана исходя из предельной пластической (остаточной) деформации  $\varepsilon_p$ , приводящей к разрушению металла;  $\varepsilon_p$  характеризуется для различных материалов значениями от 1 до 150%. Для анализируемых в данной работе материалов, таких как хромистая бронза и молибден,  $\varepsilon_p$  составляет величину около 70%, поэтому реальное ограничение величины  $\varepsilon_c$  может быть сделано исходя из требований к стабильности геометрии и конструкции магнитной системы, что имеет большое значение в технологических и физических приложениях [8,9]. При этом представляется обоснованным считать недопустимыми остаточные деформации в конструкции, превосходящие величину  $\varepsilon_c = 10\%$ .

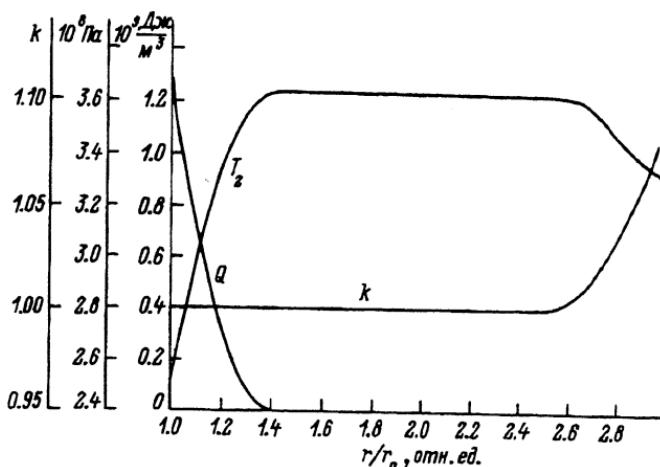


Рис. 9. Распределение джоулевого нагрева  $Q$ , интенсивности напряжений  $I_2$  и коэффициента пластичности  $k$  в стенке стального соленоида в момент максимума индукции ( $t = 10$  мкс,  $B_m = 60$  Тл).

Наличие для анализируемых режимов заметных остаточных деформаций делает уместным постановку вопроса о роли джоулевого нагрева как фактора снижения прочности соленоида вследствие ухудшения механических свойств проводникового материала с ростом температуры. Распределение нагрева и интенсивности напряжений в стенке толстостенной стальной катушки при резком скин-эффекте (рис. 9) показывает, что ширина области больших механических напряжений и пластических деформаций значительно превосходит толщину скин-слоя, в котором сосредоточено джоулево тепловыделение. Поэтому можно утверждать, что для рассмотренных режимов даже в случае проводниковых материалов с относительно низкой проводимостью влияние джоулевого нагрева на величину остаточной деформации несущественно. При этом, однако, остается в силе другой механизм разрушения катушки — эрозия внутренней поверхности вследствие явления малопиковой усталости [10]. В этом случае температурный фактор играет основную роль. Однако в рамках данной работы рассмотрение этого механизма разрушения представляется нецелесообразным, поскольку данный вопрос имеет самостоятельное значение.

Исходя из сделанного предположения, получим условие разрушения в виде

$$\sum_{k=1}^N \Delta \varepsilon_k = \varepsilon_c,$$

где  $\Delta \varepsilon_k$  — приращение остаточной деформации, получаемое в  $k$ -м импульсе. Следует при этом еще раз подчеркнуть, что под термином "разрушение" не всегда можно понимать нарушение сплошности, образование трещин и т.д. Разрушенной можно считать конструкцию, в которой серьезно нарушены первоначальные геометрические размеры. В соответствии с результатами численных расчетов для всех режимов с хорошей точностью выполняется равенство  $\Delta \varepsilon_2 = \Delta \varepsilon_3 = \Delta \varepsilon_4$ . Поэтому последнее соотношение можно переписать в виде  $\Delta \varepsilon_1 + (N - 1)\Delta \varepsilon_2 = \varepsilon_c$ ,

Таблица 2.

Материал	$B_3$ , Тл	
	$T = 20$ мкс	$T = 200$ мкс
Сталь	70	50
Бронза	80	60
Тантал	85	65
Молибден	85	70

откуда получаем оценку ресурса катушки

$$N = 1 + \frac{\varepsilon_c - \Delta\varepsilon_1}{\Delta\varepsilon_2}.$$

Зависимости для ресурса 10%-ной остаточной деформации  $\log_{10} N(B_m)$  (рис. 10 и 11) для импульсов средней и большой длительности отличаются наклоном.

Численные значения критического поля  $B_3$ , разрушающего катушку в течение первого импульса, для импульсов средней и большой длительности приведены в табл. 2. Данные, приведенные в табл. 2 и на рис. 10, 11, показывают, что наиболее высокими прочностными характеристиками по отношению к действию субмагнитического импульсного магнитного поля обладает молибден. В частности, молибденовая катушка без предварительной обработки выдерживает около 100 импульсов длительностью 200 мкс и амплитудой 65 Тл.

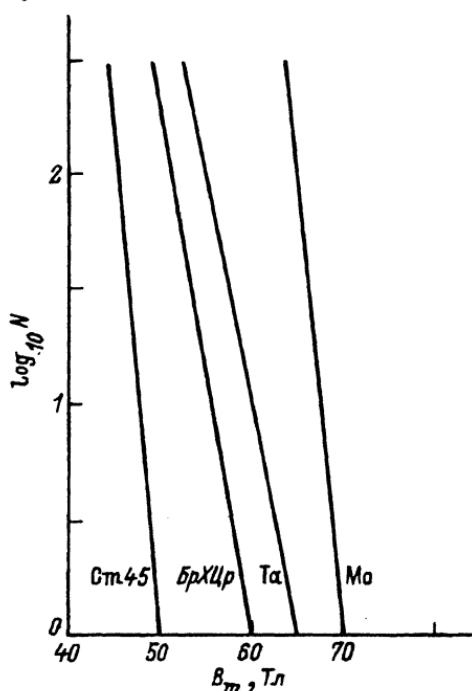


Рис. 10. Кривые ресурса для импульса длительностью 200 мкс.

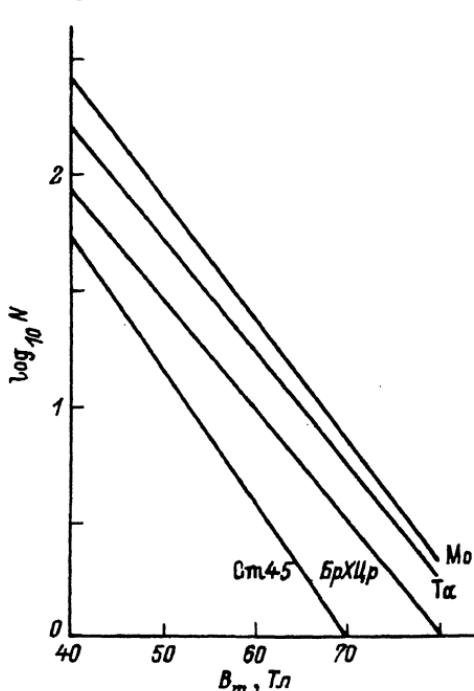


Рис. 11. Кривые ресурса для импульса длительностью 20 мкс.

В заключение авторы считают своим долгом поблагодарить А.А.Зисмана, предоставившего механические свойства проводниковых материалов из базы данных ITER.

### Список литературы

- [1] Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1974.
  - [2] Техника больших импульсных токов и магнитных полей / Под ред. П.Н.Дашука и др. М.: Атомиздат, 1970.
  - [3] Титков В.В. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 9. С. 73-77.
  - [4] Биргер И.А. // Успехи механики деформируемых сред. М.: Наука, 1975. С. 51-73.
  - [5] Гордиенко В.П., Шнеерсон Г.А. // ЖТФ. 1965. Т. 35. С. 1084-1088.
  - [6] Титков В.В. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 4. С. 132-141.
  - [7] Хеллан К. Введение в механику разрушений. М.: Мир, 1988.
  - [8] Ионов В.И., Селиванов В.В. Динамика разрушения деформируемого тела. М.: Машиностроение, 1987.
  - [9] Коваленко А.Д., Карпова И.М., Титков В.В. // Препринт ОИЯИ. № Р13-91-515. Дубна, 1991.
  - [10] Мэнсон С. Температурные напряжения и малоцикловая усталость. М.: Машиностроение, 1974.
-