

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

02

Журнал технической физики, т. 64, в. 7, 1994

© 1994 г.

О ТОРМОЖЕНИИ БЫСТРЫХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ  
ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ С АТОМАМИ

А.Б.Войтхив, В.И.Матвеев

Ташкентский государственный университет, 700095

(Поступило в Редакцию 8 июня 1993 г.

В окончательной редакции 20 декабря 1993 г.)

Неупругие процессы, происходящие при столкновениях быстрых многозарядных ионов (МЗИ) с атомами, характеризуются довольно большими сечениями и их расчет представляет интерес прежде всего с прикладной точки зрения. Сильное поле многозарядных ионов не всегда позволяет использовать борновское приближение, что существенно усложняет расчеты (см., например, [1-4]). Тогда как для экспериментов представляется необходимым иметь простые оценки как сечений неупругих процессов, так и эффективного торможения.

В настоящей работе получены формулы, описывающие эффективное торможение быстрых многозарядных ионов при столкновениях с атомами легких элементов при зарядах ионов  $Z \gg 1$  и скоростях  $v \gg v_a$ , где  $v_a$  — характерная скорость атомных электронов  $K$ -оболочки, причем  $Z^{1/2} \ll v \lesssim Z$ , т.е. когда борновское приближение неприменимо (здесь и ниже используем атомную систему единиц  $\hbar = m = e = 1$ ). Описание торможения основано на простой картине столкновения при этих значениях параметров  $Z, v$ , предложенной в [5,6] для нахождения сечений.

Как известно (см., например, [7]), эффективное торможение  $\kappa$  определяется следующим образом:

$$\kappa = \sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) \sigma_n, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_n$  — энергия,  $\sigma_n$  — сечение возбуждения  $n$ -го состояния атома,  $\varepsilon_0$  — энергия исходного состояния, суммирование проводится по всем атомным состояниям.

Эффективное торможение  $\kappa$  связано с потерей энергии  $dE/dx$  ионом на единице длины его пути

$$\frac{dE}{dx} = -\kappa N, \quad (2)$$

где  $N$  — концентрация атомов.

Рассмотрим вначале столкновение быстрого многозарядного иона с атомами водорода. Пусть атом водорода, находящийся первоначально в основном состоянии, покоится в начале координат, а ион движется по классической линейной траектории  $\mathbf{R}(t) = \mathbf{b} + \mathbf{v}t$ . Следуя [5,6], разобьем всю область прицельных параметров  $0 \leq b < \infty$  на три перекрывающиеся подобласти:  $0 \leq b < Z^{1/2}$ ,  $2Z/v < b < v\tau$ ;  $b \gg Z/v$ , где  $\tau$  — характерное атомное время (для водорода  $\tau \sim 1$ ). В области больших прицельных параметров ( $b \gg Z/v$ ) можно использовать теорию возмущений по полю многозарядного иона. Учет влияния этого поля в первом порядке теории возмущений приводит к следующему вкладу в эффективное торможение от столкновений с прицельными параметрами  $b$ , не меньшими некоторого значения  $b_1 \gg Z/v$ ,

$$\kappa(v \geq b_1) = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \left( \frac{2v}{\gamma I b_1} \right), \quad (3)$$

где  $I = \exp\{\sum_n f_{0n} \ln(\varepsilon_n - \varepsilon_0) / \sum_n f_{0n}\}$  — средняя атомная энергия,  $f_{0n}$  — силы осцилляторов,  $\gamma \approx 1.78$  ( $\ln \gamma = C \approx 0.577$  — постоянная Эйлера).

Для водорода  $I = 0.55$  (см., например, [7]).

В области  $2Z/v < b < v\tau$ , согласно [5,6], процесс взаимодействия быстрого МЗИ с атомным электроном при рассматриваемых значениях параметров  $Z, v$  сводится к “внезапной” передаче электрону импульса

$$\mathbf{q} = \frac{2Z}{b \cdot v} \cdot \frac{\mathbf{b}}{b}.$$

Вклад в сечение возбуждения  $n$ -го состояния от столкновений с прицельными параметрами  $b_2 \leq b \leq b_3$ , где  $b_2, b_3$  — некоторые значения прицельных параметров, удовлетворяющих условно  $2Z/v < b_2 < b_3 < v\tau$ , имеет вид [5]

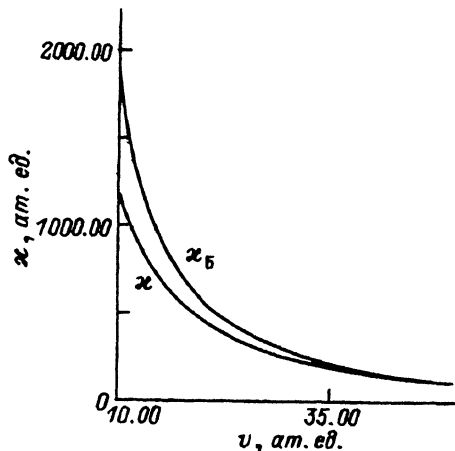
$$\sigma_n = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{b_2}^{b_3} db \cdot | \langle n | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} | 0 \rangle |^2, \quad (4)$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус вектор атомного электрона.

С учетом (1) и (4) для вклада в эффективное торможение от области  $b_2 \leq b \leq b_3$  находим (ср. [8])

$$\kappa(b_2 \leq b \leq b_3) = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \left( \frac{b_3}{b_2} \right). \quad (5)$$

Для получения вклада в эффективное торможение от области малых прицельных параметров  $b$ , не превосходящих некоторого  $b_4 < Z^{1/2}$ ,



Сравнение значений эффективного торможения, рассчитанного по формуле (9), и в борновском приближении для заряда иона  $Z = 50$  и скоростей иона  $10 \leq v \leq 50$  (ат. ед.).

удобно рассмотреть процесс столкновения в системе отсчета, в которой ион покоится. При влете атома в область пространства  $d < Z^{1/2}$ , где  $d$  — радиус сферы с центром в точке нахождения иона, поле иона превышает поле атомного протона и последним можно пренебречь: на ионе рассеивается свободный электрон, волновая функция которого перед влетом в область  $d < Z^{1/2}$  имеет вид<sup>1</sup>

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \varphi_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}(t)) \exp \left\{ i\mathbf{v}\mathbf{r} - i\varepsilon_0 t - i\frac{v^2}{2} \cdot t \right\}, \quad (6)$$

где  $\varphi_0$  — волновая функция основного состояния атома водорода.

Таким образом, “роль” протона в этом случае сводится к формированию электронного волнового пакета, т.е. к созданию распределения по импульсам налетающих на многозарядные ионы электронов, которые затем рассеиваются в поле ионов. Для описания рассеяния поэтому будем использовать формулу Резерфорда, имеющую, как известно, в квантовом и классическом случаях одинаковый вид. С учетом того что разброс по скоростям  $|\Delta v|$  в исходном пакете мал в сравнении со средней скоростью пакета  $v (v \gg \Delta v \sim 1)$ , формулу Резерфорда можно записать следующим образом:

$$d\sigma_\varepsilon = 2\pi \frac{Z^2 d\varepsilon}{v^2 \varepsilon^2}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  — передаваемая электрону (в системе покоя исходного атома) энергия.

Соответствующий вклад в эффективное торможение имеет вид

$$\kappa = \int_{\varepsilon_4}^{\varepsilon_{\max}} \varepsilon \cdot d\sigma_\varepsilon = 2\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \left( \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_4} \right), \quad (8)$$

<sup>1</sup> В силу большой скорости ( $v \gg Z^{1/2} > 1$ ) можно считать, что электронный волновой пакет (6) при влете в область  $d < Z^{1/2}$  имеет ту же форму, что и в невозмущенном атоме.

где  $\varepsilon_{\max} = 2v^2$  — максимальная энергия, которую может получить электрон при столкновении с “бесконечно” тяжелым ионом;  $\varepsilon_4$  — энергия, получаемая электроном при столкновении с параметром удара  $b_4$ :  $\varepsilon_4 = q^2(b_4)/2 = 2Z^2/b_4^2 \cdot v^2$ .

Учитывая перекрытие рассмотренных областей прицельных параметров, можно произвести соответствующие “сшивки”, положив  $b_4 = b_2, b_1 = b_3$ , и для полного эффективного торможения имеем

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \left( \frac{2v^3}{\gamma I Z} \right). \quad (9)$$

Отметим, что формула (9) сходна с полученной в [9] на основе классических представлений. Используя (2) и (9), нетрудно найти путь, проходимый быстрым МЗИ при торможении его от скорости  $v_1$  до  $v_2$  ( $Z^{1/2} \ll v_2 < v_1 \lesssim Z$ ),

$$S(v_1, v_2) = \frac{M I^{4/3}}{12\pi N Z^{2/3}} (Ei(a_1) - Ei(a_2)), \quad (10)$$

где  $M$  — масса иона,  $a = (4/3) \ln(2v^3/\gamma I Z)$ ,  $Ei(a)$  — интегральная показательная функция [10].

На рисунке приведены графики зависимостей  $\kappa(v)$ , рассчитанные по формуле (9), и в борновском приближении, когда

$$\kappa_B = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln(2v^2/I)$$

(см., например, [7]), при  $Z = 50$ . Видно, что при  $v \leq Z$   $\kappa_B$  превышает рассчитанное по формуле (9) на 10–40%.

Полученные результаты естественным образом обобщаются на случай столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами легких элементов, для которых  $v \gg v_a$

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} Z_a \ln \left( \frac{2v^3}{\gamma I Z} \right), \quad (11)$$

где  $Z_a$  — число атомных электронов;  $I$  — средняя атомная энергия, определенная выше.

Соответственно путь, проходимый МЗИ при торможении от скорости  $v_1$  до  $v_2$ , в этом случае определяется следующим выражением:

$$S(v_1, v_2) = \frac{M I^{4/3}}{12\pi Z_a N Z^{2/3}} (Ei(a_1) - Ei(a_2)). \quad (12)$$

#### Список литературы

- [1] Crothers D.S.F., McCann J.H. // J. Phys. B. 1983. Vol. 16. P. 3229.
- [2] Salop A., Eichler J. // J. Phys. B. 1979. Vol. 12. P. 257.
- [3] Eichler J. // Phys. Rev. A. 1977. Vol. 15. P. 1856.
- [4] Юдин Г.Л. // ЖЭТФ. 1981. Т. 89. С. 1026.
- [5] Матвеев В.И. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 2021.

- [6] *Voitkiv A.B., Pazdersky V.A.* // J. Phys. B. 1988. Vol. 21. P. 3369.  
 [7] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989.  
 [8] *Матвеев В.И.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. С. 1176.  
 [9] *Bohr N.* // Phys. Mag. 1913. Vol. 25. P. 10. 1915. Vol. 30. P. 581. Избранные научные труды. М.: Наука, 1970. Т. 1. С. 63.  
 [10] Справочник по специальным функциям / Под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. М.: Наука, 1979.

06;12  
 © 1994 г.

*Журнал технической физики, т. 64, в. 7, 1994*

## ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ПЛАСТИНЕ С ИСКУССТВЕННО НАВЕДЕННОЙ НЕОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

*И.П.Жадько, С.И.Козловский, В.А.Романов*

Институт физики полупроводников, 252028, Киев  
 (Поступило в Редакцию 11 августа 1993 г.)

Интегральные полупроводниковые датчики механических величин находятся в центре фундаментальных и прикладных исследований. Наибольшим спросом среди них пользуются интегральные датчики давления на основе кремния. Ранее с целью оптимизации выходных характеристик были проведены исследования чувствительных элементов датчиков давления на основе кольцевой структуры [1,2]. При этом распределение механических напряжений (а значит, и параметра анизотропии) в области расположения чувствительного элемента на полупроводниковой мембране датчика при ее нагружении было однородным.

В настоящей работе мы рассмотрим случай неоднородного (линейного) изменения параметра анизотропии в области расположения кольцевого чувствительного элемента. Такого рода деформация возникает в профилированной полупроводниковой мембране с жестким центром при равномерном нагружении ее поверхности [3-5]. Интерес к ним обусловлен возможностью получения преобразователей с повышенной линейностью нагрузочных характеристик [3,4].

Рассмотрим перераспределение электрического потенциала в  $xy$ -плоскости исходно изотропной полупроводниковой пластины при ее неоднородной, линейно изменяющейся одноосной деформации, которая создает анизотропию проводимости. Пластина ограничена кольцевыми электродами радиусами  $R_1$  и  $R_2$  соответственно (рис. 1).

Распределение потенциала  $\varphi$  в тонкой пластине  $R_2 - R_1 \ll d$  ( $d$  — толщина пластины) описывается уравнением

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma_{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = 0 \quad (1)$$