

# МЕТОДИКА РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ И ПОТЕНЦИАЛА ПРИ СОЗДАНИИ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ В СТЕКЛАХ ПУТЕМ ЭЛЕКТРОСТИМУЛИРОВАННОГО ЛЕГИРОВАНИЯ

А.Э.Розенсон, Н.А.Яковенко

Кубанский государственный университет, 350058, Краснодар  
(Поступило в Редакцию 18 октября 1993 г.)

В работе [1] получено аналитическое выражение для распределения напряженности электрического поля в приповерхностной области стеклянной подложки при формировании планарного оптического волновода методом электростимулированного легирования, обусловленного градиентом концентрации ионов. Определение потенциала поля, размеров и емкости области локализации пространственного заряда для случая, когда распределение концентрации положительных ионов щелочных металлов при наличии внешнего электрического поля описывается дополнительной функцией ошибок, является весьма актуальным для прогнозирования параметров создаваемых в стекле оптических волноводов.

Полагаем, что распределение концентрации положительных ионов по глубине стеклянной подложки при наличии внешнего электрического поля в предположении полной замены катионов стекла катионами расплава соли, описывается в виде дополнительной функции ошибок

$$C(x, t) = C_0 \operatorname{erfc}[(x - \mathcal{E} \mu t) / 2\sqrt{DT}], \quad (1)$$

где  $C(x, t)$  — концентрация ионов на расстоянии  $x$  от поверхности подложки;  $C_0$  — концентрация диффундирующих ионов на поверхности подложки;  $D$  — коэффициент диффузии носителей заряда;  $\mu$  — подвижность носителей заряда;  $t$  — время электростимулированного легирования;  $\mathcal{E} = V/d$  ( $V$  — внешнее приложенное (стимулирующее) напряжение,  $d$  — толщина подложки из стекла).

Внедрение ионов щелочных металлов приводит к пространственной неоднородности диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(x)$ . Уравнение, связывающее потенциал  $\varphi(x, t)$  с плотностью зарядов  $\rho(x, t)$ , имеет вид

$$\frac{d^2 \varphi(x, t)}{dx^2} + \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon(x)} \frac{d\varepsilon(x)}{dx} \frac{d\varphi(x, t)}{dx} = -\frac{\rho(x, t)}{\varepsilon_0 \varepsilon(x)}. \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Функцию  $\varepsilon(x)$  можно восстановить, например, методами решения обратной задачи рассеяния. Пренебрегая неоднородностью диэлектрической проницаемости, из (2) получаем уравнение Пуассона

$$\frac{d^2 \varphi(x, t)}{dx^2} = -\frac{\rho(x, t)}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad (3)$$

где  $\rho(x, t) = C(x, t) \cdot e$ ,  $e$  — модуль заряда иона.

В рамках указанных приближений получаем

$$d^2\varphi(x, t)/dx^2 = -(eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot \operatorname{erfc}[(x - \mathcal{E}\mu t)/2\sqrt{Dt}]. \quad (4)$$

Поскольку  $d\varphi/dx = -E$ , то

$$\begin{aligned} E(x, t) &= (eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot \int \operatorname{erfc}[(x' - \mathcal{E}\mu t)/2\sqrt{Dt}] \cdot dx' = \\ &= (eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot 2\sqrt{Dt} \cdot [z \cdot \operatorname{erfc}(z) - (1/\sqrt{\pi}) \cdot \exp(-z^2)] + C_1, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $z = (x - \mathcal{E}\mu t)/2\sqrt{Dt}$ ,  $x' = 2\sqrt{Dt} \cdot z + \mathcal{E}\mu t$ ,  $dx' = 2\sqrt{Dt} \cdot dz$ ,  $C_1$  — постоянная интегрирования.

При  $x \rightarrow \infty$  электрическое поле  $E(x, t) = 0$  и из (5) находим, что  $C_1 = 0$ . Распределение потенциала в области пространственного заряда подложки определяется выражением

$$\begin{aligned} \varphi(x, t) &= - \int E(x', t) \cdot dx' = -(eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot 4Dt \cdot \left[ (z^2/2) \cdot \operatorname{erfc}(z) - \right. \\ &\quad \left. -(1/4) \cdot \operatorname{erfc}(z) - (z/2\sqrt{\pi}) \cdot \exp(-z^2) \right] + C_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Используя граничное условие  $\varphi(x \rightarrow \infty, t) \rightarrow 0$ , из (6) получим

$$C_2 = -(eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot Dt. \quad (7)$$

В точке  $x = 0$  потенциал  $\varphi(x, t)$  принимает экстремальное значение, равное по величине контактной разности потенциалов, возникающей на границе раздела расплав–подложка,

$$\begin{aligned} \varphi(0, t) &= -(eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot 4Dt \cdot \left\{ (z_1^2/2) \cdot [1 + \operatorname{erf}(z_1)] + (1/4) \cdot \operatorname{erf}(z_1) + \right. \\ &\quad \left. +(z_1/2\sqrt{\pi}) \exp(-z_1^2) \right\} + (eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot Dt, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $z_1 = \mathcal{E}\mu t/2\sqrt{Dt}$ .

Если пренебречь вкладом от процесса тепловой диффузии ( $2\sqrt{Dt} \rightarrow 0$ ), то распределение концентрации положительных ионов приобретает ступенчатый характер

$$\sigma(x) = \lim_{\infty \rightarrow \infty} \frac{1}{2} [\operatorname{erf}(\alpha \cdot x) + 1], \quad (9)$$

где

$$\sigma(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1/2, & x = 0, \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (10)$$

— ступенчатая функция Хевисайда.

Подобный профиль функции  $C(x, t)$  наиболее характерен для волноводов и волноводных элементов, создаваемых методом электростимулированного легирования стекол ионами щелочных металлов из расплава солей.

Пусть толщина области пространственного заряда простирается на расстояние, равное  $W$ , т.е.  $C(x, t) \equiv \sigma(x) \cdot (eC_0/\varepsilon\varepsilon_0)$ . Тогда

$$E(x, t) = (eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot \int_x^W \sigma(x') \cdot dx' = (eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot (W - x) \quad (11)$$

и

$$\varphi(x, t) = - \int E(x', t) \cdot dx' = (eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot [(x - W)^2/2]. \quad (12)$$

Из (12) видно, что потенциал убывает по параболическому закону при удалении от поверхности волновода до  $W$ . В точке  $x = 0$  достигается максимальное значение потенциала, равное величине контактной разности потенциалов

$$\varphi(D, t) = (eC_0/\varepsilon\varepsilon_0) \cdot W^2/2 \equiv \varphi_k. \quad (13)$$

Влияние внешней разности потенциалов  $V$  сводится к повышению поверхностного потенциала до величины  $\varphi + V$ . В соответствии с этим изменяется и толщина слоя объемного заряда  $W \rightarrow W_1 + \Delta W$ . Отсюда

$$W_1 = \sqrt{2\varepsilon\varepsilon_0 \cdot (\varphi + V)/eC_0}. \quad (14)$$

Для случая, когда известна глубина волноводного слоя, из (14) получаем (пренебрегая контактной разностью потенциалов по сравнению с приложенным внешним напряжением) приближенную формулу для оценки концентрации ионов на поверхности подложки

$$C_0 \approx 2\varepsilon\varepsilon_0 V/eW_0^2, \quad (15)$$

причем  $W_0 = W_0(V)$ , где  $W_0$  — экспериментальное значение глубины волноводного слоя.

Емкость области пространственного заряда в стеклянной подложке, отнесенная к единице площади границы раздела расплав-подложка, определяется соотношением  $C = dQ/dV$ , где  $dQ$  — дифференциальное приращение плотности заряда, вызванное достаточно малым изменением приложенного напряжения. В приближении ступенчатого профиля концентрации величина объемного заряда равна  $Q = e \cdot C_0 \cdot W_1$ .

Следовательно,

$$C = eC_0(dW_1/dV) \quad (16)$$

и с учетом (14)

$$C = \sqrt{e\varepsilon\varepsilon_0 C_0/2(\varphi + V)}, \quad (17)$$

где  $\varphi = \varphi(0, t)$  определяется формулой (8).

Оценим величины  $C_0$ ,  $\varphi(0, t)$ ,  $C$ ,  $W_1$  для оптических планарных волноводов, создаваемых из расплава  $\text{AgNO}_3$ . Экспериментальные зависимости глубины волноводного слоя  $W_0$  от величины стимулирующего напряжения  $V$  приведены в таблице

<i>N</i>	<i>V</i> , В	<i>W<sub>0</sub></i> , мкм	<i>W<sub>1</sub></i> , мкм	<i>C</i> , мкФ/м <sup>2</sup>	$\varphi$ , В
1	10.0	6.0	5.8754	5.8745	-0.4110
2	20.0	8.0	7.8936	4.3725	-0.5283
3	30.0	9.0	8.8925	3.8814	-0.6056
4	40.0	12.0	11.9088	2.8983	-0.7124
5	50.0	13.0	12.9050	2.6746	-0.7284
6	60.0	14.0	14.9074	2.3153	-0.7387

Величина приложенного напряжения изменялась в пределах 10–60 В. Диэлектрическая проницаемость и толщина подложки соответственно равны  $\epsilon = 3.9$ ,  $d = 1.25$  мм. Концентрация диффундирующих ионов серебра на поверхности стеклянной подложки определялась по формуле (15). Коэффициент диффузии и подвижность ионов  $\text{Ag}^+$  при температуре 330 °С равны  $D = 2.15 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>/с,  $\mu = 4.13 \cdot 10^{-10}$  см<sup>2</sup>/(В·с) соответственно [2].

Вычисления  $C_0$ ,  $\varphi(0, t)$ ,  $C$ ,  $W_1$  проводились по формулам (15), (8), (17), (14) соответственно. Результаты представлены в таблице и на рис. 1. Обращает на себя внимание хорошее совпадение (относительная погрешность  $\approx 2\%$ ) теоретических и экспериментальных значений толщины области пространственного заряда (рис. 1), что свидетельствует о соответствии выбранной модели (1) реальному распределению диффундирующих ионов. Отметим немонотонный характер зависимости  $\varphi(0, t)$  от  $V$ . Если усреднить найденные величины  $C_0(V)$  по использованным значениям  $V$ , то получим  $C_0 = 1.29 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>. При этом  $\varphi(0, t)$  становится монотонно зависящим от  $V$ . На рис. 2,3 представлены зависимости  $E(x, t)$  и  $\varphi(x, t)$  при различных значениях  $V$ .

Видно (рис. 2), что увеличение  $V$  качественно изменяет характер взаимодействия внедренных ионов с внешним полем: если при  $V \leq 30$  В поле  $E(x, t)$  зависит от  $x$  монотонно, то для  $V > 30$  В в области  $x \leq 1$  мкм сила взаимодействия увеличивается с удалением иона от поверхности подложки, при  $x > 1$  мкм уменьшается. Потенциал  $\varphi(x, t)$  (рис. 3) на глубине 4–8 мкм испытывает осцилляции, подобные фриделевским, соответствующим экранированному межатомному взаимо-

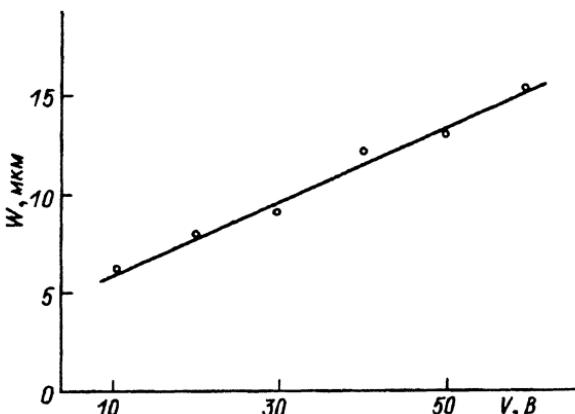


Рис. 1. Зависимости толщины  $W$  оптического волновода от приложенного напряжения  $V$ . Сплошная линия — теория, значения — эксперимент.

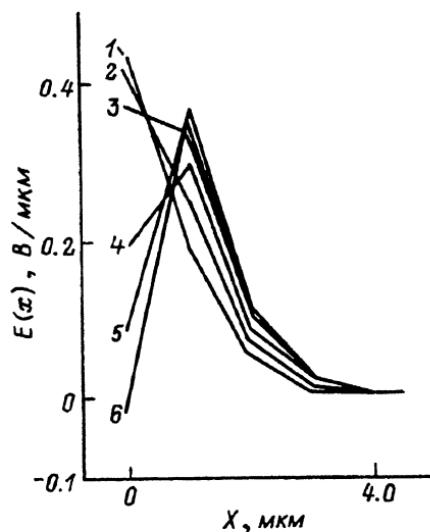


Рис. 2. Распределение напряженности электрического поля в стеклянной подложке.

1 —  $V = 10$ , 2 — 20, 3 — 30, 4 — 40, 5 — 50, 6 — 60 В.

действию в конденсированных средах. В нашем случае взаимодействие легирующего иона с источником поля экранируется другими диффундирующими ионами. Характерная зависимость  $\varphi(x, t)$  показана на рис. 4.

Таким образом, предлагаемая методика расчета потенциала и напряженности электрического поля, размеров и емкости области пространственного заряда позволяет спрогнозировать возможные оптико-физические характеристики планарного световода, создаваемого методом электростимулированного легирования стекол ионами щелочных металлов.

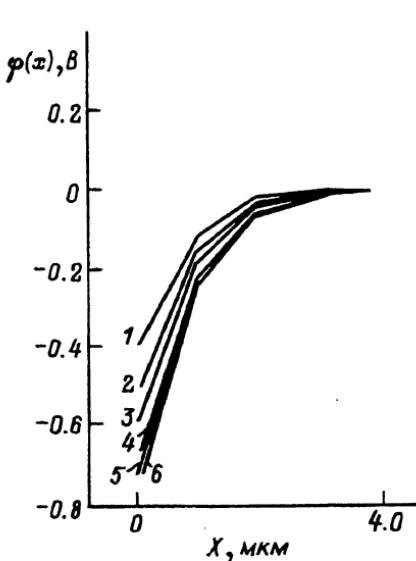


Рис. 3. Распределение потенциала поля в подложке.

1—6 — то же, что и на рис. 2.

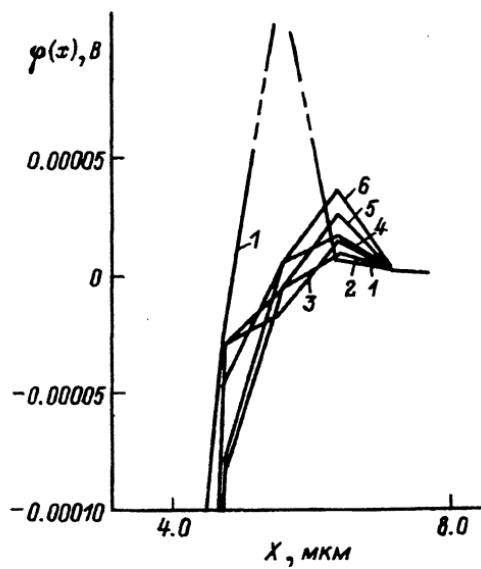


Рис. 4. Осцилляции потенциала.

1—6 — то же, что и на рис. 2.

## Список литературы

- [1] Долуденко В.Г., Яковенко Н.А. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 6. С. 151–168.  
[2] Lagu R.K., Ramaswamy R.V. // J. Light Wave Techn. 1986. Vol. LT-4. N 12. P. 176–181.

02;12

© 1994 г.

Журнал технической физики, т. 64, в. 7, 1994

# ОБ УГЛОВОЙ РАСХОДИМОСТИ АТОМНОГО ПУЧКА, ВЫХОДЯЩЕГО ИЗ КАНАЛА НАГРЕТОГО ТИГЛЯ

A.A. Тарасов, A.L. Толстик

Научно-исследовательский институт ядерных проблем при Белорусском  
государственном университете, 220050, Минск  
(Поступило в Редакцию 25 октября 1993 г.)

Вопрос о направленности атомного пучка, выходящего из канала тигля, изучался в ряде работ [1–5], начиная с 30-х годов, как теоретически, так и экспериментально в связи с развитием методов пучковой спектроскопии, атомной физики и др. Ранее выполняемые расчеты основывались либо на использовании заданного потока рассеянных на стенках канала частиц [1–4], либо на вычислении интегралов рассеяния, описывающих выход частиц через отверстие тигля после многократного соударения со стенками канала [5]. Такой подход при всей его наглядности сопряжен с большими трудностями при получении численных данных для длинного узкого канала ( $L \gg D$ , где  $L$  и  $D$  — длина и диаметр канала), так как требует либо использования приближенной функции распределения плотности атомов вдоль канала [3], либо учета большого числа рассеяний, возрастающего по мере увеличения отношения  $L/D$ . В упомянутых выше работах авторы обычно ограничивались случаем  $L \leq 10D$ . В то же время наибольший практический интерес представляет случай  $L \geq 10D$ , так как при этом увеличивается интенсивность пучка в осевом направлении, что требуется в большинстве экспериментов.

В настоящей работе с использованием метода Монте-Карло рассчитано угловое распределение атомного пучка, образованного испарением частиц из нагревого тигля, для случая длинного узкого канала.

Расчет проведен в приближениях, соответствующих условиям формирования пучка в фотоионизационном масс-спектрометре, основанном на термическом испарении и атомизации пробы в вакууме и резонансной лазерной ионизации искомого элемента в пучке [5,6]. Атомы испаряются со дна цилиндрического тигля. Проба распределена по дну равномерно. Вылет частиц со дна и рассеяние их на стенках канала носят диффузный характер. Поглощение частиц не учитывается из-за незначительности адсорбции на горячих стенках. Длина свободного пробега атомов значительно больше размеров тигля  $L$  и  $D$ , поэтому столкновениями частиц между собой можно пренебречь и рассматривать только рассеяние на стенках.