

**01;07**  
 ©1994 г.

**ЗАВИСИМОСТЬ ДИФРАКЦИОННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ  
 ОБЪЕМНОЙ ФАЗОВОЙ ПРОПУСКАЮЩЕЙ ГОЛОГРАММЫ  
 С МНОГОКРАТНОЙ ЗАПИСЬЮ  
 ПОЛНОЙ СИСТЕМЫ ОПТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ  
 ДИСКРЕТНЫХ ОРТОНОРМИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ  
 ОТ УГЛОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПОРНЫХ ВОЛН**

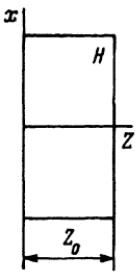
*H.C.Шляпочникова*

Всероссийский научный центр (ГОИ им. С.И.Вавилова),  
 199034, Санкт-Петербург  
 (Поступило в Редакцию 28 декабря 1993 г.)

Получено аналитическое решение системы уравнения, описывающей дифракцию волн в объеме голограммы с многократной записью полной системы световых моделей ортонормированных функций. Найдена зависимость дифракционной эффективности от углов падения опорных плоских волн при записи и приращения постоянной составляющей диэлектрической проницаемости в объеме голограммы.

Интерес к записи объемных голограмм световыми моделями ортогональных функций связан с возможностью использования таких голограмм для сверхплотной записи информации, а также в качестве оптических элементов, позволяющих разложить произвольное изображение по системе любых ортогональных функций [1,2]. В работе [2] в кинематическом приближении теории дифракции было показано, что глубокая трехмерная голограмма с многократной записью системы оптических моделей ортогональных функций осуществляет ассоциативную выборку, т.е. при предъявлении одной из исходных ортогональных функций воспроизводится та опорная волна, с которой эта функция была записана. Изучению свойств таких голограмм в динамическом приближении теории дифракции, соответствующем случаю высокой дифракционной эффективности преобразования, посвящены работы [3,4].

Теоретический анализ, проведенный в этих работах с применением модовой теории [5], подтвердил ассоциативные свойства объемных голограмм, полученных путем записи наложенных голограмм световых моделей полных систем дискретных ортонормированных функций. Однако исследование этого вопроса с точки зрения модовой теории,



К рассмотрению экспозиции с номером  $m$ , при которой происходит запись объекта  $O_m$ , включающего в себя  $N$  плоских волн с номерами  $1, 2, \dots, N$ .

В регистрирующей среде  $H$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_0$  эти волны имеют волновые векторы  $k_1, k_2, \dots, k_N$ , а их амплитуды  $A_{1m}, A_{2m}, \dots, A_{Nm}$  соответственно описываются  $m$ -й дискретной ортонормированной функцией.  $R_m$  — опорная плоская волна, которая в светочувствительной среде имеет волновой вектор  $\rho_m$ , составляющий угол  $\varphi_m$  с осью  $z$ .

использующей в своем аппарате параксиальное приближение, накладывает ограничение на углы распространения всех исходных пучков. В настоящей работе проводится аналитическое рассмотрение, которое позволяет найти дифракционную эффективность глубокой фазовой пропускающей голограммы, полученной в результате последовательной записи в объеме светочувствительной среды наложенных голограмм взаимно ортогональных волновых полей в том случае, когда параксиальное ограничение на углы распространения плоских компонент записывающего излучения выполняется только для объектных пучков.

Выведем систему уравнений, которым подчиняются амплитуды плоских компонент светового излучения, распространяющегося в объеме исследуемой голограммы. Для этого сначала рассмотрим процесс последовательной записи объектных источников  $0_1, \dots, 0_N$  с некоторыми плоскими референтными волнами  $R_1, \dots, R_N$ , волновые векторы которых  $\rho_1, \dots, \rho_N$  наклонены на углы  $\varphi_1, \dots, \varphi_N$  к оси  $z$ , нормальной к поверхности голограммы. Фоточувствительный слой ограничен двумя параллельными плоскостями, проходящими через  $z = 0$  и  $z = z_0$ . В качестве объекта при каждой последовательной записи используется пакет, состоящий из  $N$  плоских волн, волновые векторы которых  $k_1, \dots, k_N$  не меняются при переходе от одной экспозиции к другой и наклонены на малые углы  $\theta_1, \dots, \theta_N$  по отношению к оси  $z$ . Причем в записи с референтным источником  $R_m$  участвует объектный пучок  $0_m$ , амплитуды  $A_{1m}, \dots, A_{Nm}$  плоских компонент которого соответствуют  $m$ -й дискретной ортонормированной функции (см. рисунок). Общее количество всех последовательных экспозиций равно  $N$ , где  $N$  — число ортонормированных функций, образующих полную систему.

Волновое поле излучения, записывающего голограмму, для  $m$ -й экспозиции можно представить в виде

$$E_m(\mathbf{r}) = B_m e^{i\rho_m \mathbf{r}} + \sum_{n=1}^N A_{nm} e^{i\mathbf{k}_n \mathbf{r}}, \quad (1)$$

где  $B_m$  — комплексная амплитуда  $m$ -й референтной волны;  $\{A_{nm}\}_{n=1, \dots, N}$  — амплитуды плоских компонент объектного пучка  $0_m$ ;  $|\rho_m| = |\mathbf{k}_n| = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны записывающего излучения в регистрирующей среде;  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  ( $m, n = 1, \dots, N$ ).

Предположим, что в результате многократной записи после соответствующей обработки функцию диэлектрической проницаемости в объеме голограммы можно описать следующим выражением:

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon_0 + \Delta\epsilon + \Delta\epsilon(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0$  — некоторое первоначальное значение диэлектрической проницаемости регистрирующего материала;  $\Delta\varepsilon$  — приращение, создаваемое некоторым внешним образом, отличным от процесса записи; величина  $\Delta\varepsilon(\mathbf{r})$  пропорциональна локальной интенсивности стоячей волны, записанной в объеме голограммы, т.е.

$$\Delta\varepsilon(\mathbf{r}) = \kappa\varepsilon_0 \sum_{m=1}^N |E_m(\mathbf{r})|^2. \quad (3)$$

Здесь  $\kappa$  — коэффициент пропорциональности;  $|E_m(\mathbf{r})|^2$  — поле интенсивности, возникшее в результате  $m$ -й экспозиции. Подставляя (1) и (3) в (2), находим

$$\begin{aligned} \varepsilon(\mathbf{r}) = \bar{\varepsilon} + \kappa\varepsilon_0 \sum_{m=1}^N \sum_{\substack{n,j=1 \\ n \neq j}}^N A_{nm} A_{jm}^* e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_j)\mathbf{r}} + \\ + \sum_{m,n=1}^N (B_m A_{nm}^* e^{i\mathbf{K}_{mn}\mathbf{r}} + B_m^* A_{nm} e^{-i\mathbf{K}_{mn}\mathbf{r}}), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 + \widetilde{\Delta\varepsilon}$ ;  $\widetilde{\Delta\varepsilon} = \kappa\varepsilon_0 I + \Delta\varepsilon$ ;  $I = \sum_{m=1}^N |B_m|^2 + \sum_{m,n=1}^N |A_{nm}|^2$ ;  $\mathbf{K}_{mn}$  — вектор решетки интенсивности, записанной  $m$ -й референтной и  $n$ -й объектной волнами, для которого имеет место равенство

$$\mathbf{k}_{mn} = \rho_m - \mathbf{k}_n. \quad (5)$$

Если второе слагаемое в (4) переписать следующим образом:

$$\sum_{m=1}^N \sum_{\substack{n,j=1 \\ n \neq j}}^N A_{nm} A_{jm}^* e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_j)\mathbf{r}} = \sum_{\substack{n,j=1 \\ n \neq j}}^N e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_j)\mathbf{r}} \sum_{m=1}^N A_{nm} A_{jm}^*, \quad (6)$$

то становится очевидно, что оно обращается в нуль благодаря тому, что амплитуды  $\{A_{nm}\}_{m,n=1,\dots,N}$  описываются дискретными ортонормированными функциями и, следовательно, обладают основным свойством этих функций

$$\sum_{m=1}^N A_{nm} A_{jm}^* = \sum_{m=1}^N A_{mn} A_{mj}^* = \delta_{nj} N |a|^2, \quad (7)$$

где  $\delta_{nj}$  — символ Кронекера;  $a$  — комплексная постоянная, определяющаяся из условия нормировки.

Таким образом, при многократной записи полной системы световых моделей ортонормированных функций происходит стирание решеток интенсивности, записанных этими функциями, что уже отмечалось в

более ранних публикациях [3,4]. Вследствие этого выражение (4) существенно упрощается

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \bar{\varepsilon} + \kappa \varepsilon_0 \sum_{m,n=1}^N (B_m A_{nm}^* e^{i\mathbf{k}_{mn}\mathbf{r}} + B_m^* A_{nm} e^{-i\mathbf{k}_{mn}\mathbf{r}}). \quad (8)$$

Далее будем считать, что волны, участвовавшие в записи, линейно поляризованы в одной и той же плоскости, перпендикулярной плоскости падения пучков. Это предположение позволяет не учитывать векторный характер электромагнитного поля. В скалярном приближении теории дифракции световое поле  $E(\mathbf{r})$ , восстановленной голограммой, должно удовлетворять уравнению Гельмгольца

$$\Delta E + k^2 \varepsilon(\mathbf{r}) E = 0, \quad (9)$$

где  $k$  — волновое число восстанавливющего излучения в вакууме.

Пусть поле волны, освещющей голограмму, содержит те же пространственные гармоники, что и поле записывающего излучения. Тогда, используя метод, предложенный ранее [5,6], будем искать решение уравнения (9) в виде

$$E(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^N b_m(z) e^{i\rho'_m \mathbf{r}} + \sum_{n=1}^N a_n(z) e^{i\mathbf{k}'_n \mathbf{r}}, \quad (10)$$

где  $b_m(z)$ ,  $a_n(z)$  — медленно меняющиеся функции;  $\rho'_m = \rho_m + \Delta\rho_m$ ,  $\mathbf{k}'_n = \mathbf{k}_n + \Delta\mathbf{k}_n$ ,  $\Delta\rho_m$  и  $\Delta\mathbf{k}_n$  — приращение волновых векторов  $\rho_m$  и  $\mathbf{k}_n$  соответственно, обусловленные отличием  $\bar{\varepsilon}$  от  $\varepsilon_0$  ( $m, n = 1, \dots, N$ ).

На основании равенства проекций на плоскость  $z = 0$  волновых векторов плоских волн, распространяющихся внутри и вне голограммы, заключаем, что  $\Delta\rho_m = (0, 0, \Delta\rho_m)$  и  $\Delta\mathbf{k}_n = (0, 0, \Delta\mathbf{k}_n)$ .

При последующем анализе не будем учитывать рассеяние волн на решетках, в записи которых они не участвовали, так как эти волны не удовлетворяют условию Брэгга. Подставляя (8), (10) в (9) и осуществляя замену  $\tilde{a}_n(z) = a_n(z) e^{i\Delta\mathbf{k}_n z}$ ,  $\tilde{b}_m(z) = b_m(z) e^{i\Delta\rho_m z}$ , получим в приближении медленно меняющихся амплитуд  $a_n(z)$  и  $b_m(z)$  систему уравнений для  $\tilde{a}_n(z)$  и  $\tilde{b}_m(z)$  ( $m, n = 1, \dots, N$ )

$$\begin{aligned} i2k'_{nz} \left( \frac{d\tilde{a}_n}{dz} - i\Delta k_n \tilde{a}_n(z) \right) + k^2 \kappa \varepsilon_0 \sum_{j=1}^N B_j^* A_{nj} \tilde{b}_j(z) &= 0, \\ i2\rho'_{mz} \left( \frac{d\tilde{b}_m}{dz} - i\Delta\rho_m \tilde{b}_m(z) \right) + k^2 \kappa \varepsilon_0 B_m \sum_{n=1}^N A_{nm}^* \tilde{a}_n(z) &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Система (11) будет справедлива лишь в том случае, если изменения по  $z$  экспоненциальных множителей  $e^{i\Delta\mathbf{k}_n z}$  и  $e^{i\Delta\rho_m z}$  существенно более медленные, чем изменения  $e^{i\mathbf{k}_n \mathbf{r}}$  и  $e^{i\rho_m \mathbf{r}}$ . Из закона Снеллиуса находим

$$\Delta\rho_m \simeq \frac{k \widetilde{\Delta\varepsilon}}{2\sqrt{\varepsilon_0} \cos \varphi_m}$$

в предположении, что  $\tilde{\Delta}\varepsilon \ll \varepsilon_0 \cos^2 \varphi_m$ . Углы  $\{\varphi_m\}_{m=1,\dots,N}$ , близкие к  $\pi/2$ , не рассматриваются. Введем обозначения  $\Delta k = \Delta k_n$  в аналогичном равенстве для  $\Delta k_n$ , используя приближение малых углов  $\theta_n \ll 1$  ( $n = 1, \dots, N$ ),

$$\Delta k \simeq \frac{k \tilde{\Delta}\varepsilon}{2\sqrt{\varepsilon_0}}. \quad (12)$$

Оказывается, что для системы (11) может быть найдено простое аналитическое решение. Для этого достаточно просуммировать уравнения для  $\tilde{a}_m(z)$  по  $m = 1, \dots, N$ , предварительно умножив каждое уравнение на  $A_{nm}^*$ , считая  $m$  некоторым фиксированным числом. Используя оценку (12) и учитывая, что амплитуды  $\{A_{nm}\}_{m,n=1,\dots,N}$  связаны соотношением (7), замечаем, что система (11), состоящая из  $2N$  дифференциальных уравнений с  $2N$  неизвестными, преобразуется в  $N$  независимых систем, каждая из которых включает в себя два уравнения с неизвестными функциями  $\tilde{b}_m(z)$  и  $U_m(z)$  ( $m = 1, \dots, N$ ),

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{b}_m}{dz} &= i\Delta\rho_m \tilde{b}_m(z) + i\frac{k^2 \kappa \varepsilon_0}{2\rho'_{mz}} B_m U_m(z), \\ \frac{dU_m}{dz} &= i\Delta k U_m(z) + i\frac{k^2 \kappa \varepsilon_0}{2k'_z} B_m^* N|a|^2 \tilde{b}_m(z), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\{U_m(z)\}_{m=1,\dots,N}$  описываются формулой

$$U_m(z) = \sum_{n=1}^N A_{nm}^* \tilde{a}_n(z). \quad (14)$$

В соответствии с теорией систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами решение системы (13) будет следующим:

$$\tilde{b}_m(z) = e^{i\frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \frac{\tilde{\Delta}\varepsilon}{\varepsilon_0} (1 + \frac{1}{\cos \varphi_m}) z} \left( C_{m1} e^{i\frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \gamma_m z} + C_{m2} e^{-i\frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \gamma_m z} \right), \quad (15)$$

$$U_m(z) = e^{i\frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \frac{\tilde{\Delta}\varepsilon}{\varepsilon_0} (1 + \frac{1}{\cos \varphi_m}) z} \left( D_{m1} e^{i\frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \gamma_m z} + D_{m2} e^{-i\frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \gamma_m z} \right), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_m &= \sqrt{\left(\frac{\tilde{\Delta}\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{\cos \varphi_m}\right)^2 + \frac{4(\kappa I)^2 \zeta_m \tau}{\cos \varphi_m}}, \\ \zeta_m &= \frac{|B_m|^2}{I}, \quad \tau = \frac{N|a|^2}{I}, \end{aligned}$$

$C_{m1}$ ,  $C_{m2}$ ,  $D_{m1}$ ,  $D_{m2}$  — постоянные определяющиеся из граничных условий,  $m = 1, \dots, N$ .

Рассмотрим ситуацию, когда исследуемую голограмму освещает объектная волна, участвовавшая в записи с референтным источником

$R_j$ , т.е. процесс восстановления происходит с помощью пакета плоских волн  $\sum_{n=1}^N A_{nj} e^{i\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}}$ , амплитуды  $\{A_{nj}\}_{n=1,\dots,N}$  которого описываются  $j$ -й дискретной ортонормированной функцией. В этом случае  $\tilde{b}_m(0) = 0$ , а граничное условие для  $U_m(z)$  находится с помощью подстановки значения  $a_n(0) = A_{nj}$  в (14) ( $m = 1, \dots, N$ )

$$U_m(0) = \begin{cases} 0, & m \neq j, \\ N|a|^2, & m = j. \end{cases} \quad (17)$$

С учетом этих граничных условий выражения (15), (16) преобразуются к следующим:

$$\tilde{b}_m(z) = 0, \quad m \neq j,$$

$$\tilde{b}_j(z) = i \frac{2\pi I B_j \tau}{\gamma_j \cos \varphi_j} e^{i \frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \frac{\tilde{\Delta \varepsilon}}{\varepsilon_0} (1 + \frac{1}{\cos \varphi_j}) z} \sin \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \gamma_j z \right), \quad (18)$$

$$U_m(z) = 0, \quad m \neq j,$$

$$U_j(z) = \frac{I \tau}{\gamma_j} e^{i \frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \frac{\tilde{\Delta \varepsilon}}{\varepsilon_0} (1 + \frac{1}{\cos \varphi_j}) z} \left[ \gamma_j \cos \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \gamma_j z \right) + i \frac{\tilde{\Delta \varepsilon}}{\varepsilon_0} \left( 1 - \frac{1}{\cos \varphi_j} \right) \sin \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_0 k}}{4} \gamma_j z \right) \right]. \quad (19)$$

Из полученного решения (18) следует, что при восстановлении голограммы световой моделью некоторой  $j$ -й ортогональной функции дифрагированная волна представляет собой волну от  $j$ -го референтного источника, зарегистрированного с предъявленной функцией. Иными словами, голограмма с многократной записью полной системы ортонормированных функций осуществляет процесс опознавания. Что касается недифрагированной волны, то информация о ней в неявном виде содержится в решении (19), полученном для вспомогательных функций  $\{U_m(z)\}_{m=1,\dots,N}$ . На основании формул (14) и (19) заключаем, что соотношение между амплитудами  $\{\tilde{a}_n(z)\}_{n=1,\dots,N}$  плоских компонент объектного пучка, распространяющегося в объеме голограммы, не зависит от расстояния до поверхности голограммы. Поэтому прошедшая недифрагированная волна будет соответствовать той же модели ортонормированной функции, что и падающая. Различие между освещющим и прошедшим объектными пучками скажется только на изменении условия нормировки для амплитуд  $\{\tilde{a}_n(z_0)\}_{n=1,\dots,N}$  плоских компонент прошедшей  $j$ -й ортонормированной волны

$$\sum_{n=1}^N |a_n(z_0)|^2 = \frac{1}{N|a|^2} |U_j(z_0)|^2. \quad (20)$$

Здесь  $z_0$  — толщина голограммы,  $U_j(z_0)$  определяется по формуле (19). Это объясняется тем, что часть энергии падающего светового пучка перейдет в восстановленную референтную волну.

Анализируя выражения (18), (19), нетрудно заметить, что при условии непараксиальности опорных волн при записи голограммы на процесс восстановления существенным образом влияет приращение  $\Delta\epsilon = \Delta\epsilon + \kappa\epsilon_0 I$  к первоначальному значению  $\epsilon_0$  диэлектрической проницаемости регистрирующей среды. Если величину  $\kappa\epsilon_0 I$  можно скомпенсировать с помощью добавки  $\Delta\epsilon$ , т.е.  $\tilde{\Delta\epsilon} = 0$ , то в процессе считывания энергия падающей волны может полностью перейти в восстановленную при некоторой толщине фоточувствительного слоя. При этом дифракционная эффективность голограммы для  $j$ -го референтного луча описывается выражением

$$\eta_j(z) = \sin^2 \left( \frac{\sqrt{\epsilon_0} k \kappa \sqrt{N} |a| |B_j|}{2 \sqrt{\cos \varphi_j}} z \right) \quad (21)$$

и достигает 100% при толщине фоточувствительного слоя

$$z_{0j} = \frac{\pi (1 + 2l) \sqrt{\cos \varphi_j}}{\sqrt{\epsilon_0} k \kappa \sqrt{N} |a| |B_j|},$$

где  $l = 0, 1, 2, 3, \dots$

Из соотношения (21) легко видеть, что в общем случае максимум дифракционной эффективности для разных опорных источников имеет место при разной толщине голограммы. Однако этот факт не исключает возможности создания таких условий записи (выбор времени экспозиции или модуляция интенсивностей исходных волн), при которых можно получить максимальную или просто одинаковую дифракционную эффективность для всех референтных волн при заданной толщине регистрирующего материала.

Проанализируем ситуацию, при которой приращение  $\kappa\epsilon_0 I$  не скомпенсировано, что свидетельствует о наличии рассогласования падающей волны со структурой голограммы. Если при этом опорные волны, участвовавшие в записи, непараксиальны, то в процессе считывания восстановленная референтная волна может быть полностью погашена при некоторой толщине фоточувствительного слоя, в то время как прошедший недифрагированный объектный пучок наблюдается всегда. Таким образом, полная перекачка энергии из освещющей волны в восстановленную невозможна. Дифракционная эффективность для  $j$ -го референтного луча в этом случае определяется следующим выражением:

$$\eta_j(z) = \frac{4(\kappa I)^2 \tau \zeta_j}{\gamma_j^2 \cos \varphi_j} \sin^2 \left( \frac{\sqrt{\epsilon_0} k}{4} \gamma_j z \right), \quad (22)$$

которое в параксиальном приближении, т.е. когда все пучки, как объектные, так и опорные, распространяются под малыми углами по отношению к оси  $z$ , переходит в известную формулу [3]

$$\eta_j(z) = \sin^2 \left( \frac{\sqrt{\epsilon_0} k \kappa I \sqrt{\tau \zeta_j}}{2} z \right). \quad (23)$$

Анализ соотношения (22) показывает, что величина максимальной дифракционной эффективности  $\eta_{j \max}$  (значение синуса в (22) равно 1) всегда меньше 100%, если  $\tilde{\Delta}\varepsilon \neq 0$  и  $\cos\varphi_j$  нельзя считать равным  $\sim 1$ . Причем с ростом угла  $\varphi_j$  эффективность восстановления падает. Это объясняется увеличением Брэгговской расстройки для референтных волн, распространяющихся под большими углами.

Для практики интересным представляется случай, когда исследуемая голограмма освещается объектным пучком  $\sum_{n=1}^N c_n e^{i\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}}$  с произвольными амплитудами  $\{c_n\}_{n=1,\dots,N}$ . Фактически это означает, что реконструкция осуществляется с помощью некоторой линейной комбинации исходных ортонормированных функций, т.е.

$$c_n = \sum_{k=1}^N \alpha_k A_{nk}, \quad (24)$$

где  $\{\alpha_k\}_{k=1,\dots,N}$  — коэффициенты разложения,  $\{A_{nk}\}_{k=1,\dots,N}$  удовлетворяют соотношению (7).

Так как с учетом (24)  $U_m(0) = \alpha_m N |a|^2$  ( $m = 1, \dots, N$ ), то при считываии восстанавливаются референтные волны с амплитудами, пропорциональными коэффициентам разложения,

$$\tilde{b}_m(z) = i|a|\sqrt{N} \frac{\alpha_m B_m}{\sqrt{\cos\varphi_m |B_m|}} \sin \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_0 k \pi I} \sqrt{\tau \zeta_m}}{2\sqrt{\cos\varphi_m}} z \right). \quad (25)$$

Соотношение (25) написано в предположении, что  $\tilde{\Delta}\varepsilon = 0$ . Экспериментальные результаты по разложению изображения по ортогональным функциям изложены в работе [7].

Таким образом, в настоящей работе теоретически показано, что механизм действия рассматриваемой голограммы остается в силе не только для параксиальных световых пучков. При этом на процесс восстановления влияют два фактора: приращение  $\tilde{\Delta}\varepsilon = \Delta\varepsilon + \varepsilon_0 I$  постоянной составляющей диэлектрической проницаемости в объеме голограммы и углы распространения референтных волн при записи. Если в параксиальном приближении влиянием добавки  $\tilde{\Delta}\varepsilon$  можно пренебречь (при этом дифракционная эффективность может достигать 100%), то в случае больших углов происходит существенное падение эффективности восстановления при освещении голограммы излучением, содержащим те же пространственные гармоники, что и при записи. Если же приращение постоянной составляющей диэлектрической проницаемости каким-либо образом скомпенсировано ( $\tilde{\Delta}\varepsilon = 0$ ), то эффективность восстановления для каждой референтной волны достигает 100% при разной толщине голограммы. Однако коррекция амплитуд или времен экспозиций исходных волн при записи можно добиться одинаковой дифракционной эффективности для всех опорных лучей при заданной толщине регистрирующего материала.

В заключение автор выражает глубокую признательность В.Б.Орлову за ценное обсуждение работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93-02-3442).

### **Список литературы**

- [1] *Van Heerden P.J.* // Appl. Opt. 1963. Vol. 2. P. 393–400.
  - [2] *Денисюк Ю.Н., Давыдова И.Н.* // Опт. и спектр. 1986. Т. 60. Вып. 2. С. 365–371.
  - [3] *Орлов В.В.* // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 2. С. 9–12.
  - [4] *Орлов В.В.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 8. С. 117–128.
  - [5] *Лещев А.А., Сидорович В.Г.* // Опт. и спектр. 1978. Т. 44. Вып. 2. С. 302–308.
  - [6] *Kogelnik H.* // Bell. Syst. Techn. J. 1969. Vol. 48. N 9. P. 2909–2947.
  - [7] *Орлов В.В., Вулыгин А.Р.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 1. С. 3–6.
-