

01:07

©1994 г.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ В НЕЛИНЕЙНОМ НАПРАВЛЕННОМ ОТВЕТВИТЕЛЕ

Ф.Х.Абдуллаев, Р.М.Абрамов, В.И.Гончаров, С.А.Дарманян

Физико-технический институт им. С.В. Стародубцева,
700084, Ташкент
(Поступило в Редакцию 19 июля 1993 г.)

Аналитически и численно исследовано распространение сверхкоротких оптических импульсов в двухканальном нелинейном направленном ответвителе (ННО). Рассматриваются различные режимы распространения: солитон вводится в один канал, а во втором поле либо отсутствует, либо амплитуда вводимого во второй канал солитона мала. Представленные формулы и результаты численного моделирования описывают явление самолокализации поля в одном волокне и образование связанного состояния солитонов. Анализируется распространение солитонов с равными амплитудами. Найдена величина константы связи, при которой режим отталкивания меняется на режим притяжения. Изучено влияние эффекта сдвига собственной частоты солитона (ССЧС) на динамику фемтосекундных солитонов. Показано, что чем короче длительности и больше амплитуды оптических солитонов, тем интенсивнее процессы перераспределения энергии между волноводами, что приводит к разрушению связанных состояний и переключению солитонов.

Введение

В последнее время уделяется большое внимание созданию устройств, обеспечивающих быстрый обмен информацией между различными каналами систем связи с помощью сверхкоротких оптических импульсов. Двухканальный нелинейный волоконно-оптический ответвитель и двулучепреломляющие волокна являются основными элементами для создания таких устройств.

Иенсен [1] и Майер [2] были первыми, кто показал возможность существования переключения, бистабильности и других явлений в системе нелинейных связанных волокон. В [3] было показано, что такая система может работать и как оптический транзистор. Необходимо отметить, что эти результаты были получены для случая распространения плоских волн. Обзор исследований в этом направлении, включая анализ хаотических явлений, можно найти в [4].

Новые явления в таких системах появляются при исследовании динамики сверхкоротких импульсов. Так, в [5] было численно исследовано распространение солитонов в ННО. Изменяя величину отношения константы связи между волноводами ϵ к квадрату амплитуд солитонов, вводимых в один из каналов, авторы показали, что при малых величинах этого отношения импульсы локализовались в том же канале, а при увеличении этого отношения наблюдался интенсивный обмен энергией между каналами. Подобное явление было также обнаружено в работе [6]. Аналитические и численные исследования, приведенные в работах [7,8], демонстрируют существование связанных состояний солитонов, режима отталкивания между ними и переключение солитонов. Как показано авторами, численные эксперименты хорошо описываются простой потенциальной моделью, представляющей эволюцию солитонов в различных каналах как движение эффективной частицы с массой, равной единице, в ангармоничном потенциале, знак которого зависит от начальной разности фаз солитонов. Подробные вычисления, сделанные в [9], показали, что такая потенциальная модель не применима на больших расстояниях и при больших величинах константы связи, так как при этом возникают интенсивный энергообмен между каналами и распад солитонов.

Аналитические результаты, приводимые в данной работе для солитонов в ННО, имеют отношение к специфичному выбору начальных условий и параметров, в то время как, численные результаты охватывают более широкий класс начальных условий и значений константы связи (см. также [10]).

В разделе 1, применяя теорию возмущений для солитонов в адиабатическом приближении и численное моделирование, мы рассматриваем случай, когда солитон вводится в один канал и поле в другом отсутствует. Полученные формулы описывают явление локализации излучения в одном волноводе, что согласуется с численными расчетами, приведенными в [5], и результатами, полученными в [11,12] с помощью лагранжева формализма.

Во второй части мы изучаем случай, когда солитоны вводятся в оба канала, при соотношении начальных амплитуд $v_2/v_1 \ll 1$. Вычисления показали, что амплитуды солитонов и положения их центров осциллируют. Частота осцилляции пропорциональна квадрату амплитуды большого солитона. Этот результат также подтверждается численными расчетами.

В части 3 исследуется влияние на динамику солитонов эффекта вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР). Этот эффект необходимо учитывать из-за важности фазовых соотношений между солитонами при работе ННО, так как в случае солитонов фемтосекундных длительностей он приводит к сдвигу собственной частоты солитонов (ССЧС); этот сдвиг, как было показано в [13], пропорционален четвертой степени амплитуды.

Уравнения, описывающие динамику оптических импульсов в ННО, при учете эффекта ССЧС имеют вид

$$i \frac{\partial q_n}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q_n}{\partial \tau^2} + |q_n|^2 q_n = \epsilon q_m + C_1 q_n \frac{\partial |q_n|^2}{\partial \tau}, \quad n, m = 1, 2; n \neq m; \quad (1)$$

x, τ, q — это безразмерные длина вдоль волокон, время в движущейся системе координат и амплитуда соответственно; ε — коэффициент линейной связи между волокнами, C_1 — константа ВКР.

Для оптических волокон на основе плавленного кварца $C_1 \simeq \simeq 10.6 fs/\tau_0$, где τ_0 — полная ширина на полувьсоте интенсивности [13,14].

При $\varepsilon = C_1 = 0$ система (1) распадается на два невозмущенных нелинейных уравнения Шредингера (НУШ). Солитонные решения невозмущенного НУШ имеют вид

$$q_n = 2\nu_n \operatorname{sech}[2\nu_n(\tau - \xi_n)] \exp[2i\mu_n(\tau - \xi_n) + i\sigma_n]. \quad (2)$$

Ниже мы будем изучать поведение системы (1) при различных начальных условиях.

1. Явление локализации солитонов

Рассмотрим случай, когда солитон вводится в первый канал, а во втором поле отсутствует. Предположим, что в процессе эволюции (при $\varepsilon \ll 1$), только небольшая часть энергии будет перекачиваться во второе волокно, поэтому нелинейными эффектами в нем можно пренебречь. Используя функцию Грина для параболического уравнения и пренебрегая эффектом ВКР, найдем, что поле во втором волокне выражается через поле в первом в виде

$$q_2(x, \tau) = -\frac{(1+i)\varepsilon}{2\sqrt{\pi}} \int_0^x dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \frac{q_1(x_1, \tau_1)}{\sqrt{x-x_1}} \exp \frac{i|\tau - \tau_1|}{\sqrt{x-x_1}}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в уравнение (1) и применяя теорию возмущений [15,16] в адиабатическом приближении можно получить следующее выражение для изменения амплитуды солитона:

$$\nu_x = \frac{\varepsilon^2}{2\nu\sqrt{\pi}} \operatorname{Re} \left[(i-1) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{z dz}{\sinh(z)} \int_0^{2\nu^2 x} \frac{dy}{\sqrt{y}} e^{i(\frac{z^2}{4y} - y)} \right]. \quad (4)$$

Для нахождения аналитического выражения для функции $\nu(x)$ мы рассмотрим два параллельных случая: а) малые длины пробега, т.е. $z\nu_0^2 x \ll 1$; б) большие длины пробега, т.е. $x \geq x_0 \gg 1/2\nu_0^2$. Анализ (4) показывает, что для случая а) можно получить следующее выражение:

$$\nu(x) = \nu_0 - \frac{\varepsilon^2}{\nu_0^3} \sin^2(\nu_0^2 x), \quad (5a)$$

где $\nu_0 \equiv \nu(x=0)$.

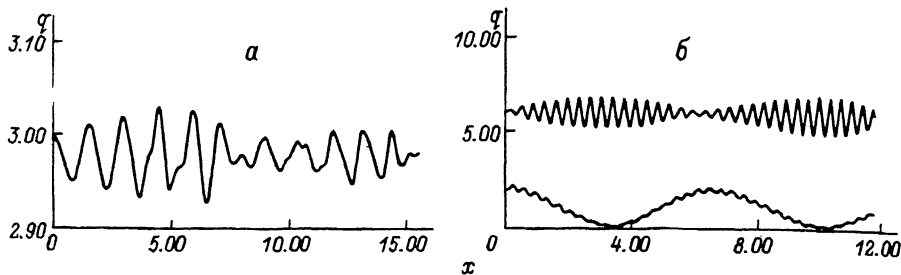


Рис. 1. Изменение амплитуды одиночного солитона в зависимости от пройденного расстояния при $A = 3$, $\varepsilon = -0.1$ (а) и осцилляции амплитуд солитонов как функции от расстояния при $A_1 = 6$, $A_2 = 1$, $\varepsilon = -0.5$, $\psi_0 = \pi/2$ (б).

Такой же результат может быть получен, если пренебречь дисперсионным членом во втором уравнении системы (1), так как выражение (5а) получено для расстояний, меньших, чем дисперсионная длина. Для второго случая мы имеем

$$\nu(x) = \nu_1 + \frac{\varepsilon^2 \pi \sqrt{\pi}}{8\nu_1^4 \sqrt{2}} \left[\frac{\cos(2\nu_1^2 x + \pi/4)}{\sqrt{x}} - \frac{\cos(2\nu_1^2 x_0 + \pi/4)}{\sqrt{x_0}} \right], \quad (5б)$$

где $\nu_1 = \nu(x = x_0)$.

К сожалению, мы не смогли описать поведение амплитуды солитона при промежуточных длинах пробега. В этой связи значение параметра x_0 остается неопределенным. Тем не менее формула (5б) дает нам значение периода осцилляций амплитуды солитона.

Эти результаты показывают, что при малых значениях параметра ε^2/ν^2 излучение остается локализованным в первом волноводе. Численные расчеты, демонстрирующие зависимость амплитуды солитона от пройденного расстояния, представлены на рис. 1, а, из которого видно, что адиабатическая теория хорошо описывает величину периода осцилляций амплитуды солитона. Численный анализ показывает также, что форма солитона модулирована осцилляциями большого периода $\sim 1/\varepsilon$, которые не описываются формулами (5). Для описания этой модуляции необходимо учитывать влияние излучения волн непрерывного спектра.

2. Случай двух солитонов с неравными амплитудами

Рассмотрим случай, когда в каждое волокно вводится по одному солитону. Предположим, что величины амплитуд солитонов сильно различаются, т.е. $\nu_2/\nu_1 \ll 1$. Используя адиабатическую теорию возмущений для солитонов, получаем следующую систему уравнений для параметров солитонов:

$$\nu_{2x} = -\nu_{1x} \approx -\pi\varepsilon\nu_2 \sin(\psi),$$

$$\mu_{1x} \approx \pi\varepsilon \frac{\nu_2}{\nu_1} (\mu_2 - \mu_1) \sin(\psi),$$

$$\mu_{2x} \approx \varepsilon\nu^2 (\xi_1 - \xi_2) \cos(\psi),$$

$$\xi_{1x} \approx 2\mu_1 + \pi\varepsilon(\xi_1 - \xi_2) \sin(\psi), \quad \xi_{2x} \approx 2\mu_2, \\ \psi \approx 2(\nu_2^2 - \nu_1^2)x + \psi_0 \approx -2\nu_{10}^2 x + \psi_0, \quad (6)$$

где $\psi = \delta_2 - \delta_1$, ν_{0n} и ψ_0 — начальные величины амплитуд и разность фаз.

Решение этой системы уравнений при начальных условиях $\mu_{0n} = 0$, $\xi_{01} - \xi_{02} \ll 1$ имеет вид

$$\nu_2 \approx \nu_{02} \left[1 - \frac{\pi\varepsilon}{\nu_{01}^2} \sin(\nu_{01}^2 x) \sin(\psi_0 - \nu_{01}^2 x) \right], \\ \nu_1 = A - \nu_2, \quad A = \nu_{01} + \nu_{02} = \text{const}, \quad (7)$$

$$\Delta\xi \approx \Delta\xi_0 \left[1 - \frac{\pi\varepsilon}{\nu_{01}^2} \sin(\nu_{01}^2 x) \sin(\psi_0 - \nu_{01}^2 x) \right], \quad (8)$$

где $\Delta\xi = \xi_2 - \xi_1$.

Из решения системы (6) также следует, что солитон с большой амплитудой движется практически с постоянной групповой скоростью, в то время как солитон с меньшей амплитудой осциллирует около его центра, что указывает на наличие связанного состояния солитонов. Здесь, как и в предыдущем случае, поле локализуется в первом волокне и солитоны обмениваются только незначительной частью общей энергии.

Результаты численного моделирования системы уравнений (1) с такими начальными условиями представлены на рис. 1, б. Они показывают, что имеют место осцилляции амплитуд солитонов с частотой, пропорциональной амплитуде большого солитона, что согласуется с формулами (7), (8). Здесь также наблюдаются осцилляции амплитуд большего масштаба, которые не описываются адиабатической теорией возмущений.

3. Влияние ССЧС на динамику солитонов в ННО

Рассмотрим случай, когда в каждое волокно одновременно вводится по одному солитону. Сделаем такие же преобразования, как и в предыдущем разделе. Принимая во внимание, что теперь оператор возмущения берется в виде

$$R_{mn} = -i\varepsilon q_m - iC_1 q_n \frac{\partial |q_n|^2}{\partial \tau}, \quad (9)$$

получим следующие уравнения для параметров солитонов:

$$\frac{d\mu_n}{dx} = (-1)^n 2\nu\varepsilon \left[\frac{r \cosh(r) - \sinh(r)}{\sinh^2(r)} \cos(\psi) + \frac{r}{\sinh(r)} \alpha \sin(\psi) \right] + \frac{4C_1}{15} (2\nu_n)^4, \quad (10)$$

$$\frac{d\nu_n}{dx} = (-1)^{n-1} 2\nu\varepsilon \frac{r}{\sinh(r)} \sin(\psi), \quad (11)$$

$$\frac{d\xi_n}{dx} = 2\mu - \frac{\varepsilon}{2\nu_n} \frac{r}{\sinh(r)} \left[r \sin(\psi) + \frac{\alpha(\pi^2 + r^2)}{3} \cos(\psi) \right], \quad (12)$$

$$\frac{d\delta_n}{dx} = 2\mu_n \xi_{nx} + 2(\nu_n^2 - \mu_n^2) + \varepsilon \frac{r}{\sinh(r)} \left(r \frac{1}{\tanh(r)} - 2 \right) \cos(\psi), \quad (13)$$

$$\frac{d\psi_n}{dx} = \left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon \sinh(r)} r^2 \sin(\psi) + 2(\mu_1 + \mu_2) \right] (\mu_2 - \mu_1), \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{\mu_m - \mu_n}{2\nu_n}, \quad r = 2\nu(\xi_2 - \xi_1).$$

При выводе этих уравнений мы предположим, что $\nu_1 \simeq \nu_2 = \nu$, чему можно удовлетворить, выбрав начальные значения параметров солитонов в виде $\mu_{10} = \mu_{20} = 0$, $\nu_{10} = \nu_{20} = \nu_0$. Из (11) следует, что это предположение является обоснованием только при $\psi = 0, \pi$. Анализ системы (10)–(14) показывает, что эффект ССЧС проявляется в изменении скорости движения солитонов и скорости их центра масс

$$\frac{d}{dx}(\xi_1 + \xi_2) = 2(\mu_1 - \mu_2), \quad \frac{d}{dx}(\mu_1 + \mu_2) = \frac{8}{15} C_1 (2\nu)^4. \quad (15)$$

Этот эффект через изменение скорости может оказывать воздействие на другие параметры солитонов. Так, последний член в скобках в (14) $2(\mu_1 + \mu_2)$ пропорционален (учитывая уравнение (15)) $\sim C_1 (2\nu)^4 x$, что приводит к зависимости фазовых соотношений (а следовательно, и процессов перекачки энергии) от x даже в том случае, когда начальная разность фаз ψ_0 равна 0 или π . Но на малых расстояниях мы можем предположить, что $\psi \approx \psi_0 = \delta_{20} - \delta_{10} = \text{const}$. В этом случае дальнейший анализ системы уравнений (10)–(14) для начальных разностей фаз солитонов $\psi_0 = 0, \pi$, как уже было показано в [8], приводит к замкнутому уравнению для функции r

$$r_{xx} - 16\nu^2 \varepsilon \frac{r \cosh(r) - \sinh(r)}{\sinh^2(r)} \cos(\psi_0) \beta = (\ln \beta) r_x, \quad (16)$$

где

$$\beta = \left(1 - \frac{\varepsilon \pi^2}{12\nu^2} \frac{r}{\sinh(r)} \cos(\psi_0) \right).$$

Здесь в отличие от [7,8] мы учитываем член, пропорциональный ε^2 , который, как будет показано ниже, может играть существенную роль [10]. Уравнение (16) далее несложно проанализировать в области малых r ($r \ll 1$). В этом оно сводится к виду

$$r_{xx} - k^2 r = 0, \quad (17)$$

где

$$k^2 = \frac{16}{3} \nu^2 \varepsilon \cos \psi_0 \left(1 - \frac{\varepsilon \pi^2}{12\nu^2} \cos \psi_0 \right).$$

Как следует из (17), когда $\varepsilon \cos \psi_0 < 0$, величина r осциллирует с периодом $L = 2\pi/k$. Когда же $12\nu^2/\pi^2 = \varepsilon_c > \varepsilon \cos \psi_0 > 0$, имеет место режим отталкивания, который при $|\varepsilon| > \varepsilon_c$ сменяется на режим притяжения. Эти результаты хорошо согласуются с численными расчетами,

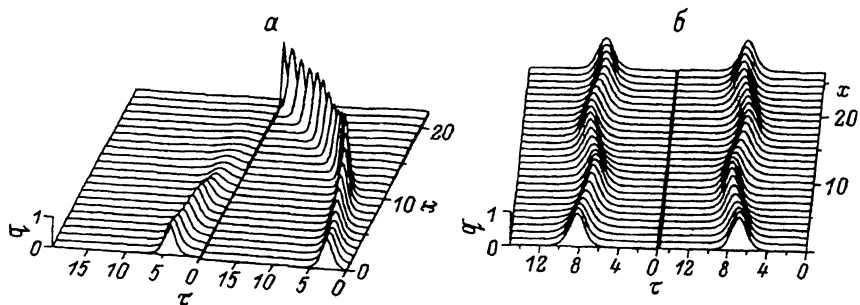


Рис. 2.
 a — эволюция солитонов с равными амплитудами $A_{1,2} = 1$, начальной разностью фаз $\psi_0 = 0$ и константой ВКР $C_1 = 0.05$, начальное расстояние между солитонами $\Delta = 1.4$, коэффициент связи $\epsilon = -0.1$; левая и правая части — распространение в первом и втором каналах ответвителя соответственно; b — то же, что и a , но без учета ВКР ($C_1 = 0$).

приведенными в [9] (рис. 7–10 в [9]) и качественно согласуются с результатами работы [12]. Существование критического значения константы связи в случае взаимодействия солитонов в системе трех связанных волокон отмечалось в работе [17].

Моделирование распространения импульсов в ННО было осуществлено численным решением системы (1) с использованием усовершенствованной явной схемы [8]. Численные расчеты приведены для случая равных начальных амплитуд и начальной разности фаз $0, \pi$ и для различных величин констант ϵ и C_1 . Результаты компьютерного моделирования показывают, что в случае длительностей импульсов $\tau_0 > 1 \text{ ps}$, влияние эффекта ССЧС не является существенным и сводится в основном к изменению скорости центра масс взаимодействия солитонов. Существенное влияние на динамику импульсов в ННО процессы ВКР начинают оказывать при длительностях порядка нескольких сотен фемтосекунд. Как видно из рис. 2, учет эффекта ВКР приводит к сильному изменению картины взаимодействия солитонов (рис. 2, a ; $C_1 = 0.05$, $\tau_0 \approx 200 \text{ fs}$) по сравнению со случаем, когда этот эффект не учитывается (рис. 2, b). Уже на расстояниях $x \approx 5$ связанное состояние разрушается и происходит интенсивное перераспределение энергии между солитонами, приводящее к локализации излучения в одном волноводе. Подобный эффект в отсутствие ВКР наблюдался в численных экспериментах [9], но на значительно больших расстояниях $x \approx 60$ (рис. 4 в [9]). Следовательно, эффект ССЧС приводит к резкому увеличению неустойчивости связанного состояния солитонов. Иная картина взаимодействия обнаруживается в случае большей константы связи между волноводами ($\epsilon \geq 0.4$). В этом случае наблюдалось устойчивое движение связанной пары солитонов с начальными амплитудами $2\nu_{1,2} = 1$ (рис. 3, a). Такое движение реализуется за счет циклического обмена небольшим количеством ($\approx 15\%$) энергии между солитонами. При этом увеличение константы C_1 ($0 < C_1 < 0.4$) оказывает влияние только на скорость движения центра масс связанной пары, не изменяя характера взаимодействия солитонов. В то же время увеличение амплитуд приводит к интенсивному перераспределению энергии между солитонами и разрушению связанного состояния (рис. 4, a).

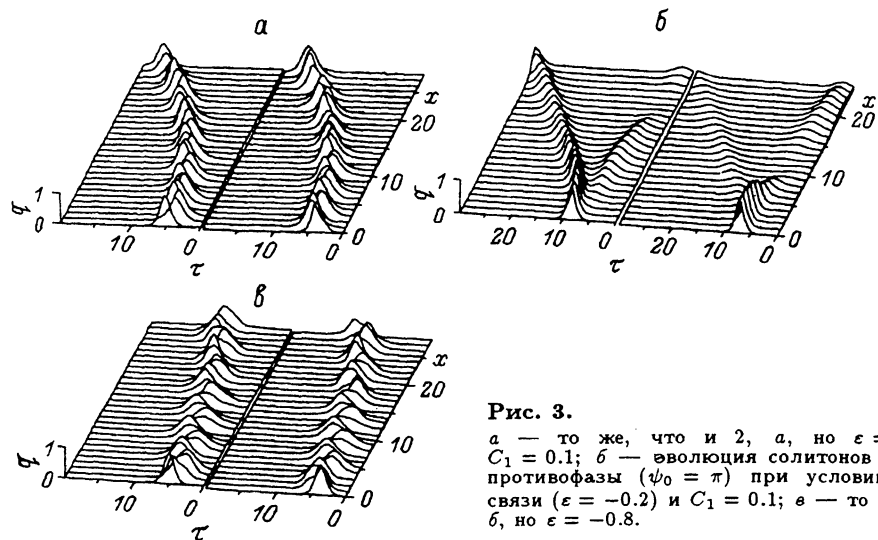


Рис. 3.

а — то же, что и 2, а, но $\varepsilon = -0.8$ и $C_1 = 0.1$; б — эволюция солитонов в случае противофазы ($\psi_0 = \pi$) при условии слабой связи ($\varepsilon = -0.2$) и $C_1 = 0.1$; в — то же, что и б, но $\varepsilon = -0.8$.

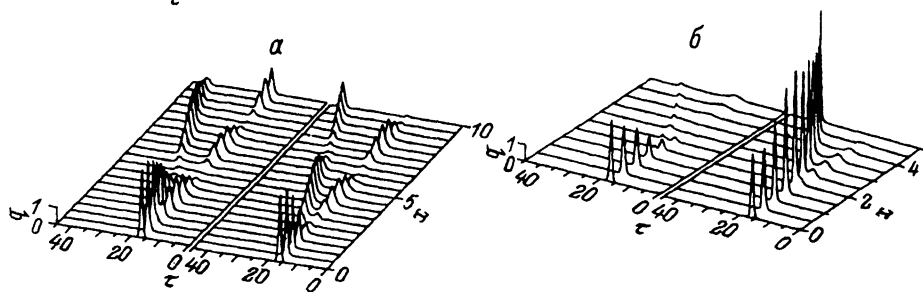


Рис. 4.

а — интенсивность излучения как функция от пройденного расстояния и времени для импульсов с большими начальными амплитудами $A_{1,2} = 2$ и $\psi_0 = 0$, $\varepsilon = -0.8$, $C_1 = 0.1$; б — то же, что и а, но $\psi_0 = \pi$.

В случае слабой связи ($|\varepsilon| < \varepsilon_c$) и $\psi_0 = \pi$ осуществлялся режим отталкивания солитонов с единичными амплитудами (рис. 3, б). Видно, что с увеличением расстояния между импульсами возникают независимые процессы перекачки их энергий между каналами распространения. Но при $|\varepsilon| > \varepsilon_c$, характер взаимодействия солитонов меняется на обратный — образуется связанная пара, устойчивая по отношению к эффекту ССЧС (рис. 3, в). Если теперь увеличить начальные амплитуды ($2\nu_{1,2} = 2$), то режим взаимодействия снова приобретает характер отталкивания (рис. 4, б), так как в этом случае снова выполняется неравенство $|\varepsilon| < \varepsilon_c$. Таким образом, можно заключить, то также как и для пикосекундных, для фемтосекундных импульсов имеется пороговая величина связи ε_c . При $|\varepsilon| > \varepsilon_c$ поведение солитонов с различными длительностями идентично — образуется устойчивое связанное состояние как при $\psi_0 = 0$, так и при $\psi_0 = \pi$. Если же $|\varepsilon| < \varepsilon_c$, то в случае фемтосекундных солитонов с одинаковыми фазами связанное состояние нестабильно. Причем чем короче длительности и больше начальные амплитуды оптических импульсов, тем интенсивнее происходит перераспределение энергии, приводящее к разрушению связанной пары.

Заклучение

Нами были рассмотрены различные режимы распространения, а также влияние эффекта ВКР на процессы взаимодействия и переключения солитонов в ННО. В частности, мы изучили случаи, когда солитон вводился в один канал, а во втором поле либо отсутствовало, либо амплитуда вводимого во второй канал солитона была мала. Так, при введении солитона с небольшой амплитудой во второе волокно наблюдается возникновение связанного состояния солитонов и осцилляции их амплитуд с периодом, определяемым амплитудой большого солитона.

В случае равных начальных амплитуд солитонов аналитические расчеты показали, что для $\psi_0 = \pi$ при увеличении связи между волокнами характер взаимодействия солитонов изменяется: режим отталкивания сменяется режимом притяжения, что подтверждается численными расчетами. Эффект ВКР является существенным для ННО при работе в фемтосекундном диапазоне. Как показывают расчеты, их влияние приводит к перераспределению энергии между волноводами и изменению скорости взаимодействующих солитонов. Чем короче длительности и больше амплитуды оптических солитонов, тем интенсивнее процессы перераспределения энергии, что приводит к разрушению связанных состояний и переключению. Полученные результаты могут быть использованы при разработке различных оптических устройств, работающих в фемтосекундном диапазоне длительностей и волоконно-оптических линий связи.

Список литературы

- [1] Майер А.А. // Квантовая электрон. 1982. Т. 2. С. 1490–1493. *Kvantovaya Electron. (Moscow)*. 1982. Vol. 9. P. 2296–2299.
- [2] Jensen S.M. // IEEE J. Quant. Electr. 1982. Vol. QE-18. N 10. P. 1580–1583.
- [3] Майер А.А. // Квантовая электрон. 1986. № 13. С. 1360–1363.
- [4] Trillo S., Wabnitz S. // J. Opt. Soc. Am. B. 1988. Vol. 5. P. 483–486.
- [5] Андрушко А.М., Карплюк К.С., Островский С.Б. // РиЭ. 1987. Т. 32. № 2. С. 427–430.
- [6] Trillo S., Wabnitz S., Wright E.M., Stegeman G.I. // Opt. Lett. 1988. Vol. 13. P. 672–675.
- [7] Abdullaev F.Kh., Abrarov R.M., Darmanyan S.A. // Opt. Lett. 1989. Vol. 14. P. 131–134.
- [8] Абдуллаев Ф.Х., Дарманян С.А., Хабибуллаев П.К. Оптические солитоны. Ташкент: Фан, 1987. 320 с.
- [9] Wright E.M., Stegeman G.I., Wabnitz S. // Phys. Rev. B. 1989. Vol. 40. N 2. P. 4455–4459.
- [10] Abdullaev F.Kh., Abrarov R.M., Darmanyan S.A., Goncharov V.I. // Proc. of the 5th Intern. Conf. Summer School on Nonlinear Optics. Aalborg, 1992.
- [11] Маймистов А. // Квантовая электрон. 1991. Т. 18. № 6. С. 758–761.
- [12] Kivshar Y. // Opt. Lett. 1993. Vol. 11. N 1. P. 7–9.
- [13] Gordon J. // Opt. Lett. 1986. Vol. 11. N 10. P. 662–665.
- [14] Islam M.N., Sucha G., Bar-Joseph I. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 1989. Vol. 6. P. 1149–1153.
- [15] Карпман В.И., Маслов Е.М. // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 573–589.
- [16] Kaup D.J., Newell A.C. // Proc. Royal Soc. A. 1978. Vol. 361. P. 413–416.
- [17] Abrarov R., Christiansen P., Dramanyan S. et al. // Phys. Lett. A. 1992. Vol. 171. P. 298–301.
- [18] Петрова Т.А., Юнаковский А.Д. Препринт Ин-та прикладной физики. № 68. Горький, 1983.