

01;02;04;07;12

©1994 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИЯМ В ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТОЛБЕ Hg+Ar-РАЗРЯДА ПРИ ПОВЫШЕННОМ ДАВЛЕНИИ АРГОНА

Н.Л.Баилов, Лэ Ван Хьеу, В.М.Миленин, Г.Ю.Панасюк, Н.А.Тимофеев

Научно-исследовательский институт физики Санкт-Петербургского государственного университета,
198904, Санкт-Петербург, Россия
(Поступило в Редакцию 24 февраля 1994 г.)

Предложен простой способ обработки второй производной зондового тока по потенциалу зонда, работающего в диффузионном режиме, для получения функции распределения электронов по энергиям. Проведены измерения функции распределения электронов в положительном столбе Hg + Ar-разряда при повышенных давлениях аргона (5–20 Тор). Сравнение измеренных функций распределения с функциями, полученными при решении кинетического уравнения, дает хорошее согласие.

Плазма слаботокового разряда низкого давления сильно неравновесна, что проявляется прежде всего в отрыве средней энергии электронов от средних энергий тяжелых частиц и в отличии распределения электронов по скоростям от максвелловского. Последнее приводит к необходимости определения функции распределения электронов по скоростям $f(v)$ (экспериментального или теоретического), без которого невозможно описание процессов с участием электронов. К настоящему времени наиболее широкое распространение получили зондовые методы измерения $f(v)$, доказавшие свою эффективность в области низких давлений газов, когда длина свободного пробега электронов $\lambda \gg a$ (радиус зонда) и когда “работает” теория зонда Ленгмюра [1] и справедливо соотношение Дрювестейна [2]. Однако электронная составляющая зондового тока несет информацию о функции распределения электронов по энергиям до тех пор, пока $\lambda_e \gg a + d$ [3,4], где $\lambda_e = \sqrt{4D_e\tau_{эф}}$ — длина энергетической релаксации электронов; $D_e = (1/3)\lambda v$ — коэффициент свободной диффузии электронов; $\tau_{эф}$ — эффективное время между столкновениями, приводящими к потере энергии электронами; d — толщина призондового слоя.

В этом случае существует принципиальная возможность определения функции распределения электронов по энергиям из зондовых измерений.

Целью данной работы является экспериментальное исследование функции распределения электронов по энергиям в положительном столбе Hg + Ar-разряда при повышенных давлениях инертного газа (до 25–30 Тор). Эти исследования интересны не только с методической, но и с практической стороны, поскольку исследуемый разряд широко используется в последнее время в попытках создания компактных люминесцентных источников света.

Для экспериментального нахождения функции распределения электронов по энергиям, как уже отмечалось, наиболее широко используются зондовые методы, основанные на интегральном соотношении, установленном Ленгмюром [1],

$$j_e(V) = \frac{2\pi e}{m^2} \int_{eV}^{\infty} (\varepsilon - eV) f(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (1)$$

и соотношение Дрювестейна [2], полученным двукратным дифференцированием (1),

$$f(\varepsilon)|_{\varepsilon=eV} = \frac{2\sqrt{2}}{e^2} \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{d^2 j_e(V)}{dV^2}. \quad (2)$$

Здесь $j_e(V)$ — плотность электронного тока на зонд, находящийся при отрицательном относительно плазмы потенциале V ; e и m — заряд и масса электрона; $f(\varepsilon)$ — функция распределения по энергиям, нормированная на концентрацию электронов n_e .

Соотношения (1) и (2) выполняются при условии, что электроны движутся в призондовом слое без столкновений. Это означает, что длина свободного пробега электронов $\lambda \gg a + d$ и возмущение плазмы зондом пренебрежительно малое. Указанное условие выполняется обычно до давлений $p \leq 1-5$ Тор.

В работе [4] была предложена методика нахождения функции распределения электронов по энергиям в диффузионном режиме работы зонда, когда, с одной стороны, $\lambda_e \gg a + d$, а с другой стороны, $\lambda \ll a + d$. При этом функция распределения оказывается связанной с первой производной электронного тока на зонд $(dj_e(V))/(dV)$.

В работе [5] на основе кинетического подхода была получена формула, связывающая ток на зонд с функцией распределения электронов по энергиям при условии $\lambda_e \gg a + d$ и включающая в себя как лемюрский случай, так и результат диффузионной теории. Для практически важного случая тонкого слоя объемного заряда соотношение между $j_e(eV)$ и $f(\varepsilon)$ выглядит следующим образом:

$$j_e(eV) = \frac{8\pi e}{3m^2 \gamma_0} \int_{eV}^{\infty} \frac{(\varepsilon - eV) f(\varepsilon) d\varepsilon}{1 + \psi(\varepsilon)(1 - \frac{eV}{\varepsilon})}, \quad (3)$$

где γ_0 — так называемый геометрический фактор [5],

$$\psi(\varepsilon) = \frac{ab}{\gamma_0 \lambda(\varepsilon)}$$

— параметр диффузии.

$$b = \ln \frac{\pi l}{4a}.$$

l — длина зонда.

Дифференцируя (3) по V (или eV), легко найти связь между производными плотности зондового тока и функцией распределения в случае тонкого слоя объемного заряда

$$\frac{dj_e(eV)}{d(eV)} = \frac{8\pi\epsilon}{3m^2\gamma_0} \int_{eV}^{\infty} \frac{dK(\varepsilon, eV)}{d(eV)} f(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 j_e(eV)}{d(eV)^2} = \frac{8\pi\epsilon}{3m^2\gamma_0} \left[f(eV) + \int_{eV}^{\infty} \frac{d^2 K(\varepsilon, eV)}{d(eV)^2} f(\varepsilon) d\varepsilon \right], \quad (5)$$

$$K(\varepsilon, eV) = \frac{\varepsilon - eV}{1 + \psi(\varepsilon)(1 - \frac{eV}{\varepsilon})}. \quad (6)$$

Измеряя $j_e(eV)$,

$$\frac{dj_e(eV)}{d(eV)} \quad \text{или} \quad \frac{d^2 j_e(eV)}{d(eV)^2}$$

и решая соответствующее интегральное уравнение (3), (4) или (5), можно в принципе найти функцию распределения электронов по энергиям $f(\varepsilon)$. Численные методы решения уравнений (3)–(5) и нахождения $f(\varepsilon)$ по измеренному зондовому току $i_e(eV) = j_e(eV) \cdot S$ (S — площадь зонда) и его производным были апробированны в работах [6–8].

В данной работе для нахождения функции распределения электронов по энергиям был выбран способ с использованием измеренной второй производной зондового тока по потенциалу зонда. Уравнения (3) и (4) являются интегральными уравнениями Вольтерра первого рода, решение которых, как известно, является некорректной задачей и требует специальных методов регуляризации (см., например, [9]). Нахождение функции распределения с помощью измеренной второй производной

$$\frac{d^2 j_e(eV)}{d(eV)^2}$$

(решение уравнения (5), которое представляет собой интегральное уравнение Вольтерра второго рода) является с математической точки зрения корректной задачей и поэтому свободно от вышеуказанной трудности. Кроме того, в интересующих нас условиях диффузионный

Таблица 1. Энергетический зазор $\Delta\epsilon$ (вблизи потенциала пространства), в котором возможна значительная погрешность определения функции распределения электронов по энергиям по второй производной зондового тока по потенциалу зонда, в зависимости от диффузионного параметра $\psi(\epsilon)$

ψ	$\Delta\epsilon/kT_e$
0	0
0.2	0.014
0.4	0.065
1.0	0.21
5	0.58
50	0.90

параметр $\psi(\epsilon)$ невелик, поэтому следует ожидать, что функция распределения $f(\epsilon V)$ будет более близка ко второй производной зондового тока $j''_\epsilon(\epsilon V)$, чем к первой $j'_\epsilon(\epsilon V)$. При этом, однако, могут возникнуть сложности с нахождением $f(\epsilon)$ вблизи потенциала пространства [5]. Энергетический зазор $\Delta\epsilon$, в котором возможна значительная погрешность определения функции распределения по второй производной зондового тока

$$\frac{d^2 j_\epsilon(\epsilon V)}{d(\epsilon v)^2},$$

зависит от диффузионного параметра $\psi(\epsilon)$ и температуры электронов kT_e (заметим, что здесь и далее температура электронов $kT_e = (2/3)\bar{\epsilon}$ есть только мера средней энергии электронов $\bar{\epsilon}$ и не связана с видом их энергетического распределения) и составляет величины, приведенные в табл. 1, из работы [10]. В интересующих нас условиях $\psi \lesssim 2$ и область $\Delta\epsilon \lesssim 0.3kT_e$ (ожидаемые значения kT_e в нашей плазме $\cong 1$ эВ и $\Delta\epsilon \lesssim 0.3$ эВ). Исключив эту область из рассмотрения (заметим, что и экспериментальные ошибки определения $f(\epsilon)$ максимальны именно вблизи потенциала пространства) и решая корректное уравнение (5), можно находить функцию распределения электронов по энергиям, избежав трудности, связанные с необходимостью регуляризации процедуры решения, и в то же время не обеднив существенно получаемое решение.

Для нахождения энергетического распределения электронов с помощью измеренной второй производной зондового тока необходимо решить интегральное уравнение (5) с ядром

$$\frac{d^2 K(\epsilon, \epsilon V)}{d(\epsilon V)^2} = - \frac{\frac{2\psi(\epsilon)}{\epsilon}}{\left[1 + \psi(\epsilon) \left(1 - \frac{\epsilon V}{\epsilon}\right)\right]^3}. \quad (7)$$

Энергетическая зависимость функции $\psi(\epsilon)$ связана с зависимостью длины свободного пробега $\lambda(\epsilon)$ от энергии электронов ϵ . В интересующих нас условиях разряда при давлении инертного газа $p \sim 10$ Тор и давлении паров ртути $p_{Hg} \sim 10^{-2}$ Тор основной вклад в длину свободного пробега, как показывают оценки, дают столкновения электронов

с атомами аргона. Сечение упругих столкновений электронов с атомами аргона при энергиях электронов $\varepsilon \gtrsim 0.5$ эВ можно с хорошей точностью аппроксимировать линейно растущей функцией энергии [11,12] $Q_{ea}(\varepsilon) \sim \varepsilon$ и $\lambda(\varepsilon) \sim 1/\varepsilon$. Функцию $\psi(\varepsilon)$ при этом можно представить в следующем виде:

$$\psi(\varepsilon) = \frac{ab}{\gamma_0 \lambda(\varepsilon)} = g\varepsilon, \quad (8)$$

где $g = ab[\gamma_0 \lambda(\varepsilon)\varepsilon]^{-1} = \text{const}$, и ядро интегрального уравнения (5) перейдет теперь в такое:

$$\frac{d^2 K(\varepsilon, eV)}{d(eV)^2} = -\frac{2g}{[1 + g(\varepsilon - eV)]^3}. \quad (9)$$

Воспользуемся тем, что решение уравнения Вольтерра второго рода (5) является корректной задачей и g в нашем случае невелико ($g \lesssim 1$), и попытаемся найти такой вид представления (аппроксимации) экспериментально измеренной второй производной зондового тока по потенциалу зонда, которая бы сразу давала решение задачи. Положим, что подынтегральное выражение в правой части (5) можно представить в следующем виде:

$$\frac{d^2 K(\varepsilon, eV)}{d(eV)^2} f(\varepsilon) = \varphi(eV) \frac{dP(\varepsilon)}{d\varepsilon} e^{-P(\varepsilon)}, \quad (10)$$

где

$$P(\varepsilon) = \sum_{n=0}^N A_n \left(\frac{\varepsilon}{kT_e} \right)^n$$

— полином, число слагаемых которого может быть в принципе сколь угодно большим, но конечным.

Предлагаемое представление подынтегрального выражения, в частности присутствие экспоненциального множителя, вполне объяснимо, так как в наших условиях функция распределения электронов по энергиям не имеет особенностей и монотонно спадает с ростом энергии. В интегральном уравнении (5) можно теперь провести интегрирование и получить

$$\frac{j_e''(eV)}{c} = f(eV) + \varphi(eV)e^{-P(eV)}, \quad c = \frac{8\pi e}{3m^2\gamma_0}. \quad (11)$$

С другой стороны, из (10) при $\varepsilon = eV$ имеем

$$\begin{aligned} -2gf(eV) &= \varphi(eV)P'(eV)e^{-P(eV)}, \\ \frac{d^2 K(\varepsilon, eV)}{d(eV)^2} \Big|_{\varepsilon=eV} &= -2g. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставляя (12) в (11), легко получить для функции распределения $f(eV)$ следующее выражение:

$$f(eV) = \frac{j_e''(eV)}{c} \frac{P'(eV)}{P'(eV) - 2g}. \quad (13)$$

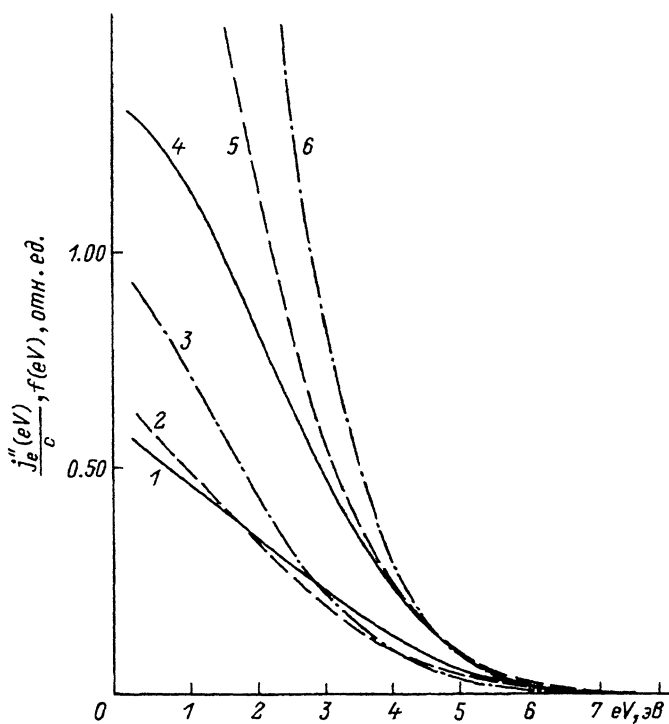


Рис. 1. Вторая производная плотности зондового тока по потенциалу зонда $j_e''(eV)$ (1-3) и полученная с ее помощью функция распределения электронов по энергиям $f(eV)$ (4-6) в положительном столбе Hg + Ar разряда при различных давлениях аргона.

$R = 0.5$ см. $T_{Hg} = 42^\circ\text{C}$, $i = 0.24$ А; p_{Ar} , Тор: 1,4 — 5; 2,5 — 10; 3,6 — 15.

Полином $P(\varepsilon)$ определяется с помощью измеренной второй производной зондового тока, для которой выбранный нами способ решения определяет вид аппроксимации. Действительно, из (11) и (12) для $j_e''(eV)$ имеем

$$j_e''(eV) = c\varphi(eV)e^{-P(eV)} \left[1 - \frac{P'(eV)}{2g} \right], \quad (14)$$

где

$$P(eV) = \sum_{n=0}^N A_n \left(\frac{eV}{kT_e} \right)^n, \quad P'(eV) = \sum_{n=0}^N \frac{n}{kT_e} A_n \left(\frac{eV}{kT_e} \right)^{n-1}.$$

Подобрав для $j_e''(eV)$ аппроксимацию вида (14) и определив таким образом коэффициенты A_n полинома $P(eV)$, мы сразу получаем решение интегрального уравнения (5) в виде (13).

Вторая производная зондового тока по потенциалу зонда измерялась с помощью экспериментальной установки, описанной в [12]. Разряд создавался в цилиндрической стеклянной трубке радиусом $R = 0.4-0.5$ см. Давление аргона составляло $p_{Ar} = 5-20$ Тор, давление

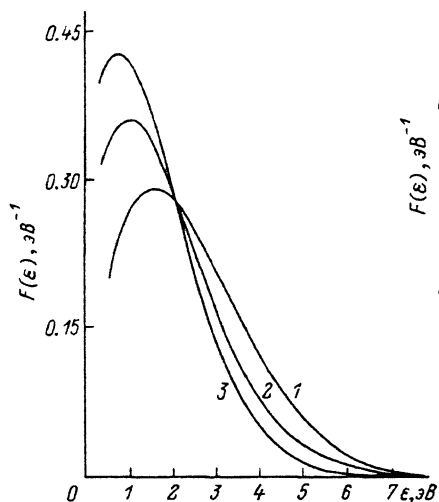


Рис. 2. Функции распределения электронов $F(\epsilon) = \text{const} \cdot \sqrt{\epsilon} f(\epsilon)$, нормированные на единицу и измеренные при различных давлениях аргона.

p_{Ar} , Тор: 1 — 5; 2 — 10; 3 — 15; $R = 0.5$ см, $T_{\text{Hg}} = 42^\circ \text{C}$, $i = 0.24$ А.

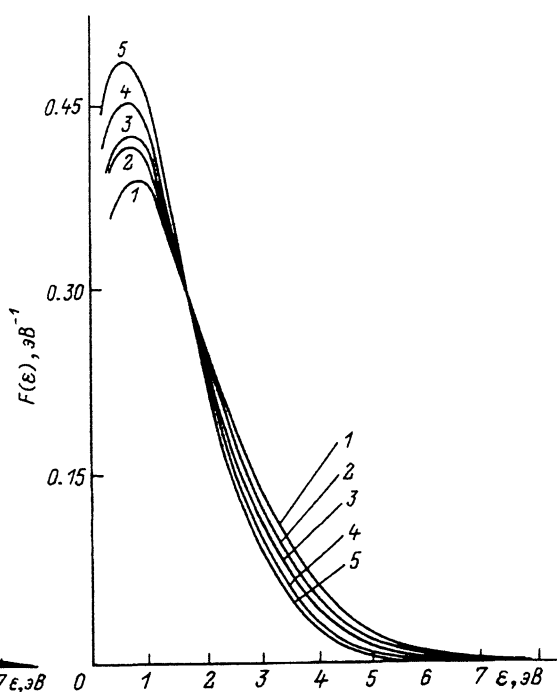


Рис. 3. Функции распределения электронов по энергиям $p(\epsilon)$, измеренные при различных давлениях ртути (температура ртути T_{Hg}).

$R = 0.4$ см, $p_{\text{Ar}} = 15$ Тор, $i = 0.25$ А; T_{Hg} , $^\circ \text{C}$: 1 — 32, 2 — 40; 3 — 50, 4 — 60; 5 — 66.

паров ртути соответствовало давлению насыщенных паров при температуре $T_{\text{Hg}} = 20-66^\circ \text{C}$, что соответствовало давлению $p_{\text{Hg}} = 2-50 \cdot 10^{-3}$ Тор. В разрядную трубку впаивались цилиндрические молибденовые зонды радиусом $a = 0.045$ мм и длиной $l = 3$ мм. Разрядный ток представлял собой последовательность разнополярных импульсов со скважностью, близкой к единице. Последовательное протекание тока в обоих направлениях позволяло избежать возникновения продольного электрофореза. Длительность паузы между импульсами тока была много меньше длительности импульсов, что обеспечивало квазистационарность плазмы в импульсе тока. Измерение второй производной проводилось в конце отрицательного импульса за время $\Delta t \cong 1$ мкс.

Давление аргона в разряде ($p_{\text{Ar}} = 5-20$ Тор) было существенно выше границы, до которой возможно применение "ленгмюровского" зонда [1]. На рис. 1 приведены вторые производные плотности зондового тока $j_e''(eV)$ и функции распределения $f(eV)$, полученные из $j_e''(eV)$ с помощью методики, описанной выше, при различных давлениях инертного газа. Как видно из рисунка, функции распределения заметно отличаются от вторых производных в области малых энергий, эти отличия уменьшаются с ростом eV и при $eV \gtrsim 7$ эВ функции распределения $f(eV) \cong j_e''/c$. Увеличение давления аргона, как и следовало ожидать,

Таблица 2. Температура электронов $kT_e = \frac{2}{3}\varepsilon$ в зависимости от давления аргона ($R = 0.5$ см, $T_{Hg} = 42^\circ\text{C}$, $i = 0.24$ А)

$p_{Ar}, \text{Тор}$	kT_e
5	1.58
10	1.27
15	1.11

приводит к увеличению отличий между $f(eV)$ и $j_e''(eV)$. Ограничение тока на зонд, особенно при малых eV , весьма сильно искажает вторую производную зондового тока и делает практически невозможным использование традиционной методики [12]. На рис. 2 приведены функции распределения электронов по энергиям

$$F(\varepsilon) = \text{const}\sqrt{\varepsilon} \cdot f(\varepsilon),$$

нормированные на единицу. Эти функции отражают в явном виде количество электронов, имеющих ту или иную энергию. Видно, что с ростом давления инертного газа заметно уменьшаются число быстрых электронов в "хвосте" функции распределения и средняя энергия электронов. Последняя приведена в табл. 2. Функции распределения электронов $F(\varepsilon)$, измеренные при различных давлениях паров ртути, представлены на рис. 3. Зависимость от давления ртути при повышенных давлениях аргона и в сравнительно узкой разрядной трубке качественно совпадает с тем, что наблюдается при $p_{Ar} \lesssim 3$ Тор в более широких трубках ($R \gtrsim 1$ см): с ростом p_{Hg} наблюдается уменьшение температуры электронов и числа быстрых электронов в "хвосте" распределения. Зависимость функции распределения электронов по энергиям от тока разряда была достаточно очевидной: измерения показали, что с ростом величины тока i уменьшается температура электронов kT_e . Это, очевидно, связано с увеличением роли межэлектронных столкновений в формировании функции распределения при увеличении тока и, следовательно, с относительным ростом числа быстрых электронов.

Следует отметить, что во всех исследованных нами условиях, как видно из полученных экспериментально функций распределения, практически отсутствуют электроны, способные возбуждать атомы аргона, порог возбуждения которых $\varepsilon_{Ar}^* \cong 11.5$ эВ. В работе [12] была построена модель положительного столба разряда в смеси паров ртути с инертными газами для случая, когда инертный газ не возбуждается и не ионизируется, а ионизируются и возбуждаются только атомы ртути. Как показывают проведенные нами оценки, эти предположения выполняются и в исследуемом нами разряде вплоть до давлений аргона $p_{Ar} = 30$ Тор, поэтому можно воспользоваться моделью [12] для расчета функции распределения электронов по энергиям.

Сравнение результатов расчета функции распределения электронов по энергиям при повышенных давлениях аргона с данными эксперимента приведено на рис. 4. На этом рисунке представлены функция распределения, полученная прямо из второй производной зондового тока по потенциалу зонда (без обработки) (1); полученная с помощью предлагаемой нами обработки второй производной зондового тока (2); полученная с помощью решения кинетического уравнения [12] (3).

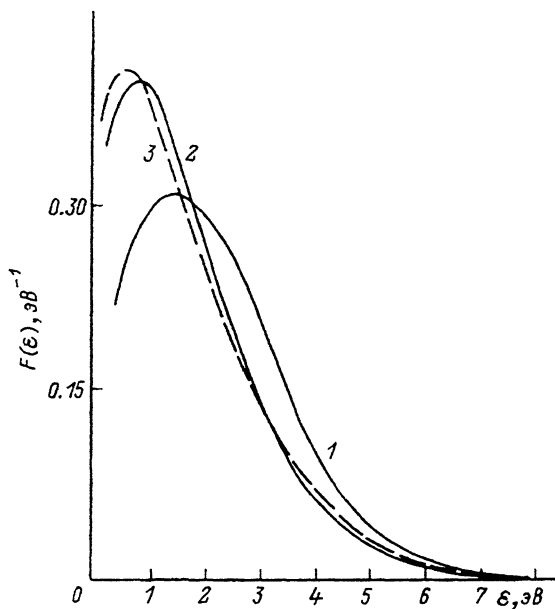


Рис. 4. Функция распределения электронов по энергиям при $p_{Ar} = 15$ Тор, $R = 0.5$ см, $T_{Hg} = 42^\circ C$, $i = 0.13$ А.

1 — полученная без обработки, 2 — после обработки второй производной с помощью предлагаемой методики, 3 — рассчитанная функция распределения.

Видно, что кривые 1 и 3 сильно отличаются друг от друга. Применение методики обработки зондовых кривых, учитывающей диффузионный характер движения электронов при повышенных давлениях, “исправляет” получаемый результат и делает соответствие между измеренной и рассчитанной функциями (кривые 2 и 3) весьма хорошим. Последнее позволяет говорить о том, что предлагаемая нами методика, с одной стороны, и теоретическая модель, предложенная в [12] для описания положительного столба разряда в смеси (Hg + инертный газ), с другой стороны, приемлемы для определения характеристик плазмы при повышенных давлениях инертных газов.

Предполагаемая методика обработки вторых производных зондового тока по потенциалу зонда может быть распространена и на другие зависимости длины свободного пробега электронов $\lambda(\varepsilon)$ от энергии (т.е. для других инертных газов). Важной является лишь возможность представления подинтегрального выражения в правой части уравнения (5) в виде (10) либо в более общем случае в виде

$$\frac{d^2 K(\varepsilon, eV)}{d(eV)^2} f(\varepsilon) = \sum_{l=1}^L \varphi_l(eV) \frac{dP_l(\varepsilon)}{d\varepsilon} e^{-P_l(\varepsilon)}, \quad (15)$$

где $P_l(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{N_l} A_{ln} \left(\frac{\varepsilon}{kT_e} \right)^n$.

Представление (15) позволяет определить вид аппроксимации второй производной зондового тока по потенциалу зонда $j_e''(eV)$ и сразу построить решение интегрального уравнения (5). Фактически это представление означает возможность представления ядра уравнения (5) в вырожденном виде. В этом случае возможен также путь решения, описанный, например, в [13].

Список литературы

- [1] *Langmuir I., Mott-Smith H.M.* // Phys. Rev. 1926. Vol. 28. P. 727–738.
 - [2] *Druvesteyn M.J.* // Zeitsch fur Physik. 1930. Bd. 64. S. 781–790.
 - [3] *Цендин Л.Д.* // ЖЭТФ. 1974, Т. 66. С. 1638–1650.
 - [4] *Голубовский Ю.Б., Захарова В.М., Пасункин В.Н., Цендин Л.Д.* // Физика плазмы. 1981. Т. 7. С. 620–628.
 - [5] *Горбунов Н.А., Колоколов Н.Б., Кудрявцев А.А.* // Физика плазмы. 1989. Т. 15. С. 1513–1520.
 - [6] *Арсланбеков Р.Р., Кудрявцев А.А., Хромов Н.А.* // Физика плазмы. 1991. Т. 17. С. 855–862.
 - [7] *Арсланбеков Р.Р., Кудрявцев А.А., Хромов Н.А.* // Физика плазмы. 1991. Т. 17. С. 863–867.
 - [8] *Арсланбеков Р.Р., Колоколов Н.Б., Кудрявцев А.А.* // Физика плазмы. 1991. Т. 17. С. 1161–1165.
 - [9] *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 223 с.
 - [10] *Луковников А.И., Новгородов М.З.* // Кр. сообщ. по физике. 1971. № 1. С. 27–33.
 - [11] *Хаксли Дж., Кромптон Р.* Диффузия и дрейф электронов в газах. М.: Мир, 1975. 673 с.
 - [12] *Миленин В.М., Тимофеев Н.А.* Плазма газоразрядных источников света низкого давления. Л., 1991. 240 с.
 - [13] *Колмогоров А.И., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972. 496 с.
-