

**04;09**  
 ©1994 г.

## РОЛЬ АЛЬФЕНОВСКОГО РЕЗОНАНСА ПРИ ИОННОМ ЦИКЛОТРОННОМ НАГРЕВЕ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКАХ С МАЛЫМ АСПЕКТНЫМ ОТНОШЕНИЕМ

*М.Ю.Алава, Ю.А.Хейккинен, И.П.Павлов, О.Н.Щербинин*

Технологический университет Хельсинки, Финляндия  
 Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН,  
 194021, Санкт-Петербург, Россия  
 (Поступило в Редакцию 2 февраля 1994 г.)

Анализируется и исследуется численное поглощение быстрых магнитозвуковых волн в условиях альфеновского резонанса в токамаках с малым аспектным отношением с помощью одномерного полного кода, основанного на решении волнового уравнения в приближении конечного ларморовского радиуса. Найдено, что при возбуждении волн со стороны слабого магнитного поля поглощение вблизи альфеновского резонанса ярко проявляется в сценарии нагрева дейтериевой плазмы с примесью ионов гелия-3. Причем роль этого механизма сильно возрастает именно в крутых торах по сравнению с цилиндрической геометрией за счет тороидального эффекта, состоящего в увеличении продольного коэффициента преломления по мере распространения волн в сторону сильного магнитного поля. Было показано, что при высоких  $n_z$  медленная волна, генерируемая в области альфеновского резонанса, распространяется в сторону плотной плазмы и ее поглощение на электронах составляет главную часть вложенной мощности. В сценарии нагрева с водородом в качестве малой добавки связь с медленной волной сильно ослабляется благодаря близости проводящей стенки камеры к области альфеновского резонанса.

### Введение

Трансформация быстрой магнитозвуковой (БМЗ) волны в медленную в области альфеновского резонанса может играть роль паразитного процесса поглощения вводимой ВЧ мощности при ионном циклотронном нагреве плазмы в токамаках [1,2]. Она может возникать в тех сценариях нагрева, когда слой циклотронного резонанса основных ионов плазмы находится в пределах сечений камеры (обычно в области сильных магнитных полей вблизи внутренней стенки камеры). Если БМЗ волна не поглощается полностью за первый проход через центральную область плазмы, то этот процесс может стать важным и для случая возбуждения волн со стороны слабого магнитного поля. В недавних исследованиях трансформации мод при альфеновском резонансе было показано [2], что сценарии нагрева плазмы в

больших установках, основанные на поглощении мощности в условиях второй гармоники ионов трития в дейтериево-тритиевой плазме или гелия-3 в гелиево-водородной плазме, весьма уязвимы из-за возможности паразитного альфеновского поглощения, так как эффективность однопроходного поглощения становится невысокой. В токамаках с малым аспектным отношением, в которых из-за сохранения тороидального волнового числа сильно выражен эффект увеличения продольного коэффициента преломления  $n_z$  при распространении волн со стороны слабого магнитного поля в область сильных магнитных полей, проблема поглощения в области альфеновского резонанса становится особенно острой, так как большая доля излучаемой антенной мощности перекачивается по спектру в область высоких  $n_z$ .

Коэффициент преломления для БМЗ волны может быть записан в пределе холодной плазмы как

$$n_f^2 = \left[ (S - n_z^2)^2 - D^2 \right] / (S - n_z^2). \quad (1)$$

Если аспектное отношение установки достаточно мало, то условие для ионного циклотронного резонанса основной (тяжелой) компоненты плазмы может выполняться внутри объема плазмы одновременно с резонансными условиями для примесных легких ионов. В этом случае выражение  $(S - n_z^2)$  равно нулю вблизи резонанса основных ионов со стороны сильных магнитных полей и приводит к возникновению альфеновского резонанса. Здесь  $S$  и  $D$  — компоненты тензора диэлектрической проницаемости холодной плазмы

$$S = 1 - \sum_i \omega_{pi}^2 / (\omega^2 - \Omega_i^2), \quad D = \sum_i (\Omega_i / \omega) \omega_{pi}^2 / (\omega^2 - \Omega_i^2), \quad (2)$$

где  $\omega_{pi}$  и  $\Omega_i$  — плазменная и циклотронная частоты.

Из условия резонанса  $S - n_z^2 = 0$  видно, что альфеновский резонанс для более высоких  $n_z$  располагается при больших плотностях, т.е. глубже в плазме. С другой стороны, увеличивая крутизну профиля плотности плазмы или просто повышая плотность пристеночной плазмы, можно сдвинуть область резонанса ближе к стенке или даже вообще вывести его за пределы камеры.

Как показано в работе [2], поток энергии, уносимый медленной волной при альфеновском резонансе, находится из выражения

$$\Delta P = \pi (D^2 / |S'|) |E_y|^2, \quad (3)$$

где  $E_y$  — величина полоидальной компоненты поля в области резонанса.

Видно, что эффективность трансформации растет с  $n_z$ , так как  $D$  пропорциональна плотности. Следует также отметить, что положение прилегающих отсечек БМЗ волны  $S + D = n_z^2$  и  $S - D = n_z^2$  и интерференционные эффекты, возникающие при отражении быстрой волны от стенки камеры, действуют на эффективность трансформации через зависимость от  $|E_y|$ . В токамаках с малым аспектным отношением эти эффекты выражены более резко.

# Результаты вычислений

В настоящей работе мы анализируем трансформацию волн в условиях альфеновского резонанса при ионном циклотронном нагреве в токамаке с малым аспектным отношением. Растущий интерес к экспериментам на таких установках возник после первых результатов на установке "Start" [3] и в связи с планируемыми экспериментами на установке "Глобус" [4] в Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе. Резонансное поглощение исследовалось численно с помощью полного одномерного волнового кода [5] с граничными условиями, соответствующими возбуждению БМЗ волны с одной стороны сечения камеры и учитывающими отражение волн от противоположной стороны. Исследовались влияние отражающей стенки, роль продольного замедления  $n_z$  и параметров пристеночной плазмы в процессах трансформации при альфеновском резонансе.

Рассматривались два сценария нагрева: 5%H + 95%D и 15% $^{3}\text{He}$  + 70%D. Основные параметры плазмы приведены в табл. 1. Они были выбраны применительно к эксперименту, планируемому на установке "Глобус-М", так, чтобы циклотронный резонанс ионов легкой примеси располагался вблизи оси установки.

**Таблица 1.**

|                      | $f$ ,<br>МГц | $B_0$ ,<br>кГц | $R_0$ ,<br>см | $a$ ,<br>см | $T_{e0}$ ,<br>эВ | $T_{i0}$ ,<br>эВ | $T_{eb}$ ,<br>эВ | $T_{ib}$ ,<br>эВ | $n_{e0}$ ,<br>см $^{-3}$ | $n_{eb}$ ,<br>см $^{-3}$ |
|----------------------|--------------|----------------|---------------|-------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------------------|--------------------------|
| (H)D                 | 8            | 5.2            | 35            | 21          | 450              | 150              | 50               | 10               | $3 \cdot 10^{13}$        | $5 \cdot 10^{10}$        |
| ( $^{3}\text{He}$ )D | 8            | 7.8            | 35            | 21          | 450              | 150              | 50               | 10               | $3 \cdot 10^{13}$        | $5 \cdot 10^{10}$        |

Профили температуры и плотности были приняты параболическими  $n(r) = n_{e0}(1 - r^2/a^2)^2 + n_{eb}$  и  $T(r) = T_0(1 - r^2/a^2)^2 + T_b$ . Магнитное поле изменялось обратно пропорционально большому радиусу. Возбуждение волн производилось, как правило со стороны слабого магнитного поля. В первом сценарии слой циклотронного резонанса ионов дейтерия располагался при  $R = 17.5$  см или 3.5 см от дальней стенки, а во втором — при  $R = 26.25$  см или в 12.25 см от дальней стенки. Ось  $0X$  направлялась перпендикулярно границе плазмы, ось  $0Z$  — вдоль стационарного магнитного поля. Все параметры плазмы, как и возбуждение волн, принималось однородным вдоль оси  $0Y$  (т.е.  $n_y = 0$ ). Электрические поля и потоки энергии вычислялись в системе СГС при условии, что на поверхности плазмы действовало возбуждающее ВЧ магнитное поле  $B_z$  единичной амплитуды.

В численном коде решение одномерного волнового уравнения, полученного в приближении конечного ларморовского радиуса, производилось методом конечных элементов. По найденным полям и их производным вычислялись потоки мощности, переносимые парциальными волнами, определяемыми в понятиях геометрической оптики. Кинетические коэффициенты в волновом уравнении были модифицированы по методике, предложенной в работе [6], чтобы избежать нефизической связи БМЗ волны с медленными волнами вблизи основных циклотронных резонансов ионных компонент плазмы. Кроме того, чтобы усилить затухание кинетических волн, генерируемых в области ион-ионного ги-

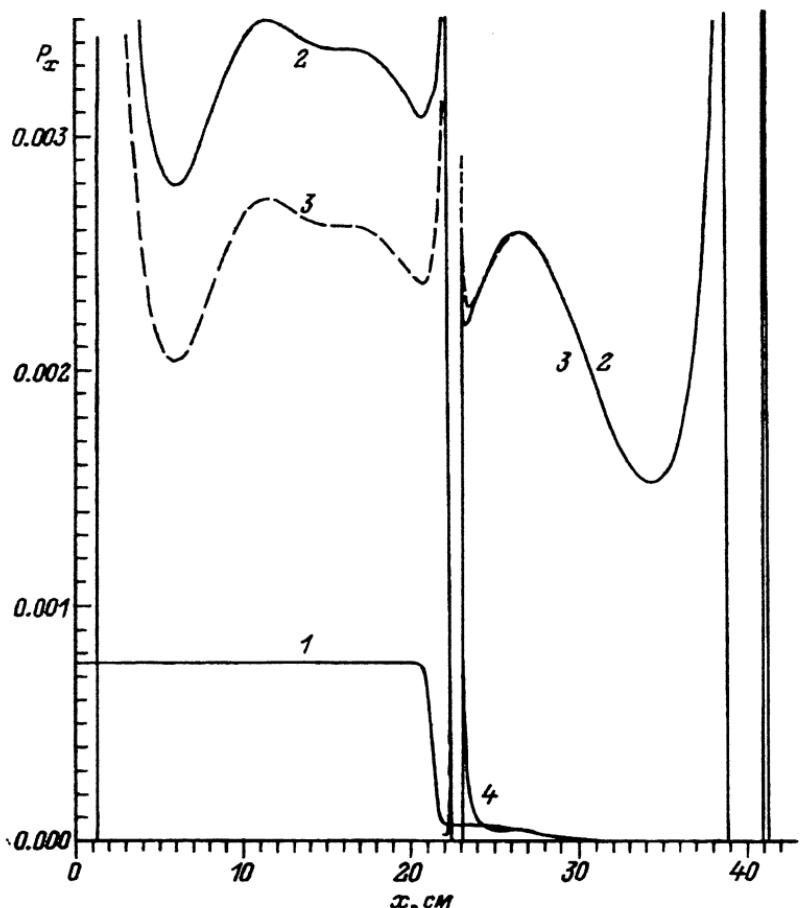


Рис. 1. Ход потоков мощности волн в экваториальном сечении камеры в первом сценарии экспериментов.

1 — поток вводимой мощности, 2 — прямая БМЗ волна, 3 — отраженная БМЗ волна, 4 — прямая бернштейновская волна;  $n_z = 20$ .

бридного резонанса, в кинетические коэффициенты вводился дополнительный феноменологический множитель [7].

В последующем предполагается, что антенна излучает широкий спектр длин волн вплоть до  $n_z = 80-100$  аналогично антеннам, используемым в экспериментах на токамаке “Туман-3” [8]. Нужно напомнить, что представляемые вычисления основаны на уравнениях, где  $n_z$  — константа. В реальной ситуации сохраняется величина  $n_\phi R$ , где  $n_\phi$  — тороидальный коэффициент преломления. Следовательно,  $n_z = 20$  перед антенной будет соответствовать гораздо большим значениям в области альфвеновского резонанса вблизи дальней стенки. Поэтому последующий анализ следует интерпретировать как локальный, в том смысле, что найденная эффективность поглощения соответствует локальным значениям  $n_z$ .

Вычисления показали, что в первом сценарии экспериментов доля мощности, теряемая в окрестности альфвеновского резонанса, невелика. На рис. 1 для  $n_z = 20$  показаны полный поток мощности, вводимый в

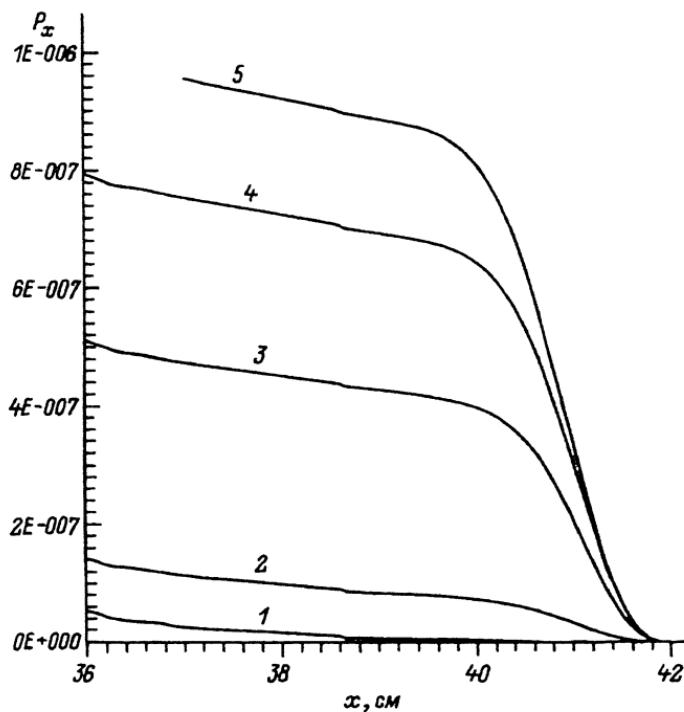


Рис. 2. Затухание потоков мощности в окрестности альфвеновского резонанса в зависимости от электронной температуры пристеночной плазмы в условиях рис. 1.

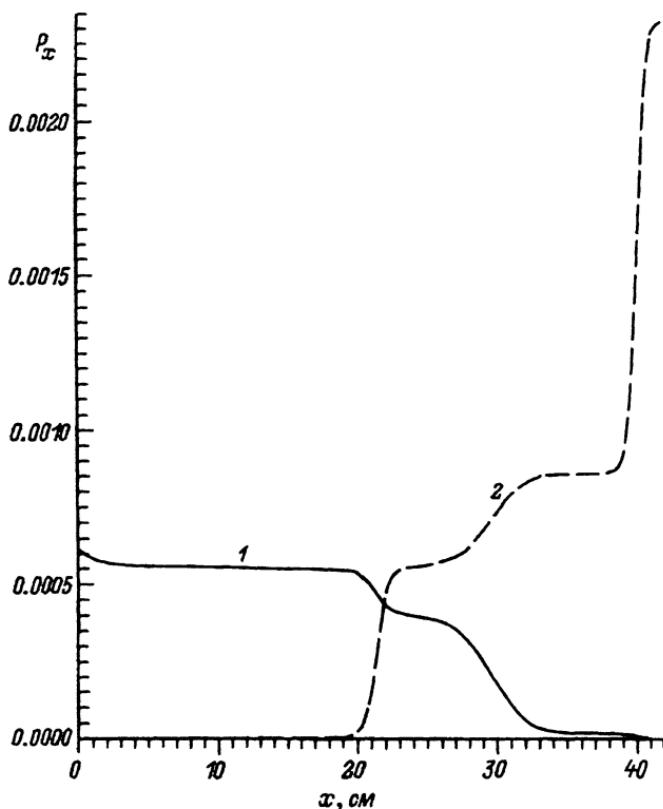
1 —  $T_{eb} = 50$ , 2 — 100, 3 — 200, 4 — 300, 5 — 400 эВ.

плазму (кривая 1), и потоки мощности оптико-геометрических волн, на которые раскладывается полный поток: 2 и 3 — прямая и отраженная БМЗ волны, 4 — прямая бернштейновская волна. Начало координат (как и на всех последующих рисунках) находится на границе плазмы со стороны слабого магнитного поля. Видно эффективное поглощение мощности ионами малой добавки в условиях циклотронного резонанса на оси установки (при  $x = 21$  см). Заметную долю мощности уносят бернштейновские волны, возникающие после трансформации при ион-ионном гибридном резонансе. Однако поглощения при альфвеновском резонансе в этом масштабе не видно. Эта часть сечения камеры в увеличенном масштабе показана на рис. 2. Последовательный ряд кривых показывает увеличение поглощения потока мощности (при  $x = 40$  см) по мере возрастания электронной температуры пристеночной плазмы от 50 до 400 эВ, что связано с ростом эффективности затухания Ландау для медленных волн.

Для всех расчетных случаев производилось сравнение найденного альфвеновского потока ( $P_{AL}$ ) с величиной  $\Delta P$ , рассчитанной по формуле (3). Для условий рис. 2 величина  $\Delta P$  близка к поглощенному альфвеновскому потоку, найденному из кривой 5, когда затухание медленных волн становится практически полным. Отметим, что при больших  $n_z$  затухание становится полным уже при меньших температурах. Именно это значение  $P_{AL}$  и заносилось в итоговую таблицу 2, где можно найти и остальные данные по эффективности поглощения в обла-

Таблица 2.

|                         | $n_z$ | $P_{AL}$            | $\Delta p$          | $P_{AL}/P_t$ | $P_{AL}/P_f$ |
|-------------------------|-------|---------------------|---------------------|--------------|--------------|
| (H)D                    | 20    | $9 \cdot 10^{-7}$   | $8.2 \cdot 10^{-7}$ | 0.1%         | 0.04%        |
|                         | 30    | $9 \cdot 10^{-6}$   | $8.4 \cdot 10^{-6}$ | 0.75%        | 0.2%         |
|                         | 50    | $1.8 \cdot 10^{-5}$ | $1.4 \cdot 10^{-5}$ | 3%           | 0.7%         |
|                         | 73    | $8 \cdot 10^{-5}$   | $5 \cdot 10^{-5}$   | 2.7%         | 1%           |
| $(^3\text{He})\text{D}$ | 20    | $7 \cdot 10^{-6}$   | $5.6 \cdot 10^{-6}$ | 0.5%         | 0.25%        |
|                         | 30    | $7 \cdot 10^{-5}$   | $7.8 \cdot 10^{-5}$ | 2.7%         | 1.5%         |
|                         | 50    | $3 \cdot 10^{-4}$   | $3.2 \cdot 10^{-4}$ | 18%          | 10%          |
|                         | 75    | $9 \cdot 10^{-4}$   | $9.5 \cdot 10^{-4}$ | 77%          | 6%           |

Рис. 3. Ход потоков вводимой мощности при возбуждении волн со стороны слабого (1) и сильного (2) магнитного поля (1-й сценарий,  $n_z = 50$ ).

сти альфеновского резонанса в зависимости от  $n_z$ . Видно, что даже для больших  $n_z$  поглощенная мощность не превышает 3% от вводимой. Это объясняется действием дальней стенки камеры, которая находится близко к области резонанса и эффективно подавляет полоидальные поля.

В этих же экспериментальных условиях при расположении возбуждающей антены на стороне сильного магнитного поля альфеновские волны могут уносить более 50% вводимой мощности. Это видно из рис. 3, на котором для  $n_z = 50$  показаны вводимые потоки мощности, идущие от антены в глубь плазмы через сечение камеры. Сплошная кривая — случай расположения антены на стороне слабого поля, штриховая — на стороне сильного поля. Хорошо видны циклотронное поглощение БМЗ волн ионами малой добавки на оси установки, поглощение бернштейновских волн (при  $x = 25-35$  см) и медленных волн в области альфеновского резонанса (при  $x = 40$  см). По отдельности потоки парциальных волн здесь не показаны. Следует подчеркнуть, что полученная картина далеко не соответствует случаю однопроходного поглощения, уровень потоков осциллирующих по сечению быстрых волн здесь в несколько раз превышает уровень вводимой мощности и громадная разница в величине поглощения при альфеновском резонансе объясняется различием в локальных значениях полоидальной компоненты электрического ВЧ поля.

Во втором сценарии экспериментов поглощение волн вблизи альфеновского резонанса выражено гораздо более ярко. На рис. 4 показаны потоки мощности всех волн для  $n_z = 50$ . Видно, что циклотронное поглощение ионами малой примеси здесь слабое. Основную роль играет поглощение бернштейновской волны на электронах (при  $x = 24-30$  см), но уже почти 20% мощности поглощается медленными волнами в окрестности альфеновского резонанса. На рис. 5 для этого же случая приводится распределение амплитуд высокочастотных полей по сечению камеры. Сплошная кривая — радиальная ( $E_x$ ) и штриховая — полоидальная ( $E_y$ ) компоненты поля. На кривой радиальной компоненты отчетливо прослеживаются области генерации и затухания коротковолновых кинетических волн в окрестностях характерных резонансов. Расчетное значение потока конверсии при альфеновском резонансе  $\Delta P = 3.2 \cdot 10^{-4}$  с точностью до 10% совпадает с вычисленным поглощенным потоком.

На рис. 6 и 7 приводятся потоки мощности и поля, рассчитанные для  $n_z = 75$ . Видно, что поглощение при альфеновском резонансе достигает здесь почти 80% от вводимой мощности и расположена эта область ближе к оси установки. Несмотря на наличие широких зон непрозрачности для БМЗ волн, величина поглощенной мощности по-прежнему хорошо согласуется с расчетной оценкой по формуле (3). Необходимо подчеркнуть, что характер распространения медленных волн, возникающих в результате трансформации при альфеновском резонансе, в этом случае кардинально меняется. Как видно из дисперсионных кривых, приведенных на рис. 8, при  $n_z = 75$  медленные волны (в отличие от случая  $n_z = 30$ ) распространяются в сторону слабого магнитного поля и затухают в области более плотной плазмы. Этот факт может оказаться важным для тороидальных установок с малым аспектным отношением, так как в них происходит значительная перекачка мощности по спектру в сторону больших  $n_z$  из-за тороидальных эффектов.

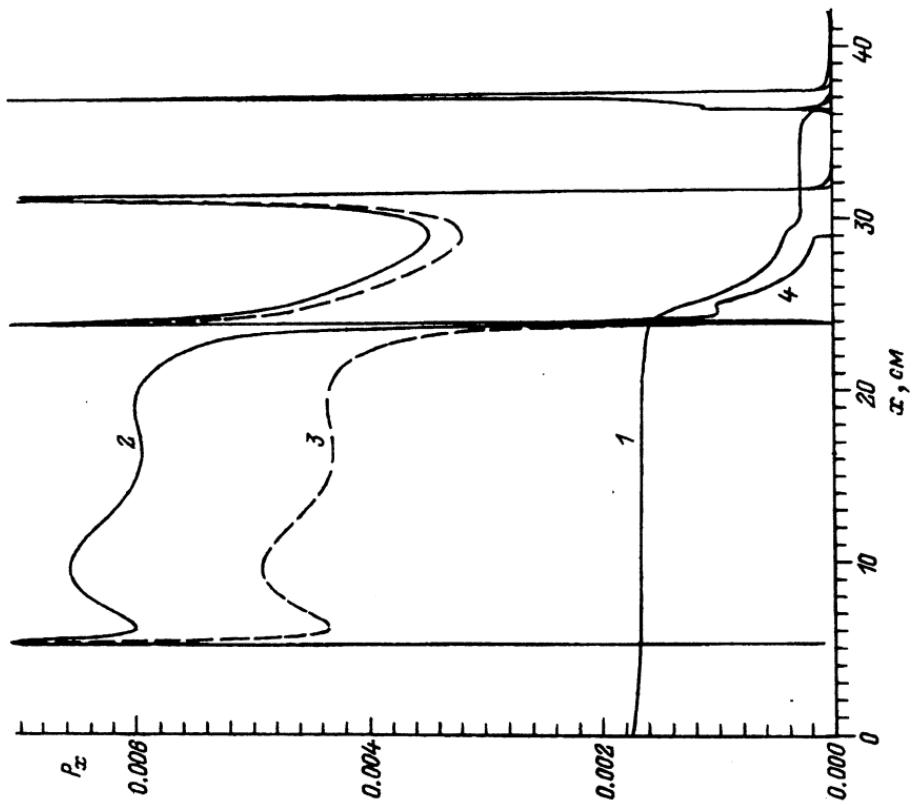


Рис. 4. Ход потоков вводимой мощности и парциальных волн во втором сценарии эксперимента при  $n_z = 50$ . Обозначения те же, что и на рис. 1.

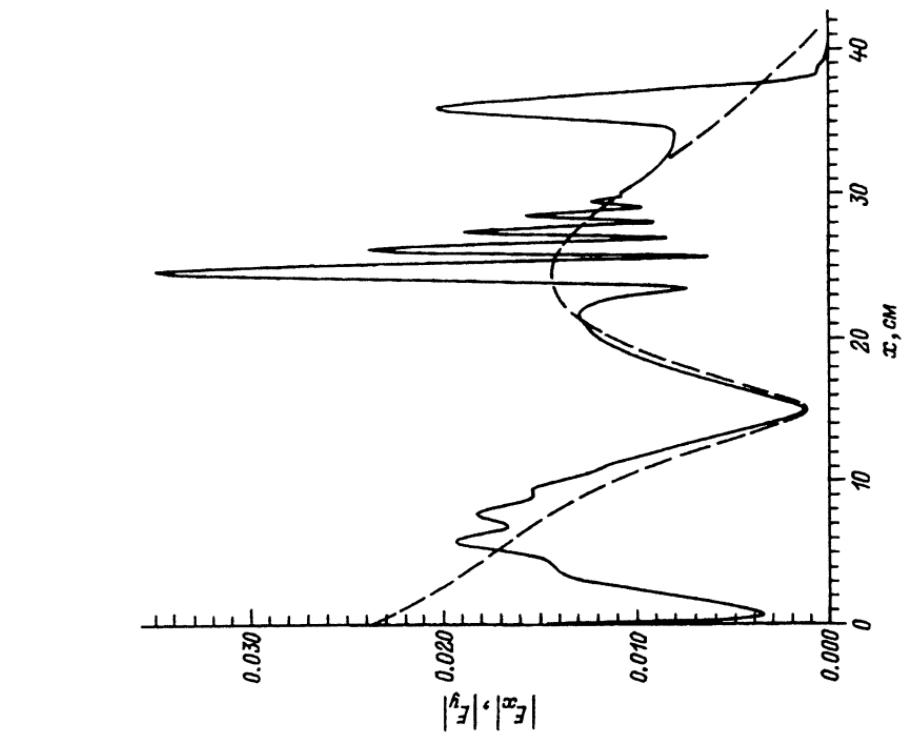
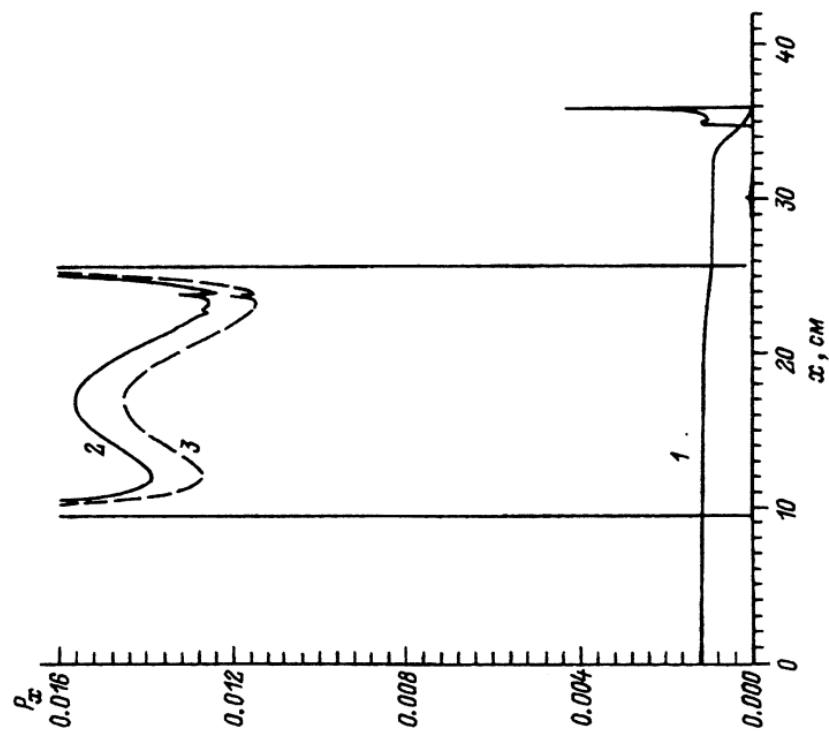
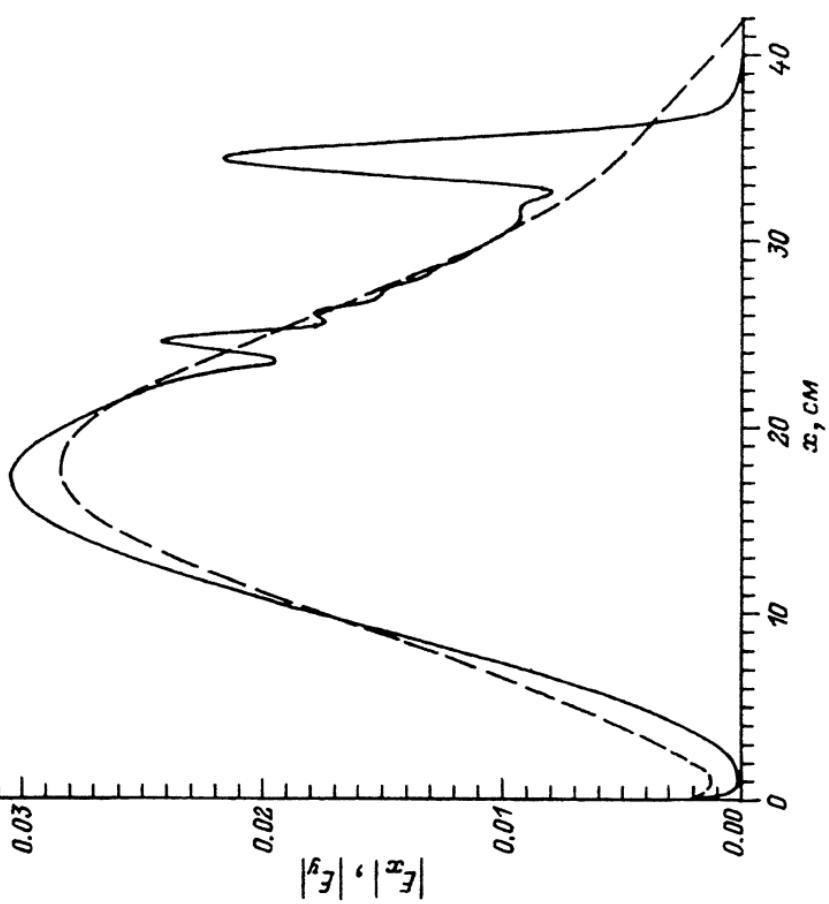
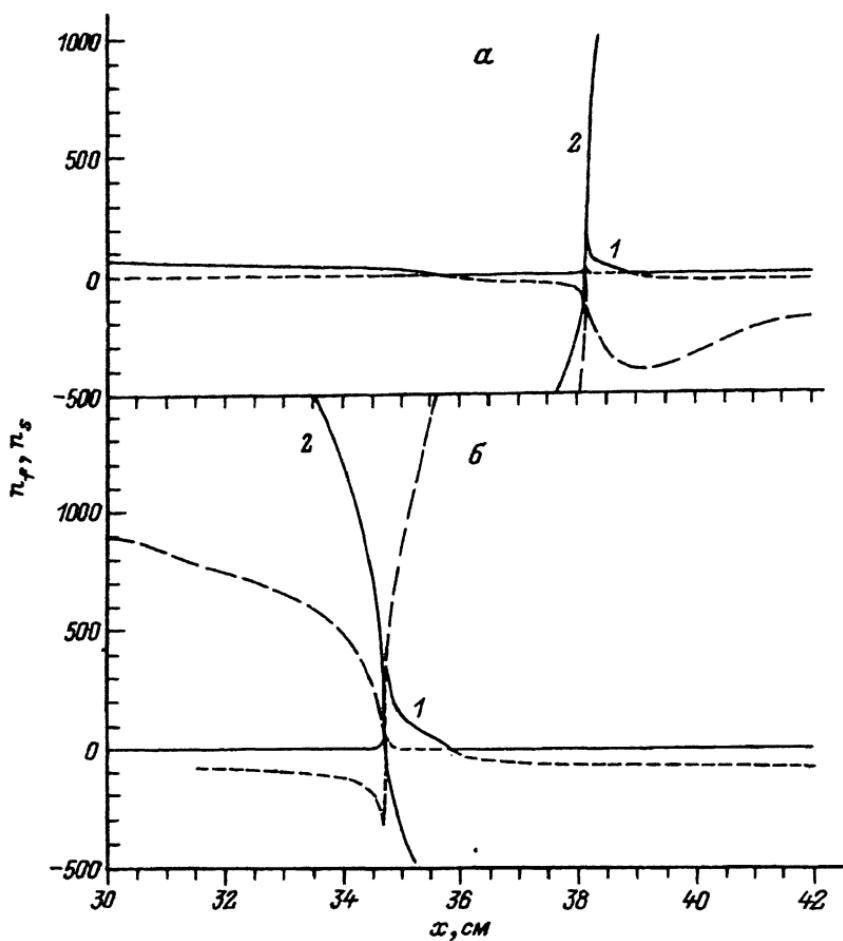


Рис. 5. Распределение  $E_x$ - (сплошная кривая) и  $E_y$ -компонент (штриховая) электрического поля по сечению камеры в условиях рис. 4.

Рис. 7. То же, что на рис. 5, но при  $n_z = 75$ .

Рис. 6. То же, что на рис. 4, но при  $n_z = 75$ .





**Рис. 8.** Дисперсионные кривые в окрестности альфвеновского резонанса.  
2-й сценарий экспериментов; 1 — БМЗ волна, 2 — медленная волна;  $\text{Re}(n_x)$  — сплошная кривая,  $\text{Im}(n_x)$  — штриховая; *a* —  $n_z = 30$ , *б* —  $n_z = 75$ .

В табл. 2 собраны итоговые данные по поглощению мощности в области альфвеновского резонанса для обоих экспериментальных сценариев. Здесь приведены значения поглощенных потоков  $P_{\text{AL}}$ , найденных из решения волнового уравнения с помощью численного кода, а также теоретическая оценка конверсионного потока  $\Delta P$  по формуле (3). Причем для малых продольных замедлений в качестве  $P_{\text{AL}}$  бралась предельная величина, полученная из температурной зависимости поглощения (как на рис. 2). В последних двух столбцах приводятся отношения поглощенного потока к полной вводимой мощности и к потоку мощности, связанному с быстрой (БМЗ) волной. Видно, что теоретические оценки хорошо оправдываются даже для случая малой установки с большими градиентами параметров и амплитуд полей.

## Заключение

В работе показано, что поглощение ВЧ мощности при альфвеновском резонансе в токамаках с малым аспектным отношением может оказаться существенным в некоторых экспериментальных сценариях. Как оказалось, оно хорошо моделируется простой оценкой на основании формулы (3) с учетом реального распределения ВЧ полей и плотности плазмы по сечению камеры. Обнаружено, что при высоких (но вполне реалистичных из-за торoidalных эффектов) продольных замедлениях  $n_z$  медленные волны, генерируемые в области альфвеновского резонанса, распространяются в сторону плотной плазмы. Это обстоятельство совместно с одновременным смещением резонансной области к центру, делает возможным использование этого эффекта для нагрева электронной компоненты плазмы в подходящих условиях. Для реалистического расчета вклада мощности в этих условиях требуется проведение более детальных вычислений с учетом изменения  $n_z$  и  $n_y$  в торoidalной геометрии. Для корректной оценки структуры ВЧ полей в малых установках потребуется решение волнового уравнения с помощью двумерного кода [9]. Представленный одномерный подход должен рассматриваться как модель поведения волн в экваториальной плоскости камеры токамака.

Данная работа была выполнена благодаря поддержке Российской-финской комиссии по научному и техническому сотрудничеству. Очень полезными были дискуссии с Т.Хелстеном.

## Список литературы

- [1] Karney C.F.F., Perkins F.W., Sun Y.C. // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42. P. 1621.
- [2] Heikkinen J.A., Hellsten T., Alava M.J. // Nucl. Fusion. 1991. Vol. 31. N 6. P. 417–429.
- [3] Sykes A. et al. // Nucl. Fusion. 1992. Vol. 32. P. 693.
- [4] Belyakov V.A., Bender S.E. et al. // Proc. 19<sup>th</sup> Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics. Innsbruck, 1992. Vol. 16C. Pt 1. P. 471.
- [5] Ирзак М.А., Паевлов И.П., Шербинин О.Н. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 2. С. 64–75.
- [6] Alava M.J., Heikkinen J.A., Hellsten T. TKK-F-A706. Helsinki, University of Technology, Otaniemi. 26 p.
- [7] Brambilla M. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 1989. Vol. 31. N 5. P. 723–757.
- [8] Аскинази Л.Г., Голант В.Е. и др. // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. Вып. 3. С. 315–318.
- [9] Brambilla M., Krucken T. // Nucl. Fusion. 1988. Vol. 28. N 10. P. 1813–1833.