1994 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 64, N 11

04;09

ТЕОРИЯ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ ПЛАЗМЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ

А.Ф.Александров, Н.Ф.Воробьев, Е.А.Кралькина, В.А.Обухов, А.А.Рухадзе

Институт общей физики РАН,
117942, Москва, Россия
(Поступило в Редакцию 24 марта 1994 г.)

В рамках линейной электродинамики изложена теория источников низкотемпературной разреженной плазмы, которые возбуждаются внешними поверхностными высокочастотными токами. На примере анализа работы реального плазменного источника показано, что механизм нагрева плазмы носит нетрадиционный характер и состоит в том, что кроме магнитостатических (геликонных колебаний), генерируемых антенной, расположенной на поверхности плазмы, имеют место связанные с ними электростатические колебания, черенковским затуханием которых обусловлены нагрев и поддержание плазмы. Получены выражения для электромагнитных полей и высокочастотной мощности рассеиваемой в плазме.

Введение

В последнее время получают все более широкое распространение в различных технических и технологических приложениях генераторы плазмы, в которых разряд поддерживается возбуждением высокочастотных вынужденных колебаний в плазме с помощью антенн или электродов различных конфигураций. В работе [1] дан краткий обзор предыстории и состояния современных исследований в области так называемых геликонных источников плазмы. В них замагничивающее плазму поле $\mathbf{B}_0$, частота внешнего генератора мощности ω и характерные параметры конструкции подобраны таким образом, чтобы возбудить в разрядной камере собственные колебания геликонного типа, частота которых лежит в области между электронной и ионной ларморовскими частотами. Высокая эффективность такой схемы нагрева и поддержания плазмы объяснена в работе [1] тем, что в условиях геликонного резонанса часть электронов плазмы, движущихся вдоль оси $0Z$ (направление внешнего магнитного поля $\mathbf{B}_0 \parallel 0Z$) со скоростью, несколько меньшей фазовой скорости возбуждаемых волн, захватывается и ускоряется полем волны E_z, эффективно набирая таким образом свою энергию. Это — известный механизм нагрева за счет черенковского поглощения. Он реализуется в разреженной слабостолкновительной плазме.

Предложенная в [1] модель работы источника и нагрева плазмы кажется вполне правдоподобной, однако, на наш взгляд, при внимательном рассмотрении она неизбежно сталкивается с рядом существенных трудностей. Во-первых, появляются трудности в объяснении механизма поджига и предварительного разогрева плазмы при относительно малых плотностях. Как это следует, в частности, из этой модели, существует порог плотности плазмы n_e^*, ниже которого возбуждение собственных объемных геликонных колебаний невозможно. Элементарные оценки показывают, что для источника, рассмотренного нами, этот порог составляет величину $n_e^* \simeq 10^{12}$ см$^{-3}$. Возникают вопросы, каким образом тогда происходит поджиг разряда и за счет чего такая плотность плазмы достигается в среднем по объему до начала резонансного возбуждения геликонных колебаний.

Во-вторых, появляются трудности в объяснении механизма работы маломощных источников плазмы. Как известно, при уменьшении мощности генератора плотность плазмы также естественно уменьшается. Однако разряд полностью при этом не гаснет и продолжает гореть при плотностях плазмы на несколько порядков ниже порога. В этом случае геликонные колебания в разрядной камере оказываются вообще поверхностными и в объем плазмы не проникают. Что же тогда поддерживает эффективность такого разряда? Ответы на эти и некоторые другие вопросы оказывается затруднительным получить в рамках исследованной в работе [1] магнитостатической модели функционирования геликонного источника плазмы. Очевидно, ответы на поставленные выше вопросы следует искать на пути корректного исследования процессов, протекающих в разрядной камере источника при низкой плотности плазмы. В той же области частот, где существует геликонный спектр, возможно существование и чисто продольных косых ленгмюровских волн, раскачка которых также может приводить к эффективному проникновению колебаний в объем плазмы и, соответственно, эффективному вводу мощности в разряд. Как хорошо известно, в общем случае продольные и поперечные колебания магнитоактивной плазмы не расщепляются и, строго говоря, всегда в плазме должно происходить одновременное возбуждение обоих узкозонных спектров. Однако при этом необходимо выйти за рамки магнитостатической модели, рассмотренной в [1]. Полное решение такой задачи — задачи возбуждения колебаний в разреженной бесстолкновительной низкотемпературной плазме источника под действием поверхностных токов высокой частоты выполнено в этой работе и представлено ниже.

Основные предположения и исходные уравнения

Рассмотрим источник плазмы с разрядной камерой в форме цилиндра радиуса $\rho_0 = 0.05$ м и длины $L = 0.1$ м с постоянным магнитным полем вдоль оси цилиндра $0Z$ величиной $B_0 \simeq 0.01$ Тл. Пусть высокочастотный генератор тока промышленной частоты $\omega = 2\pi f \simeq 8.5 \cdot 10^7$ с$^{-1}$ обеспечивает протекание на поверхности цилиндра тока с плотностью

$$\begin{pmatrix} \gamma_\varphi^0 \\ \gamma_z^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_\varphi^0 \\ I_z^0 \end{pmatrix} \frac{\delta(\rho - \rho_0)}{2\pi\rho_0} e^{-i\omega t + ikz + il\varphi}, \qquad (1)$$

где k и l — продольное и азимутальное волновые числа.

Отметим, что любой источник поверхностного тока может быть представлен в виде суммы фурье-компонент вида (1). Для описания свойств плазмы в интересующих нас условиях

$$\omega_p^2 \gg \Omega_e^2 \gg \omega^2 \gg \nu_e^2, \qquad (kv_{T_e})^2 \tag{2}$$

можно воспользоваться следующим выражением для тензора диэлектрической проницаемости в цилиндрической системе координат [2]:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix}, \tag{3}$$

где

$$\varepsilon_\perp = 1 + \frac{\omega_p^2}{\Omega_e^2}\left(1 + i\frac{\nu_e}{\omega}\right), \qquad g = \frac{\omega_p^2}{\omega\Omega_e}\left(1 + i\frac{\omega\nu_e}{\Omega_e^2}\right),$$

$$\varepsilon_\parallel = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\left[1 - i\frac{\nu_e}{\omega} - i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{\omega^3}{(kv_{T_e})^3}\,e^{-\frac{\omega^2}{2(kv_{T_e})^2}}\right]. \tag{4}$$

Здесь

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m}}$$

— ленгмюровская, $\Omega_e = (eB_0/m)$ — ларморовская частоты, ν_e — частота столкновений электронов, v_{T_e} — их тепловая скорость. При этом последнее мнимое слагаемое в выражении для $\varepsilon_\parallel$ учитывает черенковское поглощение колебаний электронами плазмы, которе, являясь малым, может превосходить столкновительное поглощение, учитываемое третьим слагаемым. Так, при $n_e \simeq 10^{11}$ см$^{-3}$ и $T_e \simeq 5$ эВ для приведенных выше параметров $\omega \simeq 10^8$ с$^{-1}$ и $k = \pi/L \simeq 1/3$ м$^{-1}$, черенковское поглощение превосходит столкновительное более чем в 25 раз. Решение уравнений Максвелла с источником $\mathbf{j}_0$ вида (1)

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}, \qquad \operatorname{rot}\mathbf{E} = \mu_0\frac{\partial D}{\partial t} + \mu_0\mathbf{j}^0, \tag{5}$$

где $D_i(\omega,k) = \varepsilon_{ij}(\omega,k)E_j(\omega,k)$ будем искать в виде $f(\rho)e^{-i\omega t+ikz+il\varphi}$.

Решения будем искать как вне $\rho > \rho_0$, так и внутри $\rho < \rho_0$, плазменного цилиндра, сшивая их на границе с помощью граничных условий, которые получим путем интегрирования (5) по физически малому слою вблизи границы $\rho = \rho_0$

$$\{E_z\}_{\rho_0} = \{E_\varphi\}_{\rho_0} = 0, \quad \{E_z\}_{\rho_0} = -\frac{\mu_0 I_\varphi^0}{2\pi\rho_0}, \quad \{B_\varphi\}_{\rho_0} = \frac{\mu_0 I_z^0}{2\pi\rho_0}. \tag{6}$$

Уравнения (5) можно свести к двум уравнениям для компонент и B_z:

$$\Delta_\perp\left(i\frac{\omega}{k}B_z\right) + \varkappa_2^2\left(i\frac{\omega}{k}B_z\right) - \tilde{g}\Delta_\perp E_z = 0,$$

$$\Delta_\perp\left(i\frac{\omega}{k}B_z\right) + \varkappa_2^2 E_z - \frac{\tilde{k}^2\tilde{g}}{\tilde{\varepsilon}_\perp\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_\perp\right)}\left(i\frac{\omega}{k}B_z\right) = 0, \tag{7}$$

где

$$\Delta_\perp = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho\frac{\partial}{\partial\rho} - \frac{l^2}{\rho^2}, \qquad \tilde{k}^2 = k^2\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_\perp}\right),$$

$$\tilde{\varepsilon}_\perp = \frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_\perp, \qquad \tilde{g} = \frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0 g, \qquad \tilde{\varepsilon}_\parallel = \frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_\parallel,$$

$$\varkappa_1^2 = -k^2\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}, \qquad \varkappa_2^2 = \tilde{k}^2\left(\tilde{g}^2 - 1\right). \tag{8}$$

Остальные компоненты векторов E и B выражаются через E_z и B_z. В частности, ниже нам понадобятся компоненты E_φ и B_φ

$$E_\varphi = -\frac{k^2}{\varkappa_2^2}\left[\frac{1}{k}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(i\frac{\omega}{k}B_z\right) - \frac{l}{k\rho}\tilde{g}\left(i\frac{\omega}{k}B_z\right) - \frac{\tilde{g}}{k}\frac{\partial E_z}{\partial\rho} + \frac{l}{k\rho}E_z\right],$$

$$i\frac{\omega}{k}B_\varphi = -\frac{k^2}{\varkappa_2^2}\left[\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_\perp\right)\left(\tilde{\varepsilon}_\perp + \tilde{g}^2\right)\frac{1}{k}\frac{\partial E_z}{\partial\rho} - \frac{l}{k\rho}\tilde{g}E_z - \right.$$

$$\left. - \frac{\tilde{g}}{k}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(i\frac{\omega}{k}B_z\right) + \frac{l}{k\rho}\left(i\frac{\omega}{k}B_z\right)\right]. \tag{9}$$

Система уравнений (7)–(9) вне $\rho > \rho_0$, и внутри $\rho < \rho_0$, плазменного цилиндра вместе с граничными условиями (6) является при условии (3) точной и замкнутой системой дифференциальных уравнений и полностью решают задачу плазменного источника.

Решение уравнений поля

Прежде всего введем ограничения на плотность плазмы сверху в виде двух неравенств

$$|\tilde{\varepsilon}_\perp| \ll 1, \qquad |\tilde{g}| < 1. \tag{10}$$

Первое из этих неравенств соответствует условию применимости уравнений электронной магнитной гидродинамики, использованной в работе [1]. Второе неравенство соответствует разреженной плазме и отсутствию в ней собственных колебаний геликонного типа. При этом очевидно, что при условиях (2) и выполнении второго неравенства (10) первое выполняется автоматически. Это означает, что условия (10) вместе с (2) не вносят дополнительных ограничений на применимость магнитной гидродинамики и, следовательно, результатов, изложенных в работе [1]. Полагая $k = \pi/L$, получим, что для рассматриваемого источника условия (10) будут выполняться с большим запасом, если $n_e \lesssim 10^{11}$ см$^{-3}$.

Возвращаясь к системе (7), заметим, что в условиях (2) внутри плазменного цилиндра $|\varkappa_2^2| \ll |\varkappa_1^2|$, что позволяет разложить решение системы по параметру $\varkappa_2^2/\varkappa_1^2$ и, учитывая неравенства (10), записать решение при $\rho < \rho_0$, т.е. внутри плазменного цилиндра, в виде

$$\begin{pmatrix} E_z \\ i\frac{\omega}{k}B_z \end{pmatrix} \simeq C_1\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0 g \end{pmatrix} J_e(\beta_1\rho) + C_2\begin{pmatrix} -\frac{g}{\varepsilon_\parallel} \\ 1 \end{pmatrix} J_e(\beta_2\rho), \tag{11}$$

где $\beta_1^2 \simeq \varkappa_1^2 \simeq -k^2(\varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp)$, $\beta_2^2 \simeq \varkappa_2^2 \simeq -k^2$.

При $\rho > \rho_0$, т.е. вне плазменного цилиндра, решение системы (7) имеет вид:

$$E_z = C_3 k_e(k\rho), \qquad i\frac{\omega}{k}B_z = C_4 k_e(k\rho). \tag{12}$$

Как видно, внутри плазменного цилиндра решение состоит из двух частей. Часть пропорциональная $J_e(ik\rho)$, соответствует решению, исследованному в [1], и описывает геликонные (магнитостатические) колебания, которые в условиях (10) оказываются поверхностными. Часть, пропорциональная $J_e(k\sqrt{-(\varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp)}\rho)$, соответствует решению, опущенному в [1], и описывает косые ленгмюровские (электростатические) объемные колебания (так как $\mathrm{Re}(-(\varepsilon_\parallel/\varepsilon_\perp)) > 0$). В условиях однородной неограниченной плазмы коэффициенты C_1 и C_2 могут быть независимыми. Однако при наличии граничных условий коэффициенты C_1 и C_2 являются зависимыми и, в частности, с учетом (6), (9) и неравенств (10) имеют вид

$$C_1 = \frac{i\frac{\omega}{k}\frac{\mu_0}{2\pi\rho_0}\left(I_z^0 + \frac{l}{k\rho_0}I_\varphi^0\right)}{\frac{\beta_1}{k}\frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_\perp\left[J_e'(\beta_1\rho_0) - \frac{l}{k\rho_0}\frac{g}{\varepsilon_\perp}\frac{k}{\beta_1}J_e(\beta_1\rho_0)\right]},$$

$$C_2 = \frac{i\frac{\omega}{k}\frac{\mu_0}{2\pi\rho_0}\left(I_z^0 + \frac{l}{k\rho_0}I_\varphi^0\right)}{\frac{\beta_1}{k}\frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_\perp\left[J_e'(\beta_1\rho_0) - \frac{l}{k\rho_0}\frac{g}{\varepsilon_\perp}\frac{k}{\beta_1}J_e(\beta_1\rho_0)\right]}\times$$

$$\times\frac{\frac{k}{\beta_2}\frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0 g k_e'(k\rho_0)/k_e(k\rho_0)J_e(\beta_1\rho_0)}{J_e'(\beta_2\rho_0) + \frac{\beta_2}{k}\frac{k_e'(k\rho_0)}{k_e(k\rho_0)}J_e(\beta_2\rho_0)\left[1 - \frac{l}{k\rho_0}\frac{k_e(k\rho_0)}{k_e'(k\rho_0)}\frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0 g\right]} -$$

$$-\frac{i\frac{\omega}{k}\frac{\mu_0}{2\pi\rho_0}\frac{k_e(k\rho_0)}{k_e(k\rho_0)}\frac{k}{\beta_2}I_\varphi^0}{J_e'(\beta_2\rho_0) + \frac{k_e'(k\rho_0)}{k_e(k\rho_0)}\frac{\beta_2}{k}\left(1 - \frac{l}{k\rho_0}\frac{k_e(k\rho_0)}{k_e'(k\rho_0)}\frac{\omega^2}{k^2}\varepsilon_0\mu_0 g\right)J_e(\beta_2\rho_0)}. \tag{13}$$

Как видно из (13), геликонные колебания неизбежно возбуждают связанные с ними электростатические колебания с амплитудой, определяемой плотностью плазмы, конструкцией источника и антенны. Простые оценки показывают, что вклады в амплитуду E_z электростатических и магнитостатических колебаний с учетом условий (10) находятся в соотношении $E_z^{\text{эл}} \gg E_z^{\text{м}}$. В вакуумном пределе, $g \to 0$ этот результат очевиден, поскольку в этом пределе магнитостатические колебания переходят в так называемую B-волну, в которой $E_z = 0$, $B_z \neq 0$, а электростатические в E-волну, в которой $E_z \neq 0$, $B_z = 0$. Формулы (11) и (13) определяют решение системы (7) в условиях (2) и (10) и дают компоненты E_z и B_z внутри плазменного цилиндра. Остальные компоненты полей выражаются через E_z и B_z с помощью формул типа (9). Таким образом, задача нахождения уравнений поля (5) полностью решена.

Рассмотрим теперь нагрев плазмы электромагнитной волной в разрядной камере источника. Учитывая, что, согласно (4) $\mathrm{Jm}\, g \ll \mathrm{Jm}\, \varepsilon_\perp \ll$

$\ll \operatorname{Jm}\varepsilon_\parallel$ для средней мощности рассеиваемой плазмой в единице объема имеем [2]

$$P \simeq \frac{1}{2}\omega\varepsilon_0 \operatorname{Jm}\varepsilon_\parallel |E_z|^2. \tag{14}$$

Учитывая (14) и сказанное выше, следует заключить, что нагрев плазмы обусловлен главным образом поглощением электростатических колебаний и в условиях разреженной слабостолкновительной плазмы главным образом их черенковским поглощением. Подставляя в (14) выражение для E_z из (11) и учитывая, что член, содержащий C_2, можно опустить, после интегрирования по объему плазмы получим

$$P \simeq \frac{\pi}{2}\omega\varepsilon_0 \operatorname{Jm}\varepsilon_\parallel L\rho_0^2 J_{e+1}^2(\beta_1\rho_0)|C_1|^2. \tag{15}$$

Это выражение определяет мощность высокочастотного источника, рассеиваемую в плазменном цилиндре. При напряженности поля $\simeq 10$ В/см и приведенных выше параметрах системы из (15) следует, что расходуется мощность порядка 1 КВт.

Выводы и заключение

Таким образом, в рамках линейной электродинамики решена задача о колебаниях низкотемпературной разряженной плазмы, разряда, возбуждаемого поверхностными токами высокой частоты. Показано, что в рассматриваемой области частот происходит возбуждение как геликонных, так и связанных с ними электростатических колебаний (косых ленгмюровских волн). Последние, являясь объемными и имея значительную компоненту поля E_z, эффективно греют плазму главным образом за счет черенковского поглощения. Такой механизм нагрева плазмы во столько же раз является более эффективным, чем изложенный в работе [1], во сколько раз в этом случае квадрат амплитуды поля E_z электростатической волны больше, чем у магнитостатической. В этой связи использование уравнений магнитостатики как для описания рассмотренной выше разряженной плазмы, так и для плазмы более высокой плотности, как это сделано в [1], на наш взгляд, непродуктивно для обсуждаемой здесь задачи, поскольку таким образом нельзя описать основной механизм нагрева плазмы, обеспечивающий высокую эффективность реальных ВЧ источников плазмы. Полученное в настоящей работе общее решение задачи источника в виде формул (11)–(15) открывают новые возможности по оптимизации конструкций антенн подбором токов I_z^0 и I_φ^0, а также геометрических размеров источников плазмы и частоты поля для достижения наибольшей эффективности их работы. Эти вопросы, однако, требуют специального исследования на примерах конкретных источников плазмы. Мы же пока ограничиваемся постановкой вопроса о необходимости пересмотра чисто геликонной идеологии источников плазмы, принятой в [1].

Список литературы

[1] *Chen F.F.* // Plasma Phys. and Contr. Fus. 1991. Vol. 33. P. 339.
[2] *Alexandrov A.F., Bogdankevich L.S., Rukhadze A.A.* Principles of Plasma Electrodynamics. Springer Verlag, 1984.