

01:04

©1994 г.

ДВУМЕРНЫЙ ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ РАЗРЯД ПРИ СРЕДНИХ ДАВЛЕНИЯХ

И.Д.Каганович, Л.Д.Цендин, Н.А.Яценко

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251, Санкт-Петербург, Россия
(Поступило в Редакцию 22 марта 1994 г.)

Ранее было обнаружено, что высокочастотный (ВЧ) емкостный разряд может характеризоваться двумя значениями нормальной плотности тока. В работе исследовались причины неоднородности ВЧ разряда поперек протекания тока при средних давлениях в режиме меньшей нормальной плотности тока. Показано, что устойчивость разряда существенным образом зависит от типа электродов: в случае металлических электродов стабилизирующее влияние приэлектродных слоев в четыре раза меньше, чем в случае, когда электроды покрыты тонким диэлектрическим слоем. Для неустойчивости, связанной со ступенчатой ионизацией, наиболее опасны возмущения, вытянутые вдоль тока, не затрагивающие приэлектродные слои. Оба эти факта свидетельствуют, что критерий устойчивости по наклону ВАХ может быть ошибочным. На основе сопоставления расчетов и экспериментов делается вывод о том, что режим меньшей нормальной плотности тока (НПТ) в аргоне и азоте связан с перегретой неустойчивостью, а в гелии основной тип неустойчивости не тепловой. На основе анализа границы между плазменной областью и периферией показано, что в случае перегретой неустойчивости разряда с диэлектрическими электродами нормальная плотность тока в 1.5 раз больше значения плотности тока в минимуме ВАХ; соответствующие напряжения отличаются незначительно. Структура переходной области оказывается важной и при рассмотрении режимов разряда с двумя минимумами ВАХ. В частности, показан, что в определенных условиях устойчивые состояния не могут граничить друг с другом, а множественность форм НПТ может привести к зависимости формы разряды от его предыстории.

Введение

Хорошо известно, что высококачественный (ВЧ) емкостный разряд при средних давлениях может заполнять лишь часть межэлектродного зазора в поперечном к току направлении, а также быть неустойчивым по отношению к поперечным возмущениям. Процессы формирования двумерных структур в ВЧ разряде в настоящее время изучены мало. Экспериментально наблюдались в ряде случаев два минимума на ВАХ разряда, чему соответствуют два значения нормальной плотности тока (НПТ) $j_{n1} < j_{n2}$ [1]. Возникает вопрос, какова природа неустойчивостей, приводящих к конкретным пространственным формам

разряда. В слабоионизированной плазме инертных газов существует ряд механизмов неустойчивости, которые в принципе могут привести к шнурованию разряда. Выделить один из них часто бывает трудно, так как области существования неустойчивостей разных типов могут перекрываться [2]. В то же время для количественного описания необходимо точно знать реализуемый в данных условиях механизм неустойчивости. В работе [3] обсуждался один из них — тепловой механизм неустойчивости ВЧ разряда, однако сравнение с экспериментом не производилось.

При самых низких концентрациях заряженных частиц, когда квазинейтральная плазма отсутствует, может возникнуть неустойчивость, связанная с переходом от режима свободной диффузии электронов к амбиполярной диффузии. Эта неустойчивость приводит, например, к релаксационным колебаниям в газоразрядных трубках при малых токах [4]. В ВЧ разряде эта неустойчивость может приводить к эффекту типа нормальной плотности тока при концентрациях ионов $\sim T_e/4\pi eL_0^2$, где T_e — температура электронов, $2L_0$ — межэлектронный зазор. Однако в наших экспериментах эффект нормальной плотности тока с j_{n1} наблюдался при концентрациях на один-два порядка больше. Так же как и в разрядах постоянного тока [2], неустойчивость может быть обусловлена либо неустойчивостью приэлектродных слоев, либо самой плазмы. Переход разряда в режим большей НПТ j_{n2} сопровождается резкой перестройкой приэлектродных слоев. Поэтому его естественно связать с переходом разряда из α -формы в γ -форму, когда ВАХ слоев становится падающей [3].

В первом разделе данной работы описана методика расчета. Во втором разделе на основе сопоставления расчетов с экспериментами делается вывод, что режим первой нормальной плотности в Аг связан с тепловой неустойчивостью объема плазмы. В Не тепловая неустойчивость дает падающую ВАХ при давлениях, в несколько раз превышающих экспериментальные. Поэтому основной механизм наблюдавшейся неустойчивости в Не не является тепловым. В азоте различие менее значительно, однако для согласия с экспериментом также необходимо учитывать другие механизмы неустойчивости помимо теплового.

Как известно [1], постоянное напряжение смещения U_{dc} между плазмой и электродом в ВЧ разряде обусловлено полем в приэлектродных слоях объемного заряда. В несимметричном разряде характеристики слоев различны. Из-за этого между электродами, разомкнутыми по постоянному току, возникает постоянная разность потенциалов. Если же электроды соединены по постоянному току, то происходит существенная перестройка слоя, прилегающего к большему из электродов. При этом профиль электронной концентрации один раз за период касается меньшего электрода. У большего же электрода резкая (порядка дебаевского радиуса) граница электронного профиля осциллирует вдали от поверхности. Так что непосредственно к электроду все время прилегает область ионного объемного заряда. Сходная ситуация возникает, если плотность тока или профиль ионной концентрации неоднородны вдоль поверхности электрода (вдоль направления Y). Если вдоль электрода не может протекать постоянный ток (разрезной электрод или электрод с диэлектрическим покрытием), то на его поверхно-

сти формируется профиль постоянного потенциала $U_{dc}(y)$ относительно плазмы. Этот эффект наблюдался экспериментально в [5]. В случае же металлического электрода в неоднородной вдоль y плазме разность потенциалов U_{dc} не должна зависеть от y . Поэтому электронный профиль касается поверхности только в определенных точках. Параметры слоя в этих точках такие же, как и при диэлектрическом покрытии, в остальных же местах слой у металлической поверхности толще, чем у диэлектрической. Поэтому устойчивость ВЧ разряда существенно зависит от типа электрода. Ниже показано, что в случае α -разряда вклад в декремент, обусловленный стабилизирующим действием слоев, в случае проводящей поверхности в четыре раза меньше, чем для диэлектрической. Поэтому на основании одномерной вольт-амперной характеристики разряда (которая не зависит от свойств граничной поверхности) принципиально нельзя судить об его устойчивости.

Так как в рассматриваемом случае слои оказывают стабилизирующее влияние, то наиболее опасными могут оказаться двумерные флуктуации, в которых $k_y k_x$ и возмущения слоев минимальны. Анализ их также невозможно выполнить на основе одномерных ВАХ.

В результате взаимодействия плазмы и слоев в ВЧ разряде могут образовываться сложные двумерные структуры [6], которые не всегда сводятся к явлению НПТ. Например, при плавном уменьшении межэлектродного зазора шнур разряда, горящего в α -форме, разбивается на несколько ($\sim 4-6$ штук) шнуров меньшего размера, когда межэлектродный зазор становится сравним с толщиной слоев.

В третьем разделе работы рассматривается разряд в режиме малой НПТ $j_{н1}$, обусловленной тепловым механизмом неустойчивости. Для малых нагревов газа в квазиодномерной модели (когда характеристики разряда вдоль тока определяются лишь локальным значением плотности тока и напряжением на электродах) найдено значение $j_{н1}$ для случая диэлектрических электродов. Показано, что значение НПТ не совпадает с минимумом ВАХ. Разница в значениях тока достигает 1.5 раз (см. (32)). Значения НПТ и соответствующего напряжения должны определяться из условия существования плавной переходной области между центром и периферией разряда, где концентрация заряженных частиц стремится к нулю. Так как этот переход в модели определяется диффузией и теплопроводностью, то параметры НПТ зависят и от соотношения между ними. Сам переход может иметь структуру. Например, когда диффузия мала по сравнению с рекомбинацией, профиль температуры газа "выбегает" за профиль концентрации, температура его не мала там, где концентрация плазмы практически равна нулю (рис. 4).

Анализ переходной области оказывается важным и для анализа эффектов при высоких значениях плотности тока $j = j_{н2}$. В частности, в четвертом разделе показано, что в определенных условиях переходы между устойчивыми состояниями запрещены, что накладывает ограничения на вид двумерного разряда и приводит к зависимости формы разряда от его предыстории.

1. Моделирование одномерного ВЧ разряда при средних давлениях

а) Расчет параметров разряда. Были выполнены количественные расчеты, которые позволяли судить о параметрах разряда: концентрация плазмы, полях в слоях и в плазме, о соотношении между током смещения и током проводимости, толщине слоев и т.д. Расчеты проводились по методике работ [7,8] с помощью усреднения по быстрым электронным движениям. Усредненное уравнение для концентрации ионов имеет вид

$$\frac{d}{dx} \left(-D_{\text{эф}} \frac{dn}{dx} + Vn \right) = \langle I \rangle - \langle R \rangle, \quad (1)$$

где $D_{\text{эф}}$ — эффективный коэффициент диффузии, равный сумме амбиполярного и высокочастотного коэффициентов [9]; V — скорость ионов в слоях, обусловленная средним полем ионного объемного заряда (3а); $\langle I \rangle = \langle n_e b_e \alpha E \rangle = \langle v_i n_e \rangle$, $\langle R \rangle = \langle \beta n_e n_i \rangle$ — средние по времени ионизация и рекомбинация; α — коэффициент Таусенда.

В отличие от работы [7] в уравнение (1) были включены поправки порядка $(\omega\tau)$, где ω — частота поля, а $\tau = \tau(x) = (4\pi e n_e(x) b_e)^{-1}$ — электронное максвелловское время. Эти поправки сводились к тому, что амплитуда осцилляторного поля $E_0(x)$ в плазменной области вычислялась по формуле

$$E_0(x) = j_0 w / (b_e n_e); \quad w = ((\omega\tau)^2 + 1)^{-1/2}. \quad (2)$$

Поэтому мы использовали следующую интерполяцию для $V(z)$, где $z = \omega t$, справедливую при $\omega\tau \ll 1$ и дающую правильное выражение для толщины слоев при $\omega\tau \gg 1$ [7],

$$V(z) = 4b_i j_0 w (\sin z - z \cos z) / w \quad (3а)$$

и уравнение для границы пространственного распределения электронов

$$\frac{dz}{dx} \sin z = \frac{e w n(x)}{j_0 w}. \quad (3б)$$

Выражение для ионизации в предположении ее локальной зависимости от поля (2) выписано в [7] (формула (42)). Таким образом, в результате расчета были получены самосогласованные профили концентраций ионов и электронов и распределения полей в плазме и в слоях. Погрешности модели связаны в основном с тремя обстоятельствами: предположением о локальности электронной функции распределения, выбором грубой модели ионизации (см. ниже (5а), (5б)) и предположением о резкой границе профиля электронной концентрации. Другими словами, предполагалось, что падение потенциала в слоях намного превосходит электронную температуру, так что дебаевский радиус (на котором резко меняется n_e) мал по сравнению с толщиной слоя [6,7].

Расчеты [3] показывают, что уже при сравнительно небольших токах необходим учет неоднородного разогрева нейтрального газа. Так

как при рассматриваемых условиях основная часть вложенной в ряд энергии расходуется на нагрев нейтрального газа, то температура его описывается уравнением

$$\frac{d}{dx} \lambda(T) \frac{dT}{dx} + \langle E_j \rangle = 0 \quad (4)$$

с граничными условиями

$$T(x = \pm L_0) = T_0.$$

При расчете джоулева тепловыделения в (4) учитывался тот факт, что зависимость профиля концентрации плазмы от $T(x)$ связана в основном с резкой зависимостью $\alpha(E_0 T)$ (5а), (5б). Поэтому в нулевом приближении произведение $E_0(x)T(x)$ считалось постоянным и вычисленный таким образом профиль $E(x)$ подставлялся в (4). Найденный из (4) профиль $T(x)$ использовался при расчете $\langle I(x) \rangle$ в (1).

Как мы увидим ниже, для оценки инкремента неустойчивости очень важно максимально точно знать параметры слоев. Поэтому для трех простых газов He, Ar, N₂ были проведены расчеты по уравнениям (1)–(3).

Выбранные значения параметров собраны в табл. 1. Для He и Ar аппроксимации ионизационных коэффициентов Таунсенда были взяты в виде

$$\alpha = \frac{C p T_0}{T} \exp \left(-\sqrt{\frac{G^2 p T_0}{E T}} \right), \quad (5а)$$

а для азота использовалась обычная аппроксимация [3]

$$\alpha = \frac{A p T}{T} \exp \left(-\frac{B p T_0}{E T} \right), \quad (5б)$$

T_0 соответствует нормальным условиям.

Таблица 1.

Газ	$b_i p,$ 10 ⁵ СГС	$b_e p,$ 10 ⁸ СГС	$C,$ см ⁻¹ · Тор ⁻¹	$G,$ (В/см · Тор) ^{1/2}	$\lambda_0,$ 10 ⁻⁴ Вт/см · К
Ar	3	1.3	29.2	26.6	1.8
He	46	2.6	4.4	14	15
			A	B	
N ₂	4.6	1.3	24.4	264	2.4

Рассматривался α -режим, так что коэффициента ионно-электронной эмиссии γ был положен нулем. Теплопроводность газа $\lambda = \lambda_0 (T/T_0)^{1/2}$, где λ_0 — теплопроводность при нормальных условиях. Так как частота поля была гораздо меньше, чем частота релаксации энергии электронов, то осцилляторное поле в форме $E(x, t) = E_0(x) \sin \omega t$ подставлялось в (5) и результат усреднялся по периоду высокочастотного поля согласно [7].

б) Результаты расчетов. Расчеты проводились для He и Ar при давлениях от 50 до 600 Тор, $L_0 = 0.5, 1$ см и для N_2 при $p = 4-40$ Тор, $L_0 = 0.5-1$ см, что соответствовало экспериментальному диапазону изменения параметров. При этих значениях параметров показатель экспоненты в (5а), (5б) был порядка 10, так что ионизация являлась сильной функцией от поля. Из (1) следует, что показатель экспоненты при этом зависит от параметров разряда слабо (логарифмически). Толщина слоев определяется размахом граничной касающейся электрода траектории электронов, движущихся в осциллирующем поле $E_0 \sin \omega t$ [8]. Так как приведенное поле $E_0 T / p_0 T_0$ слабо зависит от условий разряда, то амплитуда колебаний электрона, равная

$$\frac{2v_{dr}}{\omega} = \frac{2b_e p E_0 T / p_0 T_0}{\omega},$$

также слабо меняется с током, давлением и межэлектродным зазором. Она пропорциональна ω^{-1} и зависит от сорта газа. В результате расчетов были получены следующие значения толщин слоев на частоте 13.6 МГц при $\omega t \ll 1$: для He $L \cong 1$ мм, для N_2 $L \cong 4$ мм, для Ar $L \cong 0.6$ мм.

Эти данные удовлетворительно согласуются с экспериментальными результатами [7]: для He $L \cong 1.7$ мм, для воздуха $L \cong 3$ мм. При $\omega t \ll 1$ ток в плазме переносится электронами. В слоях включается сильное поле, выносящее ионы на электрод, что приводит к формированию профиля $n(x)$, спадающего от центра к электродам. Однако в плазменной фазе $nET = \text{const}(x)$. Поэтому, согласно (5), ионизация сильно возрастает уже при небольшом спаде концентрации [8]. В результате на границе плазма-слой концентрация падает, как правило, не более чем в два раза (см. также [7]) по сравнению с концентрацией в середине разряда. Концентрация у электрода еще меньше: для азота (аппроксимация (5б)) отношение концентрации в середине разряда к концентрации у электрода составило 2-2.5 раза, тогда как в случае He и Ar (аппроксимация (5а)) это отношение менялось от 4 до 6 раз. Во столько же раз, грубо говоря, и осцилляторные поля в плазменной фазе больше, чем в центре плазмы. Это отношение гораздо меньше, чем при низких давлениях, когда из-за велокальности ионизация сосредоточена в центре и значения n в слоях в десятки раз меньше, чем в центре [10]. Однако простейшая модель с пространственно-однородным профилем $n(x)$ является слишком грубой, и для расчета толщин слоев надо учитывать уменьшение концентрации в слоях. Например, для He толщина слоя с постоянной концентрацией ионов в слоях, равной концентрации в центре, была бы в 3-4 раза меньше рассчитанной с реальным профилем концентрации ионов. Характерные профили концентрации ионов показаны на рис. 1.

Отметим, что из-за экспоненциальной зависимости ионизации от концентрации профиль последней в объеме разряда сильно выполаживается даже без учета рекомбинации (кривая 2 на рис. 1 для He).

Если же $\omega t \gg 1$, то и в плазме разрядный ток является в основном током смещения. При этом поле в разряде почти однородно, так что ионизационный член в (1) просто пропорционален концентрации. Так как при $\omega t \gg 1$ коэффициент ВЧ диффузии мал [11], то в плазме при

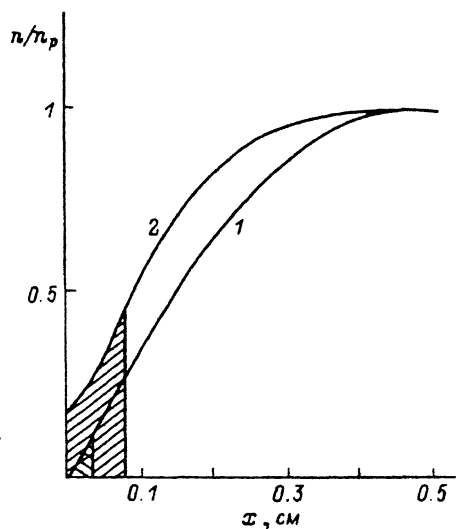


Рис. 1. Профиль концентрации ионов, нормированный на концентрацию плазмы в середине разряда.

n_p — концентрация плазмы в центре разряда, газ — гелий, давление $p = 100$ Тор, половина межэлектродного зазора $L_0 = 0.5$ см; $j_0 = 1$ (1), 3 мА/см² (2); $n_p = 1.5 \cdot 10^9$ (1), $1.7 \cdot 10^{10}$ см⁻³ (2); $\omega\tau = 3.4$ (1), 0.33 (2). Области слоев заштрихованы.

L_0 намного превышающем толщину слоя L , уравнение (1) сводится к обычному уравнению амбиполярной диффузии с граничным условием на электроде, близким к нулевому. Поэтому концентрация в слоях падает практически до нуля. Уход ионов в слоях происходит гораздо медленнее, чем в случае $\omega\tau \ll 1$, поэтому поля в слоях при $\omega\tau \gg 1$ меньше, чем поля в плазменной фазе при $\omega\tau \ll 1$. В результате толщина слоев при $\omega\tau \gg 1$ оказывается несколько меньше, чем в обратном случае. Например, для гелия при давлении 100 Тор $L = 0.3$ мм при $\omega\tau$ в центре, равном 1.7, и $L = 0.8$ мм при значении $\omega\tau = 0.3$ (рис. 1).

В табл. 2 приведено сравнение экспериментальных и расчетных результатов. Расхождения связаны, по-видимому, с неточной аппроксимацией коэффициента Таунсенда (5).

Таблица 2.

Газ	$2L_0$, см	j_0 , мА/см ²	p , Тор	U , В	U_R , В	U_c , В	$\omega\tau$	Q , Вт/см ²	$\text{tg } \phi$
Ar	1	13	200	320	305	70	0.5	1.5	0.7
				255*					1.3*
He	1	8	100	165	85	142	0.1	-	1.6
				230*					-
N ₂	1	2.1	4	160	130	84	0.5	0.06	1.3
				200*					-

Примечание. ϕ — сдвиг фаз между током и напряжением, Q — мощность разряда на единицу площади; звездочкой отмечены экспериментальные величины.

Важной характеристикой является ток погасания разряда $j_{\epsilon x}$. Погасание происходит при $\omega\tau \gg 1$, когда частота ионизации $\nu_i(E_0/p)$, зависящая от плотности тока ($\nu_i(E_0/p) = \nu_i(4\pi j_{\epsilon x}/p\omega)$), становится меньше частоты гибели заряженных частиц $D_{\text{эф}}/(2L_0/\pi)^2$. Так как ν_i силь-

но зависит от приведенного поля (E_0/p), то величина $j_{0ex}p/\omega = E_0/4\pi p$ слабо меняется с давлением и частотой. Зная величину j_{0ex} можно найти связь между параметром $\omega\tau$ и плотностью тока j_0 . При $T \cong T_0$

$$\omega\tau j_0 w \approx \text{const}(j_0) = j_{0ex}. \quad (6)$$

Разряды с $\omega\tau \gg 1$ реализуются в узком диапазоне изменения плотности тока. При уменьшении ее от $\sqrt{2} j_{0ex}$ до j_{0ex} значение $(\omega\tau)$, согласно (6), возрастает от единицы до бесконечности. Расчет дает амплитудные значения j_{0ex} при частоте 13.6 МГц и давлении 100 Тор, равные 1 мА/см² для He, 10 мА/см² для N₂ и 2.3 мА/см² для Ar. Отметим, что из-за отсутствия стабилизирующего влияния слоев этот разряд часто оказывается неустойчивым (см. раздел 2 в).

2. Обсуждение механизмов неустойчивости разряда на основе сопоставления результатов расчетов и экспериментов

а) Влияние граничных условий на неустойчивость. В этом разделе мы тоже будем рассматривать разряд в α -форме, когда ионизацией γ -электронами в слоях можно пренебречь. В этих условиях ВАХ слоев является растущей [1] и они устойчивы по отношению к росту поперечных возмущений. Поэтому неустойчивость разряда при $j \sim j_{н1}$ мы будем связывать с неустойчивостью самой плазмы. Это подтверждается и экспериментально, так как первая нормальная плотность тока соответствует разряду в α -форме [3].

Механизмы этих неустойчивостей хорошо изучены (см., например, [2]). Они связаны с зависимостью частоты ионизации от температуры газа или концентрации метастабилей. Соответствующие инкременты неустойчивости приведены в Приложении. Декремент неустойчивости может определяться разными процессами: теплопроводностью, рекомбинацией, диффузией, стабилизирующим действием слоев.

Вычислим декремент неустойчивости, связанный с последним механизмом. Пусть ось x направлена перпендикулярно, а ось y параллельно электродам, причем $x = 0$ соответствует центру разрядного промежутка. Будем для простоты считать невозмущенный профиль $n(x)$ однородным. Рассмотрим эволюцию возмущения концентрации плазмы, имеющего форму

$$n' = \delta n(t) \cos(ky) \cos(\kappa x), \quad (7)$$

причем зависимость $\delta n(t)$ будем считать медленной по сравнению с периодом ВЧ поля. Пусть полный ток $I(t)$ (и невозмущенное поле в плазме) зависит от времени как $\sin \omega t$. Тогда плотность тока в слое $j = j_0 \sin(\omega t + \delta\psi)$ тоже гармонически зависит от времени, однако может быть сдвинута по фазе относительно $I(t)$ на $\delta\psi(y)$. При $\omega\tau \ll 1$ дивергенция электронного тока в плазме равна нулю

$$\begin{aligned} -\text{div}(n_0 + n')(-\nabla\phi' + E_0 \sin \omega t) &= \\ &= \Delta\phi' + \kappa E_0 \frac{\delta n}{n_0} \sin \omega t \sin \kappa x \cos ky = 0, \end{aligned}$$

где ϕ' — возмущение ВЧ потенциала.

Связь между k и κ определяется условиями на границе плазмы со слоем.

Рассмотрим сначала случай, когда электрод покрыт тонким диэлектрическим покрытием. Считая слой одномерным ($kL \ll 1$), а концентрацию плазмы в нем однородной, найдем разность потенциалов между плазмой и электродом

$$U_{\text{sh}\pm} = \left(\frac{4\pi j_0}{\omega} \right)^2 \frac{(1 \pm \cos(\omega t + \delta\psi(y)))^2}{8\pi en} =$$

$$= \frac{2\pi e E_{x0}^2 b_e^2 n}{\omega^2} \times \left(\frac{3}{2} \pm 2 \cos(\omega t + \delta\psi(y)) \right). \quad (9)$$

Здесь пренебрегается высшими гармониками, E_{x0} — амплитуда x -проекции ВЧ поля на направление x в плазме у электрода,

$$E_{x0} = E_0 - \frac{\partial\phi'}{\partial x},$$

знаки плюс и минус соответствуют слоям при положительных и отрицательных x соответственно. Суммарное напряжение на основной частоте на обоих слоях есть

$$U_c = 8\pi e E_{x0}^2 b_e^2 n / \omega^2.$$

Возмущение концентрации, ВЧ поля и плотности тока меняют $U_{\text{sh}\pm}$. Поскольку переменная разность потенциалов между электродами не зависит от y , то появляется дополнительное переменное напряжение на плазме

$$\phi'(x = L_0) - \phi'(x = -L_0) = \frac{8\pi e b_e^2}{\omega^2} \left[(n E_{x0}^2)' \Big|_{x=\pm L_0} \cos \omega t + n E_0^2 \delta\psi \sin \omega t \right]. \quad (10)$$

Решение (8) имеет вид¹

$$\phi' = \frac{\kappa E_0}{\kappa^2 + k^2} \frac{\delta n}{n_0} \sin \omega t \sin \kappa x \cos ky + (A \text{sh } \kappa x + B \text{ch } \kappa x) \cos ky \cos \omega t. \quad (11)$$

Так как и в присутствии возмущения каждый электрод является эквипотенциальным в качестве граничных условий следует взять

$$\phi'(x = -L_0) + U'_{\text{sh}-} = \phi'(x = L_0) - U'_{\text{sh}+} = 0, \quad (12)$$

где штрихом обозначены добавки, связанные с возмущением.

¹ Подстановка решения однородного уравнения (9), пропорционального $\sin \omega t$, в уравнение для баланса концентрации заряженных частиц (1) привела бы к возникновению возмущений плотности, пропорциональных $\text{sh } \kappa x$, $\text{ch } \kappa x$, не имеющих вида (8). При этом возмущение n' (8) не было бы собственной функцией задачи. Поэтому в (11) следует оставить только решение однородной задачи, пропорциональное $\cos \omega t$.

Значения сдвига фазы между j и I равно

$$\delta\psi(y) = -\operatorname{Im} \left(\frac{\partial\phi'}{\partial x} / E_0 \right). \quad (13)$$

Подставляя (11), (13) в (12), получим уравнения для A , B , κ . При этом вследствие симметрии задачи $A = 0$, а уравнение для k имеет вид

$$\frac{\kappa \operatorname{tg} \kappa L_0}{(k^2 - \kappa^2) k L_0^2 \operatorname{cth} k L_0} = \frac{U_c^2}{U_R^2}, \quad (14)$$

где U_c — невозмущенное значение (9), $U_R = 2E_0 L_0$ — падение напряжения на плазме.

Линеаризуя уравнение для концентрации (1), легко получить выражение для декремента γ_d

$$\gamma_d = -\nu_i \hat{\nu}_i \kappa^2 / (k^2 + \kappa^2), \quad (15)$$

где ν_i — частота ионизации, $\hat{\nu}_i = d \ln \nu_i / d \ln E_0$.

Из граничного условия (14) следует, что при $k L_0 \ll 1$

$$\kappa L_0 = k L_0 U_c / \sqrt{U_c^2 + U_R^2} \quad (16)$$

и можно пользоваться одномерным анализом. При $k L_0 \gg 1$ и $U_c \sim U_R$ имеем $\kappa L_0 \cong \pi/2$. Декремент, связанный с влиянием слоев, уменьшается пропорционально $(k L_0)^{-2}$. Это и естественно, так как при $\kappa L_0 \cong \pi/2$ возмущение концентрации $\delta n \sim \cos(\kappa x)$ старается не “затрагивать” слои. Если бы инкремент не зависел от k (например, для неустойчивости, связанной со ступенчатой ионизацией или с механизмом максвеллизации распределения электронов при межэлектронных столкновениях), то наиболее опасны были бы флуктуации с большими k . При этом для анализа устойчивости необходимо рассматривать существенно двумерные возмущения. С другой стороны, инкремент тепловой неустойчивости при $k L_0 \gg 1$ пропорционален k^{-2} и в этом случае наиболее опасны возмущения с малыми k . Если размер ряда поперек тока d больше, чем зазор L_0 , то минимальное значение $k_{\min} \sim 2\pi/d \ll L_0^{-1}$ и для анализа тепловой неустойчивости можно пользоваться одномерным приближением.

Теперь рассмотрим случай металлических электродов. Они эквипотенциальны и по постоянному потенциалу. Поэтому из-за нелинейности слоев возмущение концентрации создает возмущение квазистационарного потенциала, аналогичное (12),

$$\phi'_{dc} = \frac{6\pi}{\omega^2} (n E_{x0}^2)' \operatorname{ch} kx \cos ky / \operatorname{ch} k L_0. \quad (17)$$

Возникновение поля $-\nabla\phi'_{dc}$ создают квазистационарный электронный ток. Электроны дрейфуют в сторону большего потенциала и стремятся перетечь в область с большей концентрацией плазмы. Этот ток может замыкаться на электроде только за счет изменения среднего по

времени потока электронов, падающего на электрод. При этом граница плазма-слой должна дополнительно сместиться на расстояние $l(n; j_0)$, так чтобы удовлетворить условию протекания тока. При учете смещения l формула для U_{sh} (9) модифицируется

$$U_{sh \pm} = \frac{2\pi}{\epsilon n} (j_0/\omega)^2 (1 \pm \cos \omega t + \frac{2l + l_d}{L})^2. \quad (18)$$

где L — толщина слоя; L_d — малая (порядка дебаевского радиуса) толщина границы между плазмой и объемным зарядом, обеспечивающей равенство среднего электронного потока на электрод потоку из невозмущенной плазмы [8]. Среднее за период изменение электронного тока j' равно (Γ_i — ионный поток на электрод)

$$j' = -\Gamma_i \frac{U'_{sh}(t=0)}{T_0}, \quad (19)$$

где $U'_{sh}(t=0)$ — изменение напряжения за счет смещения l .

Используя (17) и (19), запишем условие равенства электронных токов в плазме и у электрода

$$b_e k \operatorname{th} k L_0 \left(\phi'_{dc} + \frac{L}{l_d} U'_{sh}(t=0) \right) = \Gamma_i U'_{sh}(t=0) / T_e. \quad (20)$$

Из (20) следует, что при условии

$$\frac{l_d}{T_e b_e k L_0 \operatorname{th} k L_0} \sim \frac{b_i (U_{sh}/T_e)^{1/2}}{b_e k L_0 \operatorname{th} k L_0} \ll 1 \quad (21)$$

плазма эквипотенциальна по постоянному току. Поскольку отношение b_i/b_e очень мало, то неравенство (21) почти всегда выполняется.

Найдем декремент неустойчивости в квазиодномерном случае ($kL_{00} \ll 1$). Из условия эквипотенциальности электрода по постоянному току

$$\phi'_{dc} = \frac{2\pi j_0^2}{\epsilon n \omega^2} \left[\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{2(l + l_d)}{L} \right)^2 \right] = \operatorname{const}(y) \quad (22)$$

следует, что изменение амплитуды ВЧ потенциала на основной частоте равно

$$\phi' = \frac{1}{4} \frac{4\pi e b_e^2}{\omega^2} (n E_{x0}^2)'. \quad (23)$$

Формула (23) дает в четыре раза меньшее изменение напряжения, чем формула (9). Это означает, что декремент неустойчивости в случае металлических электродов в четыре раза меньше, чем в случае диэлектрических.

б) Механизм неустойчивости, приводящей к первой НТП. Из-за теплопроводности наиболее опасны длинноволновые возмущения. Для возмущений с волновыми числами поперек тока $k \ll L_0^{-1}$ можно пользоваться одномерным приближением.

Без учета теплопроводности и диффузии неустойчивость соответствует падающей ВАХ. В плазме произведение ($E_0 T$) примерно постоянно. С ростом тока нагрев газа увеличивается, растет его температура и соответственно падает поле. Этим и объясняется падающая ВАХ плазмы. В случае диэлектрических электродов, покрытых тонким покрытием, граница устойчивости определится условием [3]

$$\frac{\partial}{\partial j_0} (U_R^2 + U_c^2) = 0. \quad (24)$$

В Приложении приведены вывод условия (24) и его обобщение с учетом диффузии и теплопроводности. Так как напряжение в слоях растет с током, то из (24) видно, что слои оказывают стабилизирующее влияние на разряд.

Решая систему (1)–(3), можно построить одномерную ВАХ разряда и найти условия, при которых выполняется условие неустойчивости (24). В эксперименте измерялись характеристики разряда при нормальной плотности тока ($j_{н1}$). В наших расчетах мы отождествили $j_{н1}$ с плотностью тока, соответствующей минимуму ВАХ. Как мы увидим ниже (37), эти значения могут отличаться в 1.5 раза, что не превышает погрешности наших расчетов. Сравнение параметров разряда для Ag приведено в табл. 3. Видно, что согласие вполне удовлетворительное. В He и N₂ в экспериментальном диапазоне давлений условие (24) не выполнялось. Это поставило вопрос о точном определении граничного давления, ниже которого условие (24) не выполняется.

Таблица 3.

	$2L_0$	p	j_0	U	U_R	U_c	$\omega\tau$	Q	$\text{tg } \phi$
Расчет	1	150	12	280	260	74	0.34	1.2	1.4
Эксперимент	1	150	10.7	205				0.85	0.9
Расчет	2	105	11	290	270	94	0.26	1.1	1.2
Эксперимент	2	105	11.5	230					1.1
Расчет	1	250	18	340	323	104	0.37	2.0	1.3
Эксперимент	1	250	13.5	270				2.0	0.8

Примечание. ϕ — сдвиг фаз между током и напряжением, Q — мощность разряда на единицу площади.

Если пренебречь изменениями толщины слоя, то его ВАХ является линейной $U_c \sim j_0 L / \omega$. В плазме же, если скорость рекомбинации $\langle R \rangle$ в (1) пропорциональна квадрату концентрации плазмы,

$$\frac{j_0}{U_R} \frac{\partial U_R}{\partial j_0} = -\frac{\Delta T}{T_0} + \frac{1}{\hat{\nu}_i}, \quad (25)$$

где $\hat{\nu}_i = d \ln \nu_i / d \ln E \gg 1$, ΔT — перепад температуры между центром и электродом [2].

Условие (24) сводится к квадратному уравнению

$$\left(\frac{U_c}{U_R j_0} \right)^2 j_0^2 + \left(\frac{\Delta T}{T_0 j_0} \right) j_0 + \frac{1}{\hat{\nu}_i} = 0. \quad (26a)$$

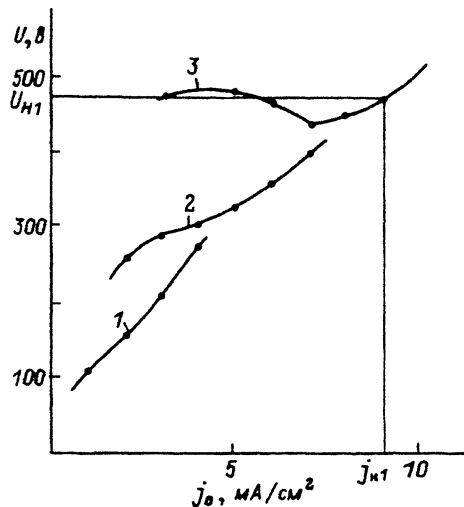


Рис. 2. Рассчитанные вольт-амперные характеристики α -разряда в азоте. Половина межэлектродного зазора $L_0 = 0.5$ см; $p = 4$ (1), 14 (2), 30 Тор (3); $U_{н1}$, $j_{н1}$ — параметры нормальной плотности тока.

Семейство рассчитанных вольт-амперных характеристик представлено на рис. 2. При малых значениях P и L_0 падающий участок ВАХ отсутствует. Это обусловлено стабилизирующим влиянием слоев с растущей ВАХ.

Неустойчивость должна иметь место при

$$\frac{\Delta T}{T_0} > \frac{2U_c}{U_R \sqrt{\bar{v}_i}}, \quad (27)$$

когда уравнение (26а) имеет два корня j_{\min} и j_{\max} соответствующих минимуму и максимуму ВАХ. При $L_0 \gg L$ для диэлектрических электродов условие (27) сводится к

$$\bar{v}_i^{1/2} L_0^3 \omega (E/p)^2 p^2 / (8\pi^3 \lambda T_0 L) > 1. \quad (28)$$

Для металлических электродов в правой части единицу надо заменить на $1/4$. Например, для условий $2L_0 = 1$ см, $2\pi\omega = 13.6$ МГц граничное давление в случае металлического электрода $p_b = 200$ Тор для He, $p_b = 50$ Тор для Ag, $p_b = 7.5$ Тор для N_2 . Для коротких разрядов, когда $L_0 \sim L$ и отношение $U_c/U_R \sim (\omega\tau)^{-1} L/L_0 \sim (\omega\tau)^{-1/2} / \sqrt{\bar{v}_i}$, для расчета граничного давления необходимо учитывать члены порядка $(\omega\tau)^2$. Это сделано в Приложении.

В эксперименте же наблюдается шнурование разряда при давлениях ниже граничного (28): для He до $p_b = 50$ Тор, для Ag до $p_b = 50$ Тор для N_2 до 4 Тор. Разница, по-видимому, связана с недостаточной точностью модели ионизации и рекомбинации. По-видимому, для азота надо учитывать еще отрыв колебательной температуры от температуры газа [2]. В He могут быть существенны ступенчатая ионизация и влияние конверсии ионов на рекомбинацию. Известно, что рекомбинация He_2^+ с He очень мала и идет через колебательный уровень с энергией 0.6 эВ [12]. Так как заселенность колебательного уровня сильно зависит от температуры газа, то это тоже может сказаться на процессах шнурования. В случае He падающая ВАХ может быть обусловлена

механизмом максвеллизации функции распределения [2]. Для этого необходимо [2], чтобы $\nu_{ee} \gtrsim \nu^* > \delta\nu$, где ν_{ee} — частота межэлектронных столкновений, ν^* — частота неупругих столкновений, $\delta\nu$ — частота потерь энергий при упругих столкновениях с атомами He. Этот критерий дает плотности тока, на порядки превышающие наблюдаемые. В экспериментах чистота газа была $\sim 3 \cdot 10^{-4}$. Если примесью был азот или аргон, то за счет большой разницы в потенциалах ионизации (~ 8 эВ) ионизация могла определяться примесью. Поэтому в отличие от случая чистого газа, в такой смеси шнурование может происходить при концентрациях электронов примерно в $3 \cdot 10^3$ меньше. Но даже такой ослабленный критерий дает слишком большие значения концентрации плазмы.

Отметим, что для низких давлений и концентраций плазмы, когда рекомбинация не существенна по сравнению с диффузией, в левой части неравенства (28) должен появиться дополнительный множитель $(k_{\min} L/\pi)^{-2}$, где $k_{\min} \sim 1/d$ определяется поперечным размером разряда, для цилиндрической геометрии $k_{\min} = 5.5/R$, R — радиус разряда. При больших значениях $(L/\pi d)^2$ устойчивость разряда существенно ухудшится.

б) Устойчивость разряда при $\omega\tau \gg 1$. В общем случае независимо от величины $\omega\tau$ равенство (24) можно записать в виде

$$\frac{\Delta T}{T_0} - \frac{L^2}{(\omega\tau)^2 L_0^2} - \frac{D_{\text{eff}} k_{\min}^2 + \beta n}{\nu_i \hat{\nu}_i} = 0. \quad (26б)$$

Из формулы (26б) видно, что малый нагрев ($\Delta T/T_0 \sim 0.1$) может вызывать неустойчивость разряда. В связи с тем, что при $\omega\tau > 1$ слои перестают стабилизировать разряд, рост $(\omega\tau)$ сопровождается снижением устойчивости. Так как $\hat{\nu}_i \sim 10$, то при $\omega\tau \sim 1$ неустойчивость наступает уже при небольшом разогреве $\Delta T/T_0 \sim 10\%$. В наших экспериментах режима с $\omega\tau > 1$ не наблюдалось, возможно, из-за малой величины (kL_0/π) , что приводит к неустойчивости разряда уже при очень малых нагревах.

Для экспериментальной проверки разной устойчивости разрядов с металлическими и диэлектрическими электродами необходимо, чтобы существовал устойчивый разряд с $(\omega\tau) < 1$. Граница устойчивости этого разряда определяется условиями (11) и (23). Из выражения (26б) следует, что устойчивый разряд с $\omega\tau < 1$ существует только при условии $L/L_0 < ((D_{\text{eff}} k_{\min}^2 + \beta n)/\nu_i \hat{\nu}_i)^{1/2}$. Переписывая эти условия для давления, получаем, что

$$1 < p/p_b < \left(\frac{L_0 a}{L \sqrt{\hat{\nu}_i}} \right)^{1/2},$$

где $a = 1$, если потери частиц определяются рекомбинацией (при условии $\frac{D_{\text{eff}} \hat{\nu}_i \beta_e e E^2}{\chi T_0 \beta} \ll 1$); $a = k_{\min} L_0/\pi$ в обратном случае, когда потери определяются поперечной диффузией.

3. Параметры разряда, горящего в режиме первой нормальности плотности тока (диэлектрические электроды)

Рассмотрим случай, когда режим нормальной плотности тока реализуется при небольшом нагреве газа и малых значениях $\omega\tau$. Эта ситуация возможна, если толщина слоев и падение напряжения в них малы, а давление газа не сильно превышает пороговое значение (28). Будем считать, что характерный масштаб изменений поперек тока меньше, чем характерный масштаб вдоль тока. Запишем модельное уравнение для концентрации и температуры в середине разряда

$$D_{\text{эфф}} \frac{d^2 n}{dy^2} = n(\beta n - \nu_i(ET)); \quad \nu_i(ET) = \nu_i(\varepsilon T) \exp\left(\hat{\nu}_i \left(\frac{E}{\varepsilon} - 1 + \frac{T}{T_0} - 1\right)\right);$$

$$\lambda \frac{d^2 T}{dy^2} = \lambda \left(\frac{\pi}{2L_0}\right)^2 (T - T_0) - \frac{j_0 E_0}{2}. \quad (29)$$

Электрическое поле ε соответствует току погасания

$$\nu_i(\varepsilon T) = \pi^2 D_{\text{эфф}} / (4L_0^2),$$

концентрация

$$n_0 = \lambda_0 T_0 \pi^2 / (2eb_e \varepsilon^2 L_0^2)$$

соответствует разогреву $\Delta T \sim T_0$. Так как $\omega\tau \ll 1$, то в слоях падает напряжение $U_c = 2\sqrt{2}\varepsilon L_0 n/n_1$, где характерное значение концентрации

$$n_1 = \frac{\omega}{\sqrt{2}\pi e^2 b_e}$$

соответствует $\omega\tau = L/(L_0 2\sqrt{2})$.

Учитывая условие $U_c \ll U$, перепишем выражение для E_0 в виде

$$E_0 = \frac{U}{2L_0} - (n/n_1)^2;$$

уравнения (29) при пренебрежении диффузией примут вид

$$\exp[\hat{\nu}_i(A - (n/n_1)^2 + T/T_0 - 1)] - n\beta/\nu_i(\varepsilon T) = 0,$$

$$-(2L_0/\pi)^2 \frac{d^2 T}{dy^2} = nT_0/n_0 - (T - T_0), \quad (30)$$

где A — определяется напряжением на разряде

$$A = \left(\frac{U}{L_0} - \varepsilon\right) / \varepsilon.$$

ВАХ одномерного разряда, разобранный в предыдущем разделе, соответствует однородному решению (30)

$$A = -n/n_0 + (n/n_1)^2 + \frac{1}{\hat{\nu}_i} \ln(n\beta/\nu_i(\varepsilon T)). \quad (31)$$

При условии

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 \hat{\nu}_i \gg 1 \quad (32)$$

последним членом в (31) можно пренебречь и минимум одномерной ВАХ соответствует

$$n_{\min} = n_1^2/2n_0; \quad A_{\min} = -(n_1/2n_0)^2. \quad (33)$$

Таким образом, если $n_1 \ll n_0$, то в окрестности $n = n_{\min}$ нагрев газа в разряде и падение напряжения в слоях малы. Нормальную плотность тока j_{n1} и соответствующие значения U_{n1} , n_{n1} надо определить из условия существования стационарного решения (30), соответствующего плавному переходу от n_{n1} до нуля.

Выражая n через T из первого уравнения (30) и вводя безразмерную переменную

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_0},$$

получим уравнение для θ

$$\left(\frac{2L_0}{\pi}\right)^2 \frac{d^2\theta}{dy^2} = Q(\theta), \quad (34)$$

где

$$Q(\theta) = \frac{d\Phi}{d\theta} = \theta - n(\theta)/n_0.$$

При условии (32)

$$n(\theta) = \begin{cases} n_1\sqrt{A + \theta} & \text{при } \theta > -A, \\ 0 & \text{при } \theta < -A. \end{cases} \quad (35)$$

Уравнение (34) полностью эквивалентно уравнению движения частицы, причем роль времени играет координата, силы — $(+Q)$, а потенциала — (Φ) . Выбор A определяется условием

$$\left.\frac{d\theta}{dy}\right|_{y=\pm\infty} = 0$$

вместе с остальными производными, т.е. “потенциал” Φ в уравнении (34) должен иметь вид, схематически показанный на рис. 3, причем

$$\Phi(0) - \Phi(\theta_{n1}) = \int_0^{\theta_{n1}} (\theta - n(\theta)/n_0) d\theta = 0, \quad (36)$$

где θ_{n1} — корень подынтегрального выражения.

Другими словами, максимумы “потенциала” $\Phi(\theta)$ должны иметь одинаковую высоту. Из (36) находим, что в режиме нормальной плотности тока

$$A_{n1} = -\frac{3}{16} \left(\frac{n}{n_0}\right)^2; \quad n_{n1} = \frac{3n_1^2}{4n_0} = \frac{3}{2}n_{\min}. \quad (37)$$

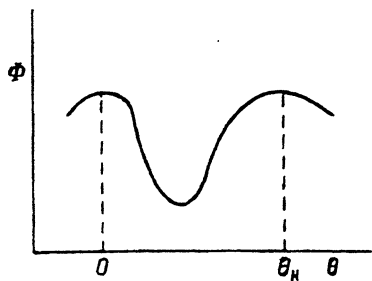


Рис. 3. Зависимость "потенциала" Φ от θ при параметрах разряда, соответствующих нормальной плотности тока.

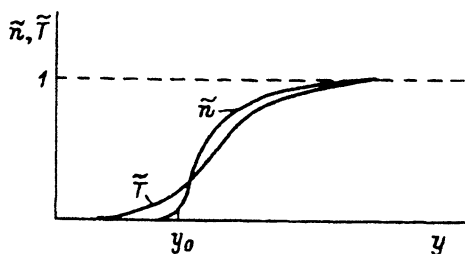


Рис. 4. Схема профиля приведенной концентрации $\tilde{n} = n/n_n$ и температуры $\tilde{T} = \theta/\theta_n$. Профиль \tilde{T} "выбегает" за профиль \tilde{n} .

Из сравнения (33) и (37) видно, что напряжение при нормальной плотности мало (на $\sim 10\%$) отличается от минимального, тогда как концентрация плазмы n_{n1} , а значит, и плотность тока в 1.5 раза больше, чем соответствующая минимуму ВАХ. Переходная область от $n = n_{n1}$ до $n = 0$, соответствующая решению (34), (35), схематично показана на рис. 4, где представлены профили концентрации и температуры. Аналогичная ситуация имеет место и в разряде постоянного тока [12].

Отметим интересную особенность решения (34), (35). На периферии проводящей области концентрация плазмы строго обращается в нуль при конечной температуре газа. Это обстоятельство легко понять из следующих соображений: в области $n = 0$ поле недостаточно для самоподдержания разряда. Рост T увеличивает ионизацию, тогда как рост n ее уменьшает согласно (30). Поэтому вплоть до $\theta = -A$ концентрация практически равна нулю (точка y_0 на рис. 4).

Разряд горит в некоторой области так, чтобы пропустить ток, задаваемый генератором, а в остальной области $n = 0$. Состояния с концентрацией плазмы $n = n_{n1}$ и $n = 0$ и напряжением $U = U_{n1}$ устойчивы. Область, в которой происходит резкий переход от n_{n1} к нулю, также должна быть стационарна. Из этого условия и определяются значения n_{n1} , U_{n1} .

Поскольку уравнение (34) соответствует изменению температуры с поперечным масштабом порядка межэлектродного зазора, то квазиодномерная модель описывает структуру переходной области лишь по порядку величины. Однако качественные результаты должны бы оставаться верны. Параметры разряда с нормальной плотностью (U_{n1} , n_{n1}) должны быть несколько больше параметров, соответствующих минимуму ВАХ. Определяются они из условия стационарности области перехода от $n = n_{n1}$ к $n = 0$, т.е. из равенства нулю интегральных по этой области источников частиц и энергии. Если нагрев в разряде с нормальной плотностью велик ($\Delta T \gtrsim T_0$), то задача становится существенно двумерной, так как необходимо учитывать искривление силовых линий (в случае малого нагрева поперечные поля дадут в модуль полного поля члены второго порядка по параметру $(\Delta T/T_0)$). Эта задача может быть решена только численно.

Экспериментально разницу между минимальными и "нормальными" напряжениями и плотностями тока можно определить следующим образом. Увеличивая ток в режиме нормальной плотности, надо дойти

до такого тока, когда разряд заполняет все электроды. Потом, уменьшая ток, можно, двигаясь по устойчивой ветви растущей ВАХ (рис. 2), прийти в точки ВАХ с $U < U_{н1}$, $j < j_{н1}$. Возможность такого перехода тесно связана с влиянием граничных условий по y . В коаксиальной геометрии, где краевых эффектов нет, этот режим должен был бы наблюдаться. В плоской геометрии этот эффект может быть сильно подавлен из-за влияния краев электродов.

4. Шнурование разряда при переходе из α - в γ -форму

В экспериментах [5,6] наблюдалось стягивание разряда при переходе разряда из α - в γ -форму. Когда ионизация в слое начинает поддерживаться γ -электронами, толщина слоя может сильно меняться. Если величина L в слаботочном режиме больше длины релаксации энергии быстрых γ -электронов, то ионизацию можно по-прежнему считать локальной функцией поля. В этом случае ионизация γ -электронами увеличивает концентрацию ионов в слоях [2,7]. Соответственно значения поля в плазменной фазе слоя уменьшаются. Это приводит к уменьшению производной $\partial V_c^2 / \partial$ по сравнению с разрядом в α -форме, когда $L \approx \text{const}$. В определенных условиях производная даже может поменять знак, и приэлектродная область станет неустойчивой. В результате на одномерной ВАХ может появиться дополнительный минимум, связанный с переходом из α - в γ -форму, и разряд может перейти в новую двумерную форму. В экспериментах [5,6] в зависимости от характеристик разряда наблюдались разные формы горения двумерного разряда. В узкой зоне параметров ($L \sim L_0$) α -разряд делился на 5-6 "пятен", "бегающих" по поверхности электрода. В некоторых случаях, когда ширина разряда в поперечном к току направлении была сравнима с L_0 в приэлектродных областях разряд горел в форме усеченного конуса. Однако в большинстве случаев разряд горел в режиме с нормальной плотностью тока. При переходе из α - в γ -режим возникло яркое пятно с плотностью тока, соответствующей γ -режиму приэлектродных слоев ($n = n_{н2}$), остальную часть разрядного промежутка в некоторых случаях заполнял разряд в α -форме, в других случаях на периферии не было свечения плазмы ($n = 0$).

Разряд как бы состоял из двух (из трех возможных) "фаз" с концентрациями $n_{н2}$, $n_{н1}$ или 0 с узкой областью перехода между ними. Рассмотрим необходимые условия сосуществования фаз на основе модельного уравнения аналогично (34). Однородному разряду соответствует $Q(n, U) = 0$

$$\frac{d^2 n}{dy^2} = -\frac{dQ}{dn} = Q(n, U). \quad (38)$$

На рис. 5, а схематически показана зависимость напряжения разряда от концентрации плазмы в середине разряда n (n пропорционально току электронов, который в условиях α - γ -перехода, когда $\omega t \ll 1$ равен полному току). Участки ab , cd неустойчивы. Поэтому при увеличении тока в точках a , c или при уменьшении в точках b , d разряд должен перейти в новое неоднородное состояние. При увеличении тока в точке a разряд переходит в режим первой нормальной плотности

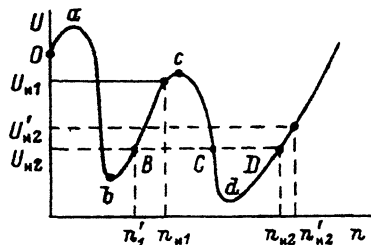
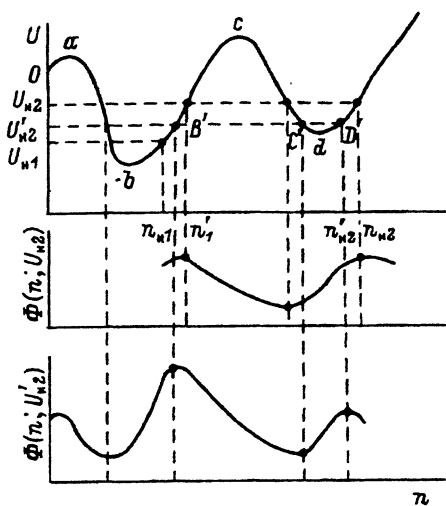


Рис. 5. Вольт-амперная характеристики разряда при наличии двух минимумов $U(n)$ и соответствующие зависимости “потенциала” $\Phi(n)$.

По осям обозначены возможные значения в режиме нормальных плотностей тока.

тока с напряжением U_{n1} и концентрацией в центре разряда n_{n1} . Этот переход рассмотрен выше в разделе 2 б.

При увеличении тока в точке с разряд может перейти в неоднородную форму в поперечном к току направлении по-разному. На разряде может установиться напряжение U_{n2} или U'_{n2} , а сам разряд состоять из областей с концентрациями n_{n2} , n'_{n1} или n'_{n2} , 0. Количество различных форм разряда увеличилось, так как увеличилось количество устойчивых ветвей ВАХ. Состоянием с меньшей концентрацией могут быть теперь либо нуль, либо одно из состояний на ветви bc . В принципе разряд может существовать в любой из этих форм; какая из них реализуется, зависит от свойств “потенциала” $\Phi(n, U)$.

Состоянию с нормальной плотностью соответствует движение “частицы” между двумя одинаковыми по высоте горбами “потенциала” (рис. 5, б). Равенство их высот обеспечивает плавный переход между равновесными состояниями, где $dn/dy \rightarrow 0$, т.е. в режиме НПТ напряжение определяется условием равенства значений $\Phi(n'_{n1}, U_{n2}) = \Phi(n_{n2}, U_{n2})$ — максимальных значений “потенциала”, что эквивалентно $\int_{n'_{n1}}^{n_{n2}} Q dn = 0$. Это условие есть полный аналог правила площа-

дей при построении изотермы Ван-дер-Ваальса или скачка в ударной волне. В случае, когда ВАХ $U(n)$ имеет два минимума, некоторые переходы могут быть запрещены. Например, когда $U_{n1} < U_{n2}$ переход $n'_{n2} \rightarrow 0$ не осуществим. Действительно, рассмотрим потенциал Φ для переходов $n_{n2} \rightarrow n'_{n1}$ и $n'_{n2} \rightarrow 0$ (рис. 5, б). Так как практически всегда $\partial Q / \partial U > 0$, то точкам на графике ВАХ $U = U(n)$ (рис. 5), где $U > U(n)$, соответствует $Q > 0$, и наоборот. Нетрудно видеть, что в этих условиях величина напряжения U'_{n2} для перехода $n'_{n2} \rightarrow 0$ должна быть между величинами U_{n1} , U_{n2} . При этом интеграл $\int_0^{n_p} Q(V', n) dn$, где $n_p(U')$ — точка равенства $U(n_p) = U'$ на ветви bc , больше нуля при $U'_{n2} > U_{n2}$.

В обратном случае $U'_{n_2} < U_{n_2}$ при $U_{n_2} < U_{n_1}$ возникает непреодолимый барьер. Физически это означает, что рождение частиц на участке $D'C'$ не может превзойти гибель на участке $B'C'$. Таким образом, когда $U_{n_2} > U_{n_1}$, возможен только переход $n_{n_2} \rightarrow n'_{1,2}$, а переход $n'_{n_2} \rightarrow 0$, соответствующий "обычной" нормальной плотности тока, невозможен. В случае, когда $U_{n_2} > U_{n_1}$, могут быть запрещены переходы $n_{n_2} \rightarrow n'_1$, когда минимум ВАХ на участке CD достаточно глубок и рождение частиц здесь больше, чем на участке BC (даже когда точка B совпадает с точкой b).

В экспериментах [5,6] наблюдались двумерные формы разряда, соответствующие переходу $n_{n_2} \rightarrow n'_1$ при $U_{n_2} > U_{n_1}$ и переходу $n'_{n_2} \rightarrow 0$ при $U'_{n_2} < U_{n_1}$, что соответствует теоретическим выводам. При условии $U'_{n_2} < U_{n_1}$ и не слишком большой разнице между ними (в смысле, указанном выше) возможны два состояния разряда с $U = U'_{n_2}$ и U_{n_2} . В экспериментах же все время наблюдалось одно, т.е. природа выбирает состояние с большим напряжением, что противоречит обычному принципу минимума, предпочитающего состояние с меньшим напряжением.

Заключение

Для анализа устойчивости разряда необходимо исследовать взаимодействие устойчивых и неустойчивых областей разряда и недостаточно использовать феноменологический принцип минимума мощности Энгеля и Штеенбека, поскольку он дает в некоторых случаях неверные количественные, а иногда и качественные результаты.

Авторы выражают благодарность за финансовую поддержку Международному научному фонду (грант № РН4-9125-0925) и Российскому фонду фундаментальных исследований (контракт № 93-02-16-874), а также Е.Л. Левину за помощь в проведении численных расчетов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим наиболее опасные длинноволновые возмущения, когда в продольном направлении концентрация ионов адиабатически меняется с плотностью тока, а длина волны в поперечном направлении $2\pi/k$ максимальна, $k \sim 2\pi/d$, $kL_0 \ll 1$. Тогда для описания электрических свойств разряда можно использовать интегральные характеристики: сопротивление плазмы, емкость слоев и т.д.

Будем рассматривать разряд при $\omega t \ll 1$. Тогда в объеме течет электронный ток, пропорциональный концентрации плазмы. Рассмотрим флуктуацию концентрации $n'e^{iky}$. Эта флуктуация вызовет изменение электронного тока $j'_{\parallel} e^{iky}$ (знак \parallel означает, что флуктуация тока находится в фазе с исходным током, \perp — опережает на $\pi/2$), ниже мы будем опускать экспоненциальный множитель. Так как напряжение на электродах постоянно, то изменение потенциала в слоях $\Phi'_c(j)$ под действием j'_{\parallel} , Φ'_{\perp} должно вызвать в плазме ток j'_{\perp} , сдвинутый по фазе на $\pi/2$. Из-за тока j'_{\perp} фаза суммарного тока $j_0 + j'_{\perp}$ меняется, и в слоях появляется изменение потенциала $\Phi'_{e\parallel}$.

Из-за возмущения концентрации n' в плазме изменяется падение напряжения. Найдем его. Введем величины $\Phi'_{R\perp}$, $\Phi'_{R\parallel}$ — изменение напряжения в плазме; $\Phi'_{c\perp}$, $\Phi'_{c\parallel}$ — изменение потенциала в слоях. Между этими величинами выполняются соотношения

$$j'_{\parallel}/j_0 = n'/n_0 + \Phi'_{R\parallel}/U_R, \quad \Phi''_{R\parallel} = -\Phi'_{c\parallel} = j'_{\perp} U_c/j_0;$$

$$j'_{\perp}/j_0 = \Phi'_{R\perp}/U_R, \quad \Phi'_{R\perp} = -\Phi'_{c\perp} = -j'_{\parallel} U_c/j_0, \quad (\text{П.1})$$

где U_c — напряжение на слоях, U_R — на плазме.

Первые соотношения следуют из условия, что в плазме течет электронный ток $j \sim nU_R/L_0$, вторые — из неизменности напряжения на электродах, третьи — из соотношений на слоях. Решая систему (П.1) найдем, что

$$\Phi'_{\parallel} = n'/n_0 - \alpha U_R/(1 + \alpha), \quad \alpha = \frac{U_c j_0}{U_R^2} \frac{\partial U_c}{\partial j_0}. \quad (\text{П.2})$$

Линеаризуя уравнения (29) для температуры и концентрации плазмы, найдем соотношение между величинами, когда инкремент неустойчивости равен нулю

$$\Phi'_{\parallel}/U_R + T'/T_0 - n'/(v_i n_0) = 0,$$

$$-((2kL_0/\pi)^2 + 1)T'/\Delta T + n'/n_0 + \Phi'_{R\parallel}/U_R = 0, \quad (\text{П.3})$$

где ΔT — нагрев газа в невозмущенном состоянии относительно стенок.

Из (П.2) и (П.3) найдем, что неустойчивость развивается при условии

$$-((2kL_0/\pi)^2 + 1)(1 + \alpha(1 + v_i)) + v_i \Delta T/T_0 > 0. \quad (\text{П.4})$$

Если $k = 0$, то (П.4) сводится к обычному условию

$$\frac{\partial}{\partial j_0} (U_c^2 + U_R^2) < 0, \quad (\text{П.5})$$

где

$$\frac{\partial U_R}{\partial j_0} = \frac{U_R}{j_0} \frac{1 - v_i \Delta T/T_0}{1 + v_i}. \quad (\text{П.6})$$

Из (П.4) видно, что если kL_0 становится сравнимо с единицей, то теплопроводность может сильно стабилизировать разряд. Это, по-видимому, объясняет отсутствие эффекта нормальной плотности тока в экспериментах [13], где $kL_0 \sim 1$ и объясняет разницу критических токов, при которых происходит контракция в трубах ($kL_0 \approx 2.4$) и в ВЧ разряде между плоскими электродами ($kL_0 \rightarrow 0$). В экспериментах [12, 14] контракция в He происходила при давлении $p = 100$ Тор, $j = 32$ мА/см, а в ВЧ разряде при $j_0 = 8.2$ мА/см².

Если расписать выражение (П.5) с учетом зависимостей ΔT и $\partial U_c / \partial j$ от тока, то получим

$$\frac{\partial}{\partial j} (U_R^2 + U_c^2) = \frac{U_R^2 L^2}{4j_0 L_0^2} \left\{ -\frac{2q}{\omega\tau} + (\omega\tau)^{-2} \times \left[1 - (1 + (\omega\tau)^{-2})^{-1/2} \right] + \hat{\nu}_i^{-1} \right\}, \quad (\text{П.7})$$

где

$$q = U_R^2 L_0^2 \omega / (8\pi^3 \lambda T_0 L^2). \quad (\text{П.8})$$

Если $L_0 \geq L\sqrt{\hat{\nu}_i/4}$, то выражение (П.7) имеет максимум при $\omega\tau = 1/q \leq 1$ и порог неустойчивости определяется из условия

$$q > \frac{2L_0}{L\sqrt{\hat{\nu}_i}}. \quad (\text{П.9})$$

Если $L_0 \sim L$, то максимум (П.7) возникает при $(\omega\tau) = q^{-1/3} \sim 1$ и условие на q

$$q > \left(\frac{8L_0^2}{3\hat{\nu}_i L^2} \right)^{3/4} \quad (\text{П.10})$$

Список литературы

- [1] Яценко Н.А. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 6. С. 1195–1204.
- [2] Велизов Е.П., Ковалев А.С., Рагимов А.Т. Физические явления в газоразрядной плазме. М.: Наука, 1987. 160 с.
- [3] Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н. // Физика плазмы. 1990. Т. 16. № 7. С. 878–884.
- [4] Привалов В.Е. // Квантовая электрон. 1977. Т. 46. № 10. С. 2085–2119.
- [5] Яценко Н.А. Препринт ИПМ РАН. № 338. М., 1988.
- [6] Яценко Н.А. // XX Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases. 1991. Vol. 5. P. 1159–1160.
- [7] Smirnov A.S., Tsendin L.D. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1991. Vol. 19. N 2. P. 130–141.
- [8] Цендин Л.Д. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 8. С. 53–58.
- [9] Шапиро Г.И., Сорока А.М. // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5. Вып. 2. С. 129–132.
- [10] Kaganovich I.D., Tsendin L.D. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1992. Vol. 20. N 2. P. 66–76, 86–93.
- [11] Каганович И.Д. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 9. С. 45–46.
- [12] Голубовский Ю.Б., Зомненбург Р. // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 10. С. 2094–2101.
- [13] Vidard P., Durrant S.M.A., Hall D.R. // J. Phys. D. 1988. Vol. 21. N 1. P. 57–63.
- [14] Мышенков В.И. // ТВТ. 1982. Т. 20. № 4. С. 642–648.

