01;02

СТОЛКНОВЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ ВОДОРОДА

А.Б.Войткив, В.И.Матвеев

Ташкентский государственный университет, Ташкент, Узбекистан
(Поступило в Редакцию 25 марта 1994 г.)

Получены формулы для неупругих сечений атома водорода при столкновениях с релятивистскими многозарядными ионами в области параметров задачи $Z \sim v$ (Z, v — соответственно заряд и скорость иона; используется атомная система единиц), когда борновское приближение неприменимо.

Изучение процессов возбуждения и ионизации атомов при столкновениях с быстрыми многозарядными ионами (МЗИ) ($Z, v \gg 1$ — соответственно заряд и скорость иона; используется атомная система единиц) представляет значительный интерес для многих областей физики. В последнее время в экспериментах (см., например, [1,2] и цитированную там литературу) довольно часто используются релятивистские МЗИ с настолько большими зарядами, что $Z \sim v$ даже при $v \sim c$ ($c = 137$ — скорость света). Борновское приближение в этом случае неприменимо, что приводит к громоздким, неудобным в использовании выражениям для неупругих атомных сечений [3], в то время как представляется желательным получить для описания сечений простые формулы, как это имеет место при $Z \ll v$. В [4] были представлены простые полукачественные аналитические оценки сечения ионизации атомов водорода. В настоящей работе найдены простые формулы для описания возбуждений и ионизации атомов водорода при столкновениях с релятивистскими МЗИ, когда $Z \sim v \sim c$.

Перейдем к рассмотрению столкновения релятивистских МЗИ с атомами водорода. Пусть МЗИ движется вдоль классической линейной траектории $\boldsymbol{\rho}(t) = \mathbf{b} + \mathbf{v}t$, где b — прицельный параметр. Ион, движущийся равномерно и прямолинейно, создает поле, описываемое запаздывающими скалярным и векторным потенциалами (φ, $\mathbf{A}$) [5]

$$\varphi = \frac{Z}{R}, \qquad \mathbf{A} = \frac{\mathbf{v}}{c}\varphi,$$

$$R = \sqrt{(x - vt)^2 + (1 - \beta^2)(\mathbf{s} - \mathbf{b})^2}, \qquad \beta = v/c, \tag{1}$$

где $(x, y, z) = (x, \mathbf{s}) = \mathbf{r}$ — координаты точки наблюдения поля, ось x направлена вдоль вектора скорости, s — проекция $\mathbf{r}$ на плоскость прицельного параметра.

Хорошо известно [6], что для нерелятивистских столкновений при $Z \sim v$ основной вклад в сечения вносят столкновения с достаточно большими прицельными параметрами $b > r_0$, где $r_0 = 1$ размер атома водорода. Сделаем предположение, которое оправдывается, как и в нерелятивистском случае, конечными результатами, что при $Z \sim v$ такая ситуация имеет место и для релятивистских столкновений. Это позволяет существенно упростить расчет сечений. Во-первый, при столкновениях с $b > r_0$ скорости электронов всегда гораздо меньше, чем скорость света (см. ниже), и для описания атома водорода в поле МЗИ можно использовать уравнение Шредингера

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = (H_0 + V(t))\psi, \tag{2}$$

где H_0 — гамильтониан свободного атома, а взаимодействие $V(t)$ с полем иона имеет вид

$$V(t) = \frac{1}{2c}(\mathbf{pA} + \mathbf{Ap}) + \frac{1}{2c^2}\mathbf{A}^2 - \varphi, \tag{3}$$

где теперь $\mathbf{r} = (x, \mathbf{s})$ является координатами атомного электрона с ядром атома, расположенным в центре координат.

Во-вторых, при $b > r_0$ запаздывающие потенциалы можно записать в упрощенном виде

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{Z}{R_0(t)} + \frac{Z}{\gamma^2 R_0^3(t)}\mathbf{bs}, \qquad \mathbf{A} = (\mathbf{v}/c)\varphi, \tag{4}$$

где

$$R_0 = \sqrt{(x - vt)^2 + (b/\gamma)^2}, \qquad \gamma = 1/(1 - \beta^2)^{1/2}. \tag{5}$$

Разложение (4) соответствует поперечной ($\perp \mathbf{v}$) однородности электрического поля иона на размере атома при $b > r_0$. Отметим, что продольная однородность в релятивистском случае имеет место лишь при $b > \gamma r_0$. Взаимодействие $V(t)$ можно представить в более удобном виде. Совершим калибровочное преобразование потенциалов (4)

$$\varphi = \varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t}, \qquad \mathbf{A} = \mathbf{A} + \nabla f,$$

$$f = -\frac{Zv}{c}\ln(R_0(t) + x - vt). \tag{6}$$

В результате

$$\varphi = \frac{Z}{R_0\gamma^2} + \frac{Z\mathbf{bs}}{R_0^3\gamma^2}; \qquad \mathbf{A} = (\mathbf{v}/c)\frac{Z\mathbf{bs}}{R_0^3\gamma^2}. \tag{7}$$

Теперь во взаимодействии (3) главный при $b > r_0$ член (линейный по размеру атома) содержится только в скалярном потенциале φ. Таким образом, имеем

$$V(t) = -\frac{Z}{R_0\gamma^2} - \frac{Z\mathbf{bs}}{R_0^3\gamma^2}. \tag{8}$$

Напряженность электрического поля МЗИ в области нахождения атома имеет вид

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi = \frac{Z\mathbf{R}}{R_0^3\gamma^2}, \qquad \mathbf{R} = (x - vt, \mathbf{b}).$$

Это поле можно рассматривать, как поле с конечным эффективным временем действия. Действительно,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E_\perp dt = E_\perp(t=0)\cdot T; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} E_\parallel dt = 0; \quad E_\perp = \mathbf{Eb}, \quad E_\parallel = \mathbf{Ev};$$

где величина $T = T(b) = 2b/\gamma v$ имеет смысл эффективного времени действия поля.

В зависимости от величины прицельного параметра это эффективное время может быть как больше, так и меньше характерного атомного времени $\tau_0 = 1$. Поэтому разобьем область прицельных параметров $b > r_0$ на две перекрывающиеся подобласти: 1) $r_0 < b \ll \gamma v\tau_0$, 2) $b \gg Z/v$. В области $r_0 < b \ll \gamma\tau_0 v$ эффективное время действия поля МЗИ на атом мало́ ($T \ll \tau_0$) и для вычислений вероятностей атомных переходов можно использовать приближение внезапных возмущений [7,8]. Согласно этому приближению, амплитуда вероятности перехода атома из исходного состояния $|1\rangle$ в произвольное конечное состояние $|n\rangle$ (в том числе и непрерывного спектра в первом порядке приближения внезапных возмущений) определяется следующим выражением:

$$a_n = \langle n|\exp(-i\int_{-\infty}^{+\infty} V dt)|1\rangle. \tag{9}$$

При выборе взаимодействия $V(t)$ в форме (8) имеем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} V dt = -\frac{Z}{\gamma^2 v}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dt}{(t^2 + (b/\gamma)^2)^{1/2}} - \frac{Z\mathbf{bs}}{\gamma^2 v}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dt}{(t^2 + (b/\gamma)^2)^{3/2}}. \tag{10}$$

При подстановке этого интеграла в выражение (9) первый член выражения (10) ведет к появлению фазового фактора, не зависящего от координат электрона. Этот фактор, хотя и бесконечен, не влияет на вероятности переходов и при использовании приближения внезапных возмущений первый член в (10) можно опустить. Т.е. в области прицельных параметров $r_0 < b \ll \gamma\tau_0 v$ взаимодействие $V(t)$ можно записать как

$$V(t) = -\frac{Z\mathbf{bs}}{\gamma^2 v\,(t^2 + (b/\gamma)^2)^{3/2}}. \tag{11}$$

Эффективное время действия этого взаимодействия уже является конечным и равным $T(b)$. Отметим, что именно подобная формальная процедура, связанная с опусканием постоянного фазового фактора и дающая возможность ввести конечное эффективное время действия, и оправдывает применение приближения внезапных возмущений в области прицельных параметров $r_0 < b \ll \gamma r_0 v$ к возмущению с формально бесконечно большим радиусом действия (сравните с вычитательной процедурой в [7]). Интеграл в (10) можно представить также в следующем виде

$$\int_{-\infty}^{+\infty} V dt = \mathbf{qr} = \mathbf{qs}$$

и

$$a_n = \langle n| \exp(-i\mathbf{qs})|1\rangle, \tag{9'}$$

где $\mathbf{q} = 2Z\mathbf{b}/vb^2$ имеет смысл импульса, который передается атомному электрону электрическим полем многозарядного иона.

Этот импульс очень мал в сравнении с величиной $m_e c = 137$, т.е. исходное предположение о нерелятивистских скоростях элекронов при столкновениях в области прицельных параметров $b > r_0$ верно. При этом пространственный сдвиг электрона за время взаимодействия, который может быть оценен как $\delta(b) \sim q(b)T(b) \sim Z/v^2 \ll 1$, мал. Этот факт наряду с основным условием $T(b) \ll \tau_0$ оправдывает применение в рассматриваемой области прицельных параметров первого приближения теории внезапных возмущений. Вклад в сечения ионизации и возбуждения произвольного n-го дискретного уровня от столкновений с прицельными параметрами $b_1 \leqslant b \leqslant b_2$, где $b_2 \ll \gamma r_0 v$ — некоторое значение величины прицельного параметра (а величина параметра b_1 будет обсуждена ниже), имеет вид

$$\Delta\sigma_i(b_1 \leqslant b \leqslant b_2) = 2\pi \int_{b_1}^{b_2} db\, b \int d\mathbf{k} |a_{\mathbf{k}}|^2,$$

$$\Delta\sigma_n(b_1 \leqslant b \leqslant b_2) = 2\pi \int_{b_1}^{b_2} db\, b |a_n|^2. \tag{12}$$

В области малых прицельных параметров $b \lesssim r_0$ при рассматриваемых значениях величин Z, v взаимодействие электрона с полем МЗИ является сильным, при этих значениях b вероятность ионизации атома водорода близка к единице [9] и соответственно вклад этой области в сечения возбуждения мал. Приближение внезапных возмущений в этой области прицельных параметров неприменимо как в форме (9), так и в более общем виде, который использовался в работе [7]. Тем не менее использование для вычислений формально неприменимого приближения внезапных возмущений приводит к близкой к единице вероятности и ионизации в этой области прицельных параметров $b \lesssim r_0$, и поскольку к тому же размеры этой области малы, то мы просто положим в (12) $b_1 = 0$. Используя данные по неупругим форм-факторам атома водорода (см., например, [10]), получаем следующие выражения для вкладов в сечения ионизации и возбуждения дискретного состояния с главным квантовым числом n (по орбитальному моменту произведено суммирование) от столкновений с прицельными параметрами $b \leqslant b_2$:

$$\Delta\sigma_i(0 \leqslant b \leqslant b_2) = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} 0.285 \ln\left(\frac{\alpha_i v}{Z} b_2\right),$$

$$\Delta\sigma_n(0 \leqslant b \leqslant b_2) = \frac{2^{11}\pi}{3}\frac{Z^2}{v^2}\frac{n^7}{(n^2-1)^5}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n} \ln\left(\alpha_n \frac{vb_2}{Z}\right). \quad (13)$$

Постоянные α_i, α_n рассчитываются численно. Для ионизации $\alpha_i = 3.2$. Сечения возбуждения быстро падают с ростом главного квантового числа n, поэтому приведем значения коэффициентов α_n только для нескольких первых уровней: $\alpha_2 = 0.26$, $\alpha_3 = 0.39$, $\alpha_4 = 0.44$, $\alpha_5 = 0.47$, $\alpha_6 = 0.49$, $\alpha_7 = 0.5$, $\alpha_8 = 0.5$, $\alpha_9 = 0.51$, $\alpha_{10} = 0.51$, $\alpha_{11} = 0.51$.

В области прицельных параметров $b \gg Z/v$ вероятности неупругих переходов малы. Действительно, при $Z/v \ll b \ll v\gamma r_0$ можно использовать выражение (9), которое дает

$$|a_n|^2 \sim \frac{Z^2}{b^2 v^2} r_0^2 \ll 1, \qquad b \gg Z/v.$$

Поэтому для описания ионизации и возбуждения естественно использовать теорию возмущений по взаимодействию $V(t)$ (возмущение $V(t)$ в форме (8)). В первом порядке этой теории возмущения для амплитуды перехода в произвольное состояние атома имеем

$$a_n(\infty) = -\frac{2Z}{\gamma^2 v^2}\omega_{n1}\left(x_{n1} K_0\left(\frac{\omega_{n1} b}{v\gamma}\right) - i\gamma y_{n1} K_1\left(\frac{\omega_{n1} b}{\gamma v}\right)\right), \quad (14)$$

где ω_{n1} — частота перехода; x_{n1}, y_{n1} — компоненты дипольного матричного элемента атома (ось y направлена по вектору $\mathbf{b}$); K_0, K_1 — модифицированные функции Бесселя [11].

После суммирования вероятности перехода по проекции момента в конечном состоянии для вклада в сечение ионизации и возбуждения от столкновений с прицельными параметрами $b \geqslant b_3$, где b_3 ($Z/v \ll b_3 \ll$ $\ll v\gamma r_0$) — некоторая величина прицельного параметра, получаем

$$\Delta\sigma_i(b \geqslant b_3) = 8\pi 0.285 \frac{Z^2}{v^2}\left(\ln\left(\frac{2v\gamma}{\lambda\omega_i b_3}\right) - \frac{v^2}{2c^2}\right),$$

$$\Delta\sigma_n(b \geqslant b_3) = \frac{2^{11}\pi}{3}\frac{Z^2}{v^2}\frac{n^7}{(n^2-1)^5}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n}\left(\ln\left(\frac{2v\gamma}{\lambda\omega_{n1} b_3}\right) - \frac{v^2}{2c^2}\right), \quad (15)$$

где $\lambda = \exp(C) = 1.78$ ($C = 0.577$ — постоянная Эйлера); $2/\lambda = 1,123$; $\omega_i = \exp\left(\int dk\, k^2 y_{k1}^2 \ln\omega_{k1} / \int dk\, k^2 y_{k1}^2\right) = 0.71$ — эффективная частота ионизации.

Благодаря перекрытию двух рассмотренных областей прицельных параметров можно положить $b_2 = b_3$, и для сечений ионизации и возбуждений имеем

$$\sigma_i = 8\pi 0.285 \frac{Z^2}{v^2} \left(\ln\left(\frac{5v^2}{Z}\gamma\right) - \frac{v^2}{2c^2} \right),$$

$$\sigma_n = \frac{2^{11}\pi}{3} \frac{Z^2}{v^2} \frac{n^7}{(n^2-1)^5} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n} \left(\ln\left(\frac{\beta_n v_n^2}{Z\omega_{n1}}\gamma\right) - \frac{v^2}{2c^2} \right), \tag{16}$$

$\beta_2 = 0.3$, $\beta_3 = 0.44$, $\beta_4 = 0.5$, $\beta_5 = 0.53$, $\beta_6 = 0.55$, $\beta_7 = 0.56$, $\beta_8 = 0.56$, $\beta_9 = 0.57$, $\beta_{10} = 0.57$, $\beta_{11} = 0.58$.

Используя выражения (16) для полного сечения возбуждения $\sigma_{ex} = \sum\limits_{n=2}^{\infty} \sigma_n$, имеем

$$\sigma_{ex} = 8\pi 0.715 \frac{Z^2}{v^2} \left(\ln\left(\frac{0.84v^2}{Z}\gamma\right) - \frac{v^2}{2c^2} \right). \tag{17}$$

Выше уже отмечалось, что вклад в сечения возбуждения дискретных состояний от столкновений в области прицельных параметров $b \lesssim r_0$ мал из-за больших передач энергии атомному электрону, что с вероятностью, близкой к единице, приводит к ионизации атома при $b \lesssim r_0$. В то же время вклад этой области в сечение ионизации не может превышать величину $\sim \pi r_0^2$. Как видно из первого выражения в (16), $\sigma_i \gg \pi r_0^2 = \pi$ при $Z \sim v$. Поэтому можно заключить, что наше исходное предположение о том, что основной вклад в сечения при $Z \sim v$ дает область больших прицельных параметров, верно и для ионизации.

В борновском приближении ($Z \ll v$) сечение ионизации описывается асимптотической формулой Бете [12]

$$\sigma_{iB} = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} 0.285 \left(\ln(9.1v\gamma) - \frac{v^2}{2c^2} \right).$$

Результаты расчетов по формуле (16) и в борновском приближении в области параметров $Z \sim v$ различаются между собой не очень сильно ($\sigma_{iB} > \sigma_i$ на $\sim 10-20\%$). С ростом отношения Z/v это различие возрастает. Отметим здесь, что подобная ситуация имеет место и для столкновений атомов водорода с быстрыми, но не релятивистскими ионами (см., например, [13]). Выражения (16)–(17) легко обобщить на случай столкновения релятивистских МЗИ с водородоподобными ионами, заряд Z_a которых не слишком велик, так что поведение электрона по-прежнему можно описывать уравнением Шредингера

$$\sigma_i = 8\pi 0.285 \frac{Z^2}{v^2 Z_a^2} \left(\ln\left(\frac{5v^2}{ZZ_a}\gamma\right) - \frac{v^2}{2c^2} \right),$$

$$\sigma_n = \frac{2^{11}\pi}{3} \frac{Z^2}{v^2 Z_a^2} \frac{n^7}{(n^2-1)^5} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n} \left(\ln\left(\frac{\beta_n v_n^2 Z_a}{Z\omega_{n1}}\gamma\right) - \frac{v^2}{2c^2} \right),$$

$$\sigma_{ex} = 8\pi 0.715 \frac{Z^2}{v^2 Z_a^2} \left(\ln\left(\frac{0.84v^2}{ZZ_a}\gamma\right) - \frac{v^2}{2c^2} \right). \tag{18}$$

В заключение отметим, что формулы (16)–(18) в пределе $c \to \infty$ описывают неупругие сечения для столкновений быстрых, но не релятивистских МЗИ при $Z \sim v$ или $Z^{1/2} \ll v \lesssim Z$.

Список литературы

[1] *Kelbch S., Ullrich J., Rauch W.* et al // J. Phys. 1986. Vol. B19. P. L47.
[2] *Ullrich J., Horbatsch M., Dangendorf V.* et al. // J. Phys. 1988. Vol. B21. P. 611.
[3] *Yudin G.L.* // Phys. Scr. T. 1991. Vol. 37. P. 101. Phys. Rev. 1991. Vol. A44. P. 7355.
[4] *Матвеев В.И.* Докт. дис. Ташкент, 1991.
[5] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1973.
[6] *Пресняков Л.П., Шевелько, Янев.* Элементарные процессы с участием многозарядных ионов, М.: Энергоатомиздат, 1986.
[7] *Eichler J.* // Phys. Rev. 1977. Vol. A15. P. 1856.
[8] *Дыхне А.М., Юдин Г.Л.* // УФН. 1978. Vol 125. P. 377–407.
[9] *Voitkiv A.B., Pazdzersky V.A.* // J. Phys. 1988. Vol. B21. P. 3369–3374.
[10] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989.
[11] *Абрамовитц М., Стиган И.* Справочник по математическим функциям. М.: Наука, 1979.
[12] *Мотт Н., Месси Г.* Теория атомных столкновений. М.: Мир, 1968.
[13] *Matveev V.I.* // J. Phys. 1991. Vol. B24. P. 3589.